ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. LV, Disp. 1ª e 2ª, 1919-1920

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 3.
1920

DISTRIBUZIONE DELLE SEDUTE

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

nell'anno 1919-920

divise per Classi

Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali	Classe di Scienze morali, storiche e filologiche
1919 - 16 novembre	1919 - 23 novembre
» - 30 »	» - 7 dicembre
» - 14 dicembre	» - 21 »
» - 28 »	1920 - 4 gennaio
1920 - 11 gennaio	» - 18 »
» - 25 »	» - 1 febbraio
» - 8 febbraio	» - 15 »
» - 22 »	» - 29 »
» - 7 marzo	» - 14 marzo
» - 21 »	» - 28 »
» - 11 aprile	» - 18 aprile
» - 25 »	» - 2 maggio
» - 9 maggio	» - 16 »
» - 23 »	» - 30 »
» - 13 giugno	» - 20 giugno

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOLUME CINQUANTACINQUESIMO
1919-1920

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 3.
1920

PRESIDENTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE DI TORINO

dalla sua fondazione

ELEZIONE	PRESIDENTI PERPETUI (*)
1783, 25 luglio	**Saluzzo di Monesiglio** (conte Giuseppe Angelo). Offrì le dimissioni dalla carica e furono accettate (7 settembre 1788) conferendogli il titolo di *Presidente emerito*.
" "	**La Grange Tournier** (Giuseppe Luigi), *Onorario*.
1788, 30 novembre	**Morozzo di Bianzé** (conte Carlo Lodovico).
1801, 24 gennaio (4 piovoso a. IX)	**Saluzzo** (cittad. Angelo Giuseppe) ex-conte di Monesiglio.
1801, 15 febbraio	Col Regolamento del 26 piovoso anno IX (15 febbr. 1801) essendosi stabilito che l'ACCADEMIA NAZIONALE rinnovata col *Decreto della Commissione esecutiva del Piemonte* del 22 nevoso anno IX (17 gennaio 1801) non avesse più che due presidenti di classe, cessarono queste funzioni del SALUZZO.
1804, 25 febbraio (5 ventoso a. XII)	**Bonaparte** (Napoleone) primo console della Repubblica Francese, *Onorario*.
1815, 25 novembre	**Balbo di Vinadio** (conte Prospero).
1837, 26 "	**Lascaris di Ventimiglia** (marchese Agostino).
1838, 18 "	**Saluzzo di Monesiglio** (conte Alessandro).
1851, 18 dicembre	**Plana** (barone Giovanni).
1864, 1° maggio	**Sclopis di Salerano** (conte Federigo).

(*) Dal volume *Il primo secolo della R. Accademia delle Scienze di Torino. Notizie storiche e bibliografiche (1783-1883).* Torino, 1883, pag. 141.

ELEZIONE	PRESIDENTI TRIENNALI (*)
1879, 9 marzo	**Ricotti** (Ercole).
1882, 12 febbraio	**Ricotti** (Ercole) rieletto.
1883, 6 maggio	**Fabretti** (Ariodante).
1885, 12 aprile	**Genocchi** (Angelo).
1888, 8 „	**Genocchi** (Angelo) rieletto.
1889, 28 „	**Lessona** (Michele) termina il 2° triennio iniziato dal GENOCCHI.
1891, 24 maggio	**Lessona** (Michele).
1894, 24 giugno	**Lessona** (Michele) rieletto, † 20 luglio 1894.
1895, 13 gennaio	**Carle** (Giuseppe).
1898, 9 „	**Carle** (Giuseppe) rieletto.
1901, 13 „	**Cossa** (Alfonso) † 23 ottobre 1902.
1902, 14 dicembre	**D'Ovidio** (Enrico) termina il triennio iniziato dal COSSA.
1904, 21 febbraio	**D'Ovidio** (Enrico).
1907, 17 marzo	**D'Ovidio** (Enrico) rieletto.
1910, 24 aprile	**Boselli** (Paolo).
1913, 18 maggio	**Boselli** (Paolo) rieletto.
1916, 28 „	**Camerano** (Lorenzo) † 22 novembre 1917.
1918, 3 febbraio	**Naccari** (Andrea) continua il triennio iniziato dal CAMERANO.
1919, 7 aprile	**Naccari** (Andrea).

(*) A norma dell'art. 3 dello *Statuto della Reale Accademia delle Scienze di Torino*, approvato con R. Decreto 2 febbraio 1882, il Presidente dura in carica un triennio e può essere rieletto per un altro triennio.

ELENCO

DEGLI

ACCADEMICI RESIDENTI, NAZIONALI NON RESIDENTI STRANIERI E CORRISPONDENTI

AL 31 DICEMBRE 1919

NB. — *Negli elenchi degli Accademici la prima data è quella dell'elezione, la seconda quella del R. Decreto che approva l'elezione.*

PRESIDENTE

Naccari (Andrea), Dottore in Matematica, Professore emerito di Fisica sperimentale nella R. Università di Torino, uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio corrispondente del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali di Catania e dell'Accademia Pontaniana, Comm. ❋ e ▭. — *Torino, Via Sant'Anselmo, 6.*

Eletto alla carica il 27 aprile 1919 per il triennio dal 20 aprile 1919 al 19 aprile 1922.

VICE-PRESIDENTE

Ruffini (Francesco), Senatore del Regno, Dottore in Giurisprudenza, Membro corrispondente del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Professore ordinario di diritto ecclesiastico nella R. Univ. di Torino, Grand' Uff. ❋ e ▭. — *Torino, Via Principe Amedeo, 22.*

Eletto alla carica il 27 aprile 1919 per il triennio dal 20 aprile 1919 al 19 aprile 1922.

Tesoriere

Prato (Giuseppe), Dottore in Giurisprudenza, Professore ordinario di Economia politica e Scienza delle finanze nel R. Istituto superiore di Studi commerciali di Torino, Professore incaricato di Diritto industriale e Libero docente di economia politica nella R. Università di Torino, Membro effettivo della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, Socio ordinario della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Socio corrispondente della R. Accademia Economico-Agraria dei Georgofili in Firenze e della Société d'économie politique di Parigi, ☎. — *Via Bertola, 37.*

Eletto alla carica il 7 dicembre 1919 per il triennio dal 1° luglio 1919 al 30 giugno 1922.

CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Direttore

D'Ovidio (Enrico), Senatore del Regno, Dottore in Matematica, Professore emerito di Algebra e Geometria analitica nella R. Università di Torino, Direttore del R. Politecnico di Torino, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio ordinario non residente della R. Accademia delle Scienze di Napoli, Corrispondente del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere e dell'Ateneo di Brescia, onorario della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Modena e della Società matematica di Praga, Socio dell'Accademia Pontaniana di Napoli e della Società matematica di Parigi, Comm. ❀, e Gr. Uff. ✠. — *Torino, Via Sebastiano Valfrè, 14.*

Rieletto alla carica l'11 marzo 1917 per il triennio dal 9 febbraio 1917 all'8 febbraio 1920.

Segretario

Parona (Nob. Carlo Fabrizio), Dottore in Scienze naturali, Professore di Geologia e Direttore del Museo di Geologia e di Paleontologia della R. Università di Torino e Preside della Facoltà di Scienze, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio residente della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Socio corrispondente del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, della R. Accademia delle Scienze di Napoli, della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Modena, dell'Ateneo di Brescia, dell'Accademia degli Agiati in Rovereto e dell'Accademia di Verona, Membro del R. Comitato Geologico, ecc., Comm. ❀, ✠. — *Torino, Palazzo Carignano.*

Rieletto alla carica il 14 dicembre 1919 per il triennio dal 16 novembre 1919 al 15 novembre 1922.

ACCADEMICI RESIDENTI

Salvadori (Conte Tommaso), Dottore in Medicina e Chirurgia, Vice-Direttore del Museo Zoologico della R. Università di Torino, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, della Società Italiana di Scienze naturali, dell'Accademia Gioenia di Catania, Membro della Società Zoologica di Londra, dell'Accademia delle Scienze di Nuova York, della Società dei Naturalisti in Modena, della Società Reale delle Scienze di Liegi, della Reale Società delle Scienze naturali delle Indie Neerlandesi e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Membro effettivo della Società Imperiale dei Naturalisti di Mosca, Socio straniero della *British Ornithological Union*, Socio straniero onorario del *Nuttall Ornithological Club*, Socio straniero dell'*American Ornithologists' Union*, e Membro onorario della Società Ornitologica di Vienna, Membro ordinario della Società Ornitologica tedesca, Comm. ♛, Cav. dell'O. di S. Giacomo del merito scientifico, letterario ed artistico (Portogallo). — *Torino, Via Principe Tommaso, 17.*
29 gennaio 1871 - 9 febbraio 1871. — Pensionato 21 marzo 1878.

D'Ovidio (Enrico), *predetto.*
29 dicembre 1878 - 16 gennaio 1879. — Pensionato 28 novembre 1889.

Naccari (Andrea), *predetto.*
5 dicembre 1880 - 23 dicembre 1880. — Pensionato 8 giugno 1893.

Segre (Corrado), Dottore in Matematica, Professore di Geometria superiore nella R. Università di Torino, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei e della Società Italiana delle Scienze (detta dei XL), Membro onorario della Società Filosofica di Cambridge e delle Società Matematiche di Londra e di Calcutta, Socio straniero dell'Accademia delle Scienze del Belgio e di quella di Danimarca, Socio corrispondente della Società Fisico-Medica di Erlangen, dell'Accademia delle Scienze di Bologna, del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Socio onorario dell'Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Modena, ✠ e Comm. ♛. — *Torino, Corso Vittorio Emanuele, 85.*
10 febbraio 1889 - 21 febbraio 1889. — Pensionato 8 ottobre 1898.

Peano (Giuseppe), Dottore in Matematica, Professore di Calcolo infinitesimale nella R. Università di Torino, Socio della *Sociedad Cientifica* del Messico, della Società matematica di Kasan, della Società filosofica di Ginevra, corrispondente della R. Accademia dei Lincei, ✠ e ♛. — *Torino, Via Barbaroux, 4.*
25 gennaio 1891 - 5 febbraio 1891. — Pensionato 22 giugno 1899.

Jadanza (Nicodemo), Dottore in Matematica, Professore ordinario di Geodesia teoretica nella R. Università di Torino e di Geometria pratica nel R. Politecnico, Socio dell'Accademia Pontaniana di Napoli, dell'Accademia Dafnica di Acireale e della Società degl'Ingegneri Civili di Lisbona, Membro effettivo della R. Commissione Geodetica italiana, Comm. ♔. — *Torino, Via Madama Cristina, 11.*
3 febbraio 1895 - 17 febbraio 1895. — Pensionato 17 ottobre 1902.

Foà (Pio), Senatore del Regno, Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore ordinario di Anatomia Patologica nella R. Università di Torino, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio corrispondente del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Presidente della Giunta di Vigilanza dell'Istituto di Magistero per l'educazione fisica, Membro dell'Opera Nazionale per gl'invalidi della guerra in Roma, ecc., ecc., Comm. ✻ ♔. — *Torino, Corso Valentino, 40.*
3 febbraio 1895 - 17 febbraio 1895. — Pensionato 9 novembre 1902

Guidi (Camillo), Ingegnere, Professore ordinario di Statica grafica e Scienza delle costruzioni e Direttore dell'annesso Laboratorio sperimentale dei materiali da costruzione nel R. Politecnico in Torino, Corrispondente della Reale Accademia dei Lincei, Uff. ✻, Comm. ♔. — *Torino, Corso Valentino, 7.*
31 maggio 1896 - 11 giugno 1896. — Pensionato 11 giugno 1903.

Parona (Nob. Carlo Fabrizio), *predetto.*
15 gennaio 1899 - 22 gennaio 1899. — Pensionato 21 gennaio 1909.

Mattirolo (Oreste), Dottore in Medicina, Chirurgia e Scienze naturali, Professore ordinario di Botanica e Direttore dell'Istituto botanico della R. Università di Torino, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Uno dei XL della Società italiana delle Scienze, Socio della R. Accademia di Medicina, Presidente della R. Accademia di Agricoltura di Torino e della Società botanica italiana, Socio corrispondente del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, dell'Accademia delle Scienze del R. Istituto di Bologna, della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Modena, della Società di Scienze naturali di Mosca, della *Royal Botanical Society* di Edinburgh, della Società Veneto-Trentina, della Società Antonio Alzate di Mexico, ecc., Comm. ♔, *Officier du mérit agricole. — Torino, Orto Botanico della R. Università (al Valentino).*
10 marzo 1901 - 16 marzo 1901. — Pensionato 15 dicembre 1910.

Grassi (Guido), Professore ordinario di Elettrotecnica e Direttore della scuola Galileo Ferraris nel R. Politecnico di Torino, Socio ordinario della R. Accademia di Scienze fisiche e matematiche di Napoli, dell'Accademia Pontaniana e del R. Istituto d'incoraggiamento di Napoli, Corrispondente della R. Accademia dei Lincei, Membro della Commissione superiore metrica al Ministero di Agricoltura, Industr. e Comm., Membro del Consiglio Superiore dei servizi elettrici al Ministero delle Poste e Telegrafi, Uff. ✻, Comm. ♔. — *Torino, Via Cernaia, 40.*
9 febbraio 1902 - 23 febbraio 1902. — Pensionato 30 novembre 1911.

Somigliana (nob. Carlo), Dottore in Matematiche, Professore ordinario di Fisica matematica e incaricato di Meccanica razionale nella R. Università di Torino, rappresentante dell'Accademia nel Consiglio amministrativo del R. Politecnico di Torino, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio nazionale della Società italiana delle Scienze (detta dei XL) e corrispondente del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, ✻, Comm. ♔. — *Corso Vinzaglio, 75.*
5 marzo 1905 - 27 aprile 1905. — Pensionato 20 luglio 1913.

Panetti (Modesto), Dottore in Matematica, Ingegnere, Professore di meccanica applicata alle macchine e di Costruzioni Aeronautiche nel R. Politecnico di Torino, Comm. ♔, cav. ✻. — *Via S Francesco da Paola, 36.*
24 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915. — Pensionato 27 aprile 1919.

Ponzio (Giacomo), Dottore in Chimica, Professore ordinario di chimica generale, Direttore dell'Istituto di chimica generale della R. Università di Torino. — *Torino, Corso Massimo d'Azeglio, 48.*
10 marzo 1918 - 21 marzo 1918.

Sacco (Federico) Dottore in Scienze, Professore ordinario di Geologia applicata e Direttore del Museo geo-mineralogico nel R. Politecnico di Torino, Professore incaricato di Paleontologia nella R. Università; Socio della R. Accademia d'Agricoltura di Torino; Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei, dell'Ateneo di Brescia e della *Geological Society* di Londra; Membro onorario della *Société belge de Géologie, de Paléontologie et d'Hydrologie*; Membro del R. Comitato geologico italiano. Comm. ♔. — *Torino, Corso Vittorio Emauuele II, n° 18.*
10 marzo 1918 - 21 marzo 1918.

Majorana (Quirino), Dottore in fisica, Ingegnere, Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei, Professore ordinario di Fisica sperimentale nel R. Politecnico di Torino, Comm. ✻ e ♔. — *Torino, Corso Duca di Genova, 1.*
10 marzo 1918 - 21 marzo 1918.

ACCADEMICI NAZIONALI NON RESIDENTI

Volterra (Vito), Senatore del Regno, Dottore in Fisica, Dottore onorario in Matematiche della Università Fridericiana di Christiania, Dottore onorario in Scienze della Università di Cambridge, Dottore onorario in Filosofia della Università di Stockholm, Dottore onorario in Fisica della *Clark University* di Worcester (Mass.), Dottore *honoris causa* della Sorbona (Università di Parigi), Professore di Fisica matematica, incaricato di Meccanica superiore, Direttore del Seminario Matematico della Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali nella R. Università di Roma, Professore d'analisi all'Università di Stockholm (1906), *Professeur agréé à la Sorbonne* (1912), *Louis Clark Vanuxem lecturer* (1912) all'Università di Princeton N. J., *Hitchkok lecture* (1919) all'Università di California, Berkeley, Cal., Presidente della Società Italiana delle Scienze (detta dei XL), Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Accademico corrispondente della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Socio corrispondente del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Socio corrispondente della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Modena, Socio onorario del l'Accademia Gioenia di Scienze naturali di Catania, Membro nazionale della Società degli Spettroscopisti italiani, Membro straniero della Società Reale di Londra, Membro della Royal Institution of Great Britain (Londra), Associato straniero dell'Istituto di Francia (già Socio corrispondente nella Sezione di Geometria dell'Accademia delle Scienze di Parigi), Membro straniero nella Classe di Matematica pura della Reale Accademia Svedese delle scienze, Membro onorario straniero della Società Reale di Edimburgo, Membro straniero dell'Accademia nazionale delle Scienze (Stati Uniti d'America, Washington), Membro straniero della *American Philosophical Society for Promoting Useful Knowledge* di Philadelphia (Pa), Membro ordinario della Società Reale delle Scienze di Upsala, Associato della Sezione di Scienze matematiche e fisiche dell'Accademia Reale delle Scienze, Lettere e Belle Arti del Belgio, Membro corrispondente della Accademia delle Scienze di Pietrogrado, Membro onorario dell'Accademia Rumena di Bucarest, Membre du Bureau della Società matematica di Francia, Membro onorario della Società Matematica di Londra, Membro onorario della Società matematica di Kharkow, Membro onorario della Società matematica di Calcutta, *Membre du Bureau* della Società fisica di Francia, Membro onorario della Società di Scienze fisiche e naturali di Bordeaux, Membro corrispondente della Società Scientifica di Buenos Aires, Membro onorario dell'*Harvard Mathematical Club* in Cambridge (Mass.), Vice-Presidente del R. Comitato Talassografico italiano, Presidente della R. Commissione tecnica per gl'Istituti di Previdenza, Presidente dell'Associazione Italiana per l'Intesa intellettuale fra i paesi alleati ed amici, ecc., ☼, ✠, ▭. — *Roma, Via in Lucina, 17.*
3 febbraio 1895 - 11 febbraio 1895.

Bianchi (Luigi), Professore di Geometria analitica nella R. Università di Pisa, Socio ordinario della R. Accademia dei Lincei e della Società Italiana delle Scienze, detta dei XL; Socio corrispondente dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli, dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna e del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere in Milano, ✠, ⚜, ✠. — *Pisa, Via Manzoni, 3.*
13 febbraio 1898 - 24 febbraio 1898.

Golgi (Camillo), Senatore del Regno, Presidente del Consiglio Superiore di Sanità, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei di Roma, Dottore in Scienze *ad honorem* dell'Università di Cambridge, Membro onorario dell'Università Imperiale di Charkoff, uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Membro della Società per la Medicina interna di Berlino, Membro onorario della Imp. Accademia Medica di Pietrogrado, della Società di Psichiatria e Neurologia di Vienna, Socio corrispondente onorario della *Neurological Society* di Londra, Membro corrispondente della *Société de Biologie* di Parigi, Membro dell'*Academia Caesarea Leopoldino-Carolina*, Socio della R. Società delle Scienze di Gottinga e delle Società Fisico-mediche di Würzburg, di Erlangen, di Gand, Membro della Società Anatomica, Socio nazionale della R. Accademia delle Scienze di Bologna, Socio corrispondente dell'Accademia di Medicina di Torino, Socio onorario della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Padova, Socio corrispondente dell'Accademia Medico-fisica Fiorentina, della R. Accademia delle Scienze mediche di Palermo, della Società Medico-chirurgica di Bologna, Socio onorario della R. Accademia Medica di Roma, Socio onorario della R. Accademia Medico-chirurgica di Genova, Socio corrispondente dell'Accademia Fisiocritica di Siena, dell'Accademia Medico-chirurgica di Perugia, della *Societas medicorum Svecana* di Stoccolma, Membro onorario dell'*American Neurological Association* di New-York, Socio onorario della *Royal Microscopical Society* di Londra, Membro corrispondente della R. Accademia di Medicina del Belgio, Membro onorario della Società Freniatrica italiana e dell'Associazione Medico-Lombarda, Socio onorario del Comizio Agrario di Pavia, Professore ordinario di Patologia generale e di Istologia nella R. Università di Pavia, Membro effettivo del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Membro onorario dell'Università di Dublino, Socio corrispondente della Società Medica di Batavia, Membro straniero dell'Accademia di Medicina di Parigi, Membro onorario dell'Imperiale Società degli alienisti e neurologi di Kazan, Socio emerito della R. Accademia Medico-Chirurgica di Napoli, Socio corrispondente dell'Imp. Accademia delle Scienze di Vienna, Socio onorario della R. Società dei Medici in Vienna, Comm. ✠, Gr. Cr., Gr. Cord., ⚜, Cav. ✠. — *Pavia, Corso Vitt. Eman. 77.*
13 febbraio 1898 - 24 febbraio 1898.

Righi (Augusto), Senatore del Regno, Dottore, Professore ordinario di Fisica, Incaricato dell'insegnamento della Fisica per i Medici, Farmacisti e Veterinari nella R. Università di Bologna, Membro (Benedettino) della

Accademia delle Scienze del R. Istituto di Bologna, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio corrispondente del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, dell'Accademia di Padova, della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Modena, dell'Accademia di Scienze naturali ed economiche di Palermo, dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali di Catania, Membro della Società degli Spettroscopisti Italiani, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Dottore in Filosofia *honoris causa* dell'Università di Gottinga, di Erlangen, Membro corrispondente dell'Accademia di Parigi, dell'Accademia delle Scienze di Pietrogrado, di Lund, dell'Accademia Olandese di Haarlem e della Società Reale delle Scienze di Upsala, Membro onorario della *Philosophical Society* di Cambridge, della Società Reale di Edinburgo, della *Royal Institution* della Gran Bretagna, della Società Antonio Alzate del Messico, della Società di Scienze naturali di Mosca, della Società di Fisica di Ginevra, Uno dei 12 Soci onorari della Società Fisica di Londra, Membro straniero della R. Società delle Scienze di Gottinga, Membro onorario dell'*Istitution Electrical Enginers* di Londra, Comm. ✠, Gr. Uff. ✠, ✠. — *Bologna, Via Irnerio, 46.*
24 gennaio 1915 – 14 febbraio 1915.

Taramelli (Torquato), Dottore, Professore ordinario di Geologia e Incaricato di Paleontologia nella R. Università di Pavia, Membro del R. Comitato Geologico e del R. Consiglio di Meteorologia e Geodinamica, Socio ordinario del Comizio Agrario di Pavia, Membro effettivo del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Socio degli Atenei di Brescia e Bergamo, delle Accademie di Udine, di Verona e di Spoleto, della Società Agraria Istriana, della Società dei Naturalisti di Modena, della R. Accademia dei Georgofili di Firenze, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, dell'Accademia delle Scienze della Società Reale di Napoli, dell'Accademia delle Scienze del R. Istituto di Bologna, dell'I. R. Accademia delle Scienze di Rovereto, Socio onorario delle Società Alpine di Udine e di Trento, dell'I. R. Istituto geologico di Vienna, della Società Reale delle Scienze del Belgio, della Società Elvetica di Scienze naturali, della Società di Scienze naturali di Filadelfia, Gr. Uff. ✠, ✠, Cav. ✠. — *Pavia, Via Volta, 24.*
24 gennaio 1915 – 14 febbraio 1915.

Bertini (Eugenio), Dottore, Professore ordinario di Geometria superiore nella R. Università di Pisa, Professore onorario dell'Università di Pavia, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Membro effettivo del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Lucca, ✠, ✠. — *Pisa, Lungarno Mediceo, Palazzo Schiff.*
24 gennaio 1915 – 14 febbraio 1915.

Pirotta (Romualdo), Dottore, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, uno dei XL della Società italiana delle Scienze, Socio corrispondente

del Reale Istituto Lombardo di scienze e lettere e dell'Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti, Professore ordinario di Botanica e Direttore del R. Istituto e Orto Botanico dell'Università di Roma, Comm. ✠. — *Roma, Via Milano, 41, Istituto Botanico.*
24 gennaio 1915 – 14 febbraio 1915.

Ròiti (Antonio), Dottore, Professore emerito del R. Istituto di Studi superiori in Firenze, Vice Presidente della R. Accademia dei Lincei. — *Roma, Lungotevere Farnesina, 2.*
24 gennaio 1915 – 14 febbraio 1915.

ACCADEMICI STRANIERI

Klein (Felice), Professore nell'Università di Göttingen. — 10 gennaio 1897 - 24 gennaio 1897.

Noether (Massimiliano), Prof. nell'Università di Erlangen. — 15 maggio 1910 - 12 giugno 1910.

Thomson (John Joseph), Professore nell'Università di Cambridge. — Id. id.

CORRISPONDENTI

Sezione di Matematiche pure.

Cantor (Maurizio), Professore nell'Università di Heidelberg. — 25 giugno 1876.
Schwarz (Ermanno A.), Professore nella Università di Berlino. — 19 dicembre 1880.
Jordan (Camillo), Professore nel Collegio di Francia, Membro dell'Istituto di Francia (Parigi). — 12 gennaio 1896.
Mittag-Leffler (Gustavo), Professore all'Università di Stoccolma. — Id. id.
Picard (Emilio), Professore alla Sorbonne, Membro dell'Istituto di Francia (Parigi). — 10 gennaio 1897.
Castelnuovo (Guido), Prof. nella R. Università di Roma. — 17 aprile 1898.
Zeuthen (Gerolamo Giorgio), Professore nella Università di Copenhagen. — 14 giugno 1903.
Hilbert (Davide), Prof. nell'Università di Göttingen. — Id. id.
Enriques (Federico), Prof. nell'Università di Bologna. — 15 maggio 1910.
Berzolari (Luigi), Professore nella R. Università di Pavia. — 24 febbr. 1918.
Marcolongo (Roberto), Professore nella R. Università di Napoli. — Id. id.
Pincherle (Salvatore), Professore nella R. Università di Bologna. — Id. id.
Ricci-Curbastro (Gregorio), Professore nella R. Università di Padova. — Id. id.
Severi (Francesco), Professore nella R. Università di Padova. — Id. id.

Sezione di Matematiche applicate, Astronomia e Scienza dell'ingegnere civile e militare.

Ewing (Giovanni Alfredo), Professore nell'Università di Edinburg. — 27 maggio 1894.
Celoria (Giovanni), Senatore del Regno, Direttore dell'Osservatorio di Milano. — 12 gennaio 1896.
Cerulli (Vincenzo), Direttore dell'Osservatorio Collurania, Teramo. — 15 maggio 1910.
Boussinesq (Valentino), Membro dell'Istituto di Francia, Professore nella Università di Parigi. — Id. id.
Levi-Civita (Tullio), Professore nella R. Università di Padova. — Id. id.
Albenga (Giuseppe), Professore nella R. Università di Bologna. — 24 febbraio 1918.
Colonnetti (Gustavo), Professore nella R. Università di Pisa. — Id. id.
Maggi (Gian Antonio), Professore nella R. Università di Pisa. — Id. id.
Mesnager (Agostino), Professore e Direttore dei Laboratori della Scuola Nazionale dei Ponti e Strade. Parigi. — 29 dicembre 1918.

Sezione di Fisica generale e sperimentale.

Lippmann (Gabriele), dell'Istituto di Francia (Parigi). — 15 maggio 1892.
Röntgen (Guglielmo Corrado), Professore nell'Università di München. — 14 giugno 1903.
Lorentz (Enrico), Professore dell'Università e Curatore del Laboratorio Teyler di Haarlem. — 14 giugno 1903.
Garbasso (Antonio), Professore nel R. Istituto di Studi superiori di Firenze. — 15 maggio 1910.
Neumann (Carlo), Professore nell'Università di Lipsia. — Id. id.
Zeeman (P.), Professore nell'Università di Amsterdam. — Id. id.
Cantone (Michele), Professore nell'Università di Napoli. — Id. id.
Corbino (Orso Mario), Professore nella R. Università di Roma. — 24 febbraio 1918.
Lombardi (Luigi), Professore nel Politecnico di Napoli. — Id. id.
Marconi (Guglielmo), Dottore in scienze, Londra. — Id. id.
Palazzo (Luigi), Direttore del R. Ufficio Centrale di Meteorologia e Geodinamica. — Id. id.

Sezione di Chimica generale ed applicata.

Paternò (Emanuele), Senatore del Regno, Professore nella R. Università di Roma. — 2 gennaio 1881.
Körner (Guglielmo), Professore nella R. Scuola superiore d'Agricoltura in Milano. — Id. id.
Dewar (Giacomo), Professore nell'Università di Cambridge. — 14 giugno 1903.
Ciamician (Giacomo), Senatore del Regno, Professore nell'Università di Bologna. — Id. id.
Ostwald (Dr. Guglielmo), Gross Bothen (Sachsen). — 5 marzo 1905.
Arrhenius (Svante Augusto), Professore e Direttore dell'Istituto Fisico dell'Università di Stoccolma. — Id. id.
Nernst (Walter), Professore nell'Università di Berlino. — Id. id.
Haller (Albin), Membro dell'Istituto di Francia, Professore nell'Università di Parigi. — 15 maggio 1910.
Willstätter (Richard), Professore, Institut, Berlin. — Id. id.
Engler (Carlo), Professore nella Scuola superiore tecnica di Karlsruhe. — Id. id.
Angeli (Angelo), Professore nel R. Istituto di Studi superiori e di Perfezionamento di Firenze. — 24 febbraio 1918.
Le Chatelier (Enrico Luigi), dell'Istituto di Francia, Parigi. — Id. id.
Nasini (Raffaele), Professore nella R. Università di Pisa. — Id. id.
Piutti (Arnaldo), Professore nella R. Università di Napoli. — Id. id.
Bruni (Giuseppe), R. Politecnico di Milano. — 15 giugno 1919.

Sezione di Mineralogia, Geologia e Paleontologia.

Capellini (Giovanni), Senatore del Regno, Professore nella R. Università di Bologna. — 12 marzo 1882.
Tschermak (Gustavo), Professore nell'Università di Vienna. — 8 febbraio 1885.
Geikie (Sir Arcibaldo), Direttore del Museo di Geologia pratica. — Londra, 3 dicembre 1895.
Liebisch (Teodoro), Professore nell'Università di Gottinga. — 28 gennaio 1898.
Groth (Paolo Enrico), Professore nell'Università di Monaco. — 13 febbraio 1898.
Issel (Arturo), Professore nella R. Università di Genova. — 14 giugno 1903.
Goldschmidt (Viktor), Professore nell'Univ. di Heidelberg. — 5 marzo 1905.
Suess (Franc. Edoardo), Professore nella " Deutsche Technische Hochschule „ di Praga. — Id. id.
Haug (Emilio), Professore nell'Università di Parigi. — Id. id.
Lacroix (Alfredo), Membro dell'Istituto di Francia, Professore al Museo di Storia naturale di Parigi. — 15 maggio 1910.
Kilian (Carlo), Professore nell' Università di Grenoble. — Id. id.
Artini (Ettore), Professore e Direttore del Museo Civico di Storia Naturale di Milano. — 24 febbraio 1918.
Brugnatelli (Luigi), Professore nella R. Università di Pavia. — Id. id.
Dal Piaz (Giorgio), Professore nella R. Università di Padova. — Id. id.
De Stefani (Carlo), Professore nel R. Istituto di Studi superiori e di Perfezionamento in Firenze. — Id. id.

Sezione di Botanica e Fisiologia vegetale.

Saccardo (Andrea), Professore nella R. Università di Padova. — 8 febbraio 1885.
Goebel (Carlo), Professore nell'Università di Monaco. — 13 febbraio 1898.
Penzig (Ottone), Professore nell'Università di Genova. — Id. id.
Wiesner (Giulio), Professore nell'Univ. di Vienna. — 14 giugno 1903.
Klebs (Giorgio), Professore nell'Università di Halle. — Id. id.
Mangin (Luigi), Membro dell' Istituto di Francia, Professore al Museo di Storia naturale di Parigi. — 15 maggio 1910.
De Vries (Ugo), Professore nella Università di Amsterdam. — 13 genn. 1918.
Bower (Federico Orpen), Professore nella Università di Glasgow. — 24 febbraio 1918.
De Toni (Giovanni Battista), Professore nella R. Università di Modena. — Id. id.

Sezione di Zoologia, Anatomia e Fisiologia comparata.

Waldeyer (Guglielmo), Professore nell' Università di Berlino. — 1° dicembre 1889.
Roux (Guglielmo), Professore nell'Università di Halle. — 13 febbraio 1898.

Boulenger (Giorgio Alberto), Assistente al Museo di Storia naturale di Londra. — 28 gennaio 1900.

Marchand (Felice), Professore nell'Università di Leipzig. — 14 giugno 1903.

Weismann (Augusto), Professore nell'Università di Freiburg i. Br. (Baden). — 5 marzo 1905.

Lankester (Edwin Ray), Direttore del *British Museum of Natural History*. — Id. id.

Ramôn y Cajal (Santiago), Professore nell' Università di Madrid. — 15 maggio 1910.

Kossel (Albrecht), Professore nell'Università di Heidelberg. — Id. id.

Albertoni (Pietro), Professore nella Università di Bologna. — 24 febbr. 1918.

Bovero (Alfonso), Professore alla Facoltà di Medicina, S. Paolo del Brasile. — Id. id.

Chiarugi (Giulio), Professore nel R. Istituto di Studi superiori e di Perfezionamento. — Id. id.

Grassi (Giovanni Battista), Professore nella R Università di Roma. — Id. id.

Vialleton (L.), Professore di Anatomia Microscopica, Montpellier. — Id. id.

Rosa (Daniele), Professore nella R. Università di Modena. — Id. id.

CLASSE DI SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Direttore.

Boselli (S. E. Paolo), Primo Segretario di S. M. per l'Ordine Mauriziano e Cancelliere dell'Ordine della Corona d'Italia, Dottore aggregato alla Facoltà di Giurisprudenza della R. Università di Genova, già Professore nella R. Università di Roma, Professore onorario della R. Università di Bologna, Presidente dell'Istituto Storico Italiano, Presidente del Consiglio degli Archivi, Socio corrispondente del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, della Classe di scienze morali della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, della R. Accademia delle Scienze di Modena, Socio onorario della Società Minerva di Trieste, Membro onorario nazionale dell'Istituto di Storia del Diritto Romano della R. Università di Catania, Socio corrispondente dell'Ateneo di Brescia, Socio corrispondente dell'Accademia dei Georgofili, Presidente della R. Deputazione di Storia Patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, Presidente della Società di Storia Patria di Savona, Socio onorario della Società Ligure di Storia Patria, Socio onorario dell'Accademia di Massa, Socio della R. Accademia di Agricoltura, Corrispondente dell'Accademia Dafnica di Acireale, Presidente onorario della Società di Storia Patria degli Abruzzi in Aquila, Presidente del Consiglio Centrale della Società *Dante Alighieri*, Presidente del Consiglio di Amministrazione del R. Politecnico di Torino, Presidente del Consiglio Superiore della Marina Mercantile, Deputato al Parlamento nazionale, Presidente del Consiglio Provinciale di Torino, Presidente del Comitato Nazionale per la Storia del Risorgimento, Cav. O. S. SS. A., Gr. Cord. ❋ e ♛, Gr. Cr. della L. d'O. di Francia, Gr. Cord. dell'Ordine di Danilo del Montenegro, dell'Ordine del Sole Levante del Giappone, Gr. Uffiz. O. di Leopoldo del Belgio, Uffiz. della Cor. di Pr., e C. O. della Concezione del Portogallo. — *Torino, Piazza Maria Teresa, 3.*

Rieletto alla carica il 4 maggio 1919 per il triennio dal 20 aprile 1919 al 19 aprile 1922.

Segretario.

Stampini (Ettore), Dottore in Lettere ed in Filosofia, Professore ordinario di Letteratura latina, Direttore della Biblioteca e già Preside della Facoltà di Filosofia e Lettere nella R. Università di Torino, Socio corrispondente del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, della R. Accademia Peloritana di Messina, dell'Ateneo di Brescia, della R. Accademia Virgiliana di Scienze, Lettere ed Arti di Mantova, della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Padova, Socio onorario dell'Accademia di Agricoltura, Scienze, Lettere di Verona, Direttore della Rivista di Filologia e d'Istruzione classica, già Membro del Consiglio e della Giunta Superiore dell'Istruz. Pubblica, Decorato della Medaglia del Merito Civile di 1ª Classe della Repubblica di S. Marino, Uff. ✠, Comm. ♛. — *Piazza Vittorio Veneto, 10.*

Rieletto alla carica il 4 maggio 1919 per il triennio dal 20 aprile 1919 al 19 aprile 1922.

ACCADEMICI RESIDENTI

Boselli (Paolo), *predetto.*
15 gennaio 1888 - 2 febbraio 1888. — Pensionato 13 ottobre 1897.

Pizzi (Nobile Italo), Dottore in Lettere, Professore ordinario di Persiano e Sanscrito nella R. Università di Torino, Socio corrispondente della Società Colombaria di Firenze, Dottore onorario dell'Università di Lovanio, Socio corrispondente dell'Ateneo Veneto, dell'Accademia Petrarchesca d'Arezzo, dell'Accademia Dafnica di Acireale, dell'Accademia dell'Arcadia di Roma, dell'Accademia Reale di Napoli, dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, della R. Accademia Peloritana di Messina, ✠, ♛. — *Torino, Corso Vittorio Emanuele, 16.*
8 gennaio 1899 - 22 gennaio 1899. — Pensionato 16 giugno 1907.

De Sanctis (Gaetano), Dottore in Lettere, Professore ordinario di Storia antica nella R. Università di Torino, Socio ordinario della Pontificia Accademia romana di Archeologia, ✠ e ♛. — *Torino, Corso Vittorio Emanuele, 44.*
21 giugno 1903 - 8 luglio 1903. - Pensionato 15 febbraio 1912.

Ruffini (Francesco), *predetto.*
21 giugno 1903 - 8 luglio 1903. — Pensionato 19 giugno 1913.

Stampini (Ettore), *predetto.*
20 maggio 1906 - 9 giugno 1906. — Pensionato 24 gennaio 1915.

Brondi (Vittorio), Dottore in Giurisprudenza, Professore ordinario di Diritto amministrativo e Scienza dell'Amministrazione nella R. Università di Torino, Membro del Consiglio superiore della Pubblica Istruzione e della Sezione della Giunta per l'Istruzione primaria e popolare, Socio corrispondente onorario del Circolo di Studi sociali di Firenze, Membro della Società internazionale per lo studio delle questioni di assistenza (Parigi), Membro della Commissione per il dopo guerra, Comm. ✻ e ✠. — *Torino, Via Montebello, 26.*

17 febbraio 1907 - 19 aprile 1907. — Pensionato 4 febbraio 1917.

Sforza (Conte Giovanni), Accademico della Crusca, Vice-Presidente della R. Deputazione di Storia patria di Modena per la Sotto-Sezione di Massa e Carrara, Socio effettivo di quelle delle antiche Provincie e della Lombardia, di Parma e Piacenza, e della Toscana, Socio onorario della R. Deputazione Veneta di Storia patria, Corrispondente della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Modena, dell'Ateneo di Brescia, della Società Ligure di Storia patria, della R. Accademia Lucchese, Socio onorario della R. Accademia di Belle Arti di Carrara e della Società Lunigianese *Giovanni Capellini* per la storia naturale della regione, Membro d'onore dell'*Académie Chablaisienne* di Thonon-les-Bains, Membro aggregato dell'*Académie des Sciences, Belles Lettres et Arts de Savoie,* Socio della R. Commissione per i testi di lingua, Membro della Commissione Araldica Piemontese, della Società di Storia patria di Vignola, della Commissione municipale di Storia patria e belle arti della Mirandola, della Commissione Senese di Storia patria e della Società storica di Carpi, Corrispondente della R. Accademia Valdarnese del Poggio in Montevarchi, della Società Georgica di Treia, della Colombaria di Firenze, e del Comitato nazionale per la Storia del Risorgimento italiano, Socio effettivo della Società Piemontese di Archeologia e Belle Arti, Presidente onorario della R. Accademia dei Rinnovati di Massa, Membro del Consiglio degli Archivi di Stato del Regno, Gr. Uff. ✠, Comm. ✻, Gr. Uff. del Medjidiè. — *Via S. Dalmazzo, 24.*

17 febbraio 1907 - 19 aprile 1907. — Pensionato 13 dicembre 1917.

Einaudi (Luigi), Senatore del Regno, Dottore in Giurisprudenza, Professore di Scienza delle finanze e Diritto finanziario nella R. Università di Torino ed Incaricato di Economia e Legislazione industriale nel R. Politecnico di Torino, Membro della Regia Deputazione sovra gli Studi di Storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei e di quella dei Georgofili, Socio onorario del *Cobden Club* di Londra, Membro del Comitato centrale e della Commissione esecutiva del Consorzio nazionale. — *Torino, Piazza Statuto, 16.*

10 aprile 1910 - 1° maggio 1910. — Pensionato 13 dicembre 1917.

Baudi di Vesme (Alessandro dei conti), Dottore in Giurisprudenza, Soprintendente alle Gallerie ed ai Musei medioevali, ecc. del Piemonte e della

Liguria, Direttore della R. Pinacoteca di Torino, Segretario della R. Deputazione sovra gli Studi di Storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia. — *Via dei Mille, 54.*
10 aprile 1910 - 1° maggio 1910. — Pensionato 4 luglio 1918.

Schiaparelli (Ernesto), Dottore in Lettere, Professore incaricato di Egittologia nella R. Università di Torino, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Corrispondente del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Membro onorario dell'Istituto Khediviale egiziano e della Società Asiatica di Francia, della Società di Archeologia biblica di Londra, Direttore del R. Museo di Antichità di Torino, Soprintendente dei Musei e Scavi di antichità per il Piemonte e la Liguria, Uff. ❋, Comm. ✠.
10 aprile 1910 - 1° maggio 1910. — Pensionato 11 luglio 1918.

Patetta (Federico), Dottore in Giurisprudenza, Professore di Storia del Diritto italiano nella R. Università di Torino, Socio effettivo della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Modena, Membro della R. Deputazione sovra gli Studi di Storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, Socio corrispondente della R. Deputazione di Storia patria per l'Umbria e della R. Deputazione di Storia patria per le Provincie Modenesi, Socio fondatore della Commissione Senese di Storia patria, Socio effettivo della Società Piemontese di Archeologia e Belle Arti, Comm. ✠. — *Via S. Massimo, 44.*
3 maggio 1914 – 11 giugno 1914. — Pensionato 27 ottobre 1918.

Vidari (Giovanni), Dottore in Lettere e in Filosofia, Professore ordinario di Pedagogia e già Preside della Facoltà di Filosofia e Lettere, Rettore della R. Università di Torino, Membro del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei e dell'Ateneo di Brescia, Uff. ❋, Gr. Uff. ✠, Comm. dell'Ordine di Danilo del Montenegro. — *Via Valeggio, 15.*
31 gennaio 1915 – 14 febbraio 1915.

Prato (Giuseppe), *predetto.*
31 gennaio 1915 – 14 febbraio 1915.

Cian (Vittorio), Dottore in Lettere, Professore ordinario di Letteratura italiana nella R. Università di Torino, Socio corrispondente del R. Istituto Veneto e del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Membro effettivo della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia e di quella di Venezia, Cav. Uff. ✠. — *Via G. Berchet, 2.*
20 maggio 1917 – 10 giugno 1917.

Pacchioni (Giovanni), Dottore in Giurisprudenza, Professore ordinario di diritto romano nella R. Università di Torino, già Professore ordinario di diritto romano nella Università di Innsbruck, Socio corrispondente della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Modena e dell'Accademia degli Agiati di Rovereto, ✠. — *Via Cibrario, 54.*
20 maggio 1917 – 10 giugno 1917.

Valmaggi (Luigi), Dottore in Lettere, Professore ordinario di Grammatica greca e latina e Preside della Facoltà di Filosofia e Lettere nella R. Università di Torino, Socio corrispondente dell'Accademia Properziana del Subasio in Assisi, della R. Accademia Virgiliana di Mantova, della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Padova, Comm. ✠. — *Via S. Secondo, 31.*
20 maggio 1917 - 10 giugno 1917.

ACCADEMICI NAZIONALI NON RESIDENTI

Comparetti (Domenico), Senatore del Regno, Professore emerito dell'Università di Pisa e del R. Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, della R. Accademia delle Scienze di Napoli, Socio corrispondente dell'Accademia della Crusca, del Reale Istituto Lombardo e del R. Istituto Veneto, Membro della Società Reale pei testi di lingua, Socio straniero dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere) e corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Monaco, di Vienna, di Copenhagen e di Pietrogrado, Dottore *ad honorem* delle Università di Oxford, di Cracovia e di Atene, ✠, Uff. ✠, Comm. ✠. — *Firenze, Via Lamarmora, 20.*
20 marzo 1892 - 26 marzo 1892.

Scialoja (Vittorio), Senatore del Regno, Dottore in Giurisprudenza, Professore ordinario di Diritto romano nella R. Università di Roma, Professore onorario della Università di Camerino, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei e corrispondente delle RR. Accademie di Napoli, di Bologna, di Modena e di Messina, Socio onorario della R. Accademia di Palermo, ecc., Gr. Cr. ✠ e ✠. — *Roma, Piazza Grazioli, 5.*
29 marzo 1903 - 9 aprile 1903.

Rajna (Pio), Dottore in Lettere, Dottore *honoris causa* dell'Università di Giessen, Professore ordinario di Lingue e Letterature neo-latine nel R. Istituto di Studi superiori di Firenze, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Accademico residente della Crusca, Socio ordinario non residente della Società Reale di Napoli, Socio ordinario e Vicepresidente della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria per la Toscana, Socio Urbano della Società Colombaria, Socio onorario della R. Accademia di Padova, della Società Dantesca americana, della *New Language Association of America,* della *Société néophilologique* dell'Università di Pietrogrado, Socio corrispondente del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto, dell'Ateneo Veneto, della R. Accademia di Palermo, della R. Accademia delle Scienze di Berlino, della

R. Società delle Scienze di Göttingen, dell'Istituto di Francia (Académie des Inscriptions et Belles-Lettres), della Società Reale di Scienze e Lettere di Göteborg, dell'Accademia R. Lucchese, ♱, Uff. ✻, Gr. Uff. ♔. — *Firenze, Piazza d'Azeglio, 13.*
29 marzo 1903 - 9 aprile 1903.

Guidi (Ignazio), Senatore del Regno, Professore emerito di Ebraico e di Lingue semitiche comparate nella R. Università di Roma, Socio e Segretario della Classe di scienze morali, storiche e filologiche della R. Accademia dei Lincei, ♱, Uff. ✻, ♔, C. O. St. P. di Svezia. — *Roma, Botteghe Oscure, 24.*
12 aprile 1908 - 14 maggio 1908.

Pigorini (Luigi), Senatore del Regno, Direttore dei Musei Preistorico e Etnografico, Professore emerito di Paleoetnologia nella R. Università di Roma, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei ♱, Comm. ✻, Gr. Uff. ♔. — *Roma, Via del Collegio Romano, 26.*
12 aprile 1908 - 14 maggio 1908.

D'Ovidio (Francesco), Senatore del Regno, Professore ordinario di Storia comparata delle letterature neo-latine nella R. Università di Napoli, Socio ordinario della Società Reale di Napoli, Socio nazionale e Presidente della R. Accademia dei Lincei, Accademico della Crusca, Socio corrispondente del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'Ateneo di Brescia, Socio straniero della *Dante Society* d'America, ♱, Comm. ✻ e ♔. — *Napoli, Largo Latilla, 6.*
31 gennaio 1915 – 14 febbraio 1915.

Sabbadini (Remigio), Professore ordinario di Letteratura latina nella R. Accademia scientifico-letteraria di Milano, Professore onorario della R. Università di Catania, Membro della Commissione per l'edizione nazionale delle opere del Petrarca, Membro effettivo del Reale Istituto Lombardo di scienze e lettere, Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei, ♔. — *Milano, Foro Bonaparte, 52.*
23 giugno 1918 – 11 luglio 1918.

Salvioni (Carlo), Professore ordinario di Storia comparata delle lingue classiche e neo-latine nella R. Accademia scientifico-letteraria di Milano, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio effettivo e Vicepresidente del Reale Istituto Lombardo di scienze e lettere, Socio corrispondente della R. Accademia della Crusca, della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Padova, della Società storica Friulana. — *Milano Via Ariosto, 4.*
23 giugno 1918 – 11 luglio 1918.

Pareto (Marchese Vilfredo), Professore di Sociologia nell'Università di Lausanne (Svizzera).
23 giugno 1918 – 11 luglio 1918.

Salandra (Antonio), Deputato al Parlamento, Dottore in Giurisprudenza, Professore ordinario di Diritto amministrativo nella R. Università di Roma, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Cavaliere dell'Ordine supremo della SS. Annunziata, ✠, Gr. Cord. ✻ e ✠, ecc. — *Roma, Via Girolamo Fracastoro, 7.*
22 dicembre 1918 - 12 gennaio 1919.

ACCADEMICI STRANIERI

Brugmann (Carlo), Professore nell'Università di Lipsia. — 31 gennaio 1897 - 14 febbraio 1897.

Wundt (Guglielmo), Professore nell'Università di Lipsia. — 29 marzo 1903 - 9 aprile 1903.

Duchesne (Luigi), Membro dell'Istituto di Francia, Direttore della Scuola Francese in Roma. — 12 aprile 1908 - 14 maggio 1908.

Mercier (Sua Eminenza Desiderato), Arcivescovo di Malines.
23 giugno 1918 - 11 luglio 1918.

Wilson (Woodrow Tommaso), già Professore e Rettore dell'Università di Princeton, Presidente della Repubblica degli Stati Uniti d'America.
23 giugno 1918 - 11 luglio 1918.

Nolhac (Pietro de), Professore nell'École pratique des hautes études di Parigi.
23 giugno 1918 - 11 luglio 1918.

Marshall (Alfredo), già Professore nell'Università di Cambridge (Inghilterra).
23 giugno 1918 - 11 luglio 1918.

CORRISPONDENTI

Sezione di Scienze Filosofiche.

Pinloche (Augusto), Prof. nella Scuola Politecnica di Parigi. — 15 marzo 1896.
Chiappelli (Alessandro), Senatore del Regno, Professore emerito della R. Università di Napoli. — Id. id.
Masci (Filippo), Senatore del Regno, Professore emerito della R. Università di Napoli. — 14 giugno 1903.
Zuccante (Giuseppe), Professore nella R. Accademia scientifico-letteraria di Milano. — 31 maggio 1908.
Gentile (Giovanni), Prof. nella R. Università di Roma. — 17 maggio 1914.
Martinetti (Pietro). Prof. nella R. Accademia scientifico-letteraria di Milano. — Id. id.
Bergson (Enrico Luigi), Membro dell'Istituto di Francia. — Id. id.
Varisco (Bernardino), Prof. nella R. Università di Roma. — 23 giugno 1918.

Sezione di Scienze Giuridiche e Sociali.

Schupfer (Francesco), Senatore del Regno, Professore nella R. Università di Roma. — 14 marzo 1886.
Gabba (Carlo Francesco), Senatore del Regno, Prof. emerito della R. Università di Pisa. — 3 marzo 1889.
Buonamici (Francesco), Senatore del Regno, Prof. emerito della R. Università di Pisa. — 16 marzo 1890.
Bonfante (Pietro), Prof. nella R. Università di Roma. — 21 giugno 1903.
Brandileone (Francesco), Professore nella R. Università di Bologna. — 10 giugno 1906.
Brini (Giuseppe), Prof. nella R. Università di Bologna. — Id. id.
Fadda (Carlo), Senatore del Regno, Prof. nella R. Università di Napoli. — Id. id.
Filomusi-Guelfi (Francesco), Senatore del Regno, Prof. emerito della R. Università di Roma. — Id. id.
Polacco (Vittorio), Senatore del Regno, Prof. nella R. Università di Roma. — Id. id.
Stoppato (Alessandro), Prof. nella R. Università di Bologna. — Id. id.
Iannaccone (Pasquale), Prof. nella R. Univ. di Torino. — 17 maggio 1914.
Montalcini (Camillo), Prof., Segretario generale degli uffizi amministrativi della Camera dei Deputati. — Id. id.
Ranelletti (Oreste), Professore nella R. Unive. di Napoli. — 23 giugno 1918.

Sezione di Scienze Storiche.

Birch (Walter de **Gray**), del Museo Britannico di Londra. — 14 marzo 1886.
Chevalier (Canonico Ulisse), Romans. — 26 febbraio 1893.
Bryce (Giacomo), Londra. — 15 marzo 1896.
Venturi (Adolfo), Professore nella R. Università di Roma. — 31 maggio 1908.
Luzio (Alessandro), Direttore del R. Archivio di Stato in Torino. — 31 maggio 1908.
Meyer (Edoardo), Prof. nell'Università di Berlino. — 17 maggio 1914.
Lippi (Silvio), Direttore dell'Archivio di Stato di Cagliari. — Id. id.

Sezione di Archeologia ed Etnografia.

Lattes (Elia), Membro del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Milano. — 14 marzo 1886.
Barnabei (Felice), Roma. — 28 aprile 1895.
Orsi (Paolo), Dirett. del Museo Archeologico di Siracusa. — 31 maggio 1908.
Patroni (Giovanni), Professore nella R. Università di Pavia. — Id. id.
Halbherr (Federico), Prof. nella R. Università di Roma. — 23 giugno 1918.
Marucchi (Orazio), Professore nella R. Università di Roma. — Id. id.
Paribeni (Roberto), Direttore del Museo Nazionale Romano (delle Terme). — Id. id.

Sezione di Geografia.

Bertacchi (Cosimo), Professore nella R. Univ. di Torino. — 31 maggio 1908.

Sezione di Linguistica e Filologia orientale.

Parodi (Ernesto Giacomo), Professore nel R. Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze. — 31 maggio 1908.
Nallino (Carlo Alfonso), Professore nella R. Università di Roma. — 23 giugno 1918.

Sezione di Filologia, Storia letteraria e Bibliografia.

Del Lungo (Isidoro), Senatore del Regno, Socio residente della R. Accademia della Crusca (Firenze). — 16 marzo 1890.
Rossi (Vittorio), Professore nella R. Università di Roma. — 21 giugno 1903.
Boffito (Giuseppe), Professore nel Collegio delle Querce in Firenze. — Id. id.

Biadego (Giuseppe), Bibliotecario della Biblioteca Civica di Verona. — 21 giugno 1903.
Vitelli (Gerolamo), Professore emerito nel R. Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze. — 31 maggio 1908.
Flamini (Francesco), Professore nella R. Università di Pisa. — Id. id.
Zuretti (Carlo Oreste), Professore nella R. Accademia scientifico-letteraria di Milano — 26 febbraio 1911.
Rostagno (Enrico), Professore nel R. Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze. — 23 giugno 1918.
Barbi (Michele), Professore nella R. Università di Messina. — Id. id.
Galletti (Alfredo), Prof. nella R. Università di Bologna. — Id. id.

MUTAZIONI

avvenute nel Corpo Accademico

dal 1° Gennaio al 31 Dicembre 1919

ELEZIONI

SOCI

Mattirolo (Oreste), nell'adunanza del 9 febbraio 1919 della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, riconfermato per un nuovo triennio quale rappresentante della Classe nella Commissione di vigilanza per la Biblioteca.

De Sanctis (Gaetano)
Patetta (Federico) . .
Cian (Vittorio) . . . .
Stampini (Ettore) . . eletti nell'adunanza del 2 marzo 1919 della Classe di scienze morali, storiche e filologiche per comporre, col Presidente, la Commissione per le onoranze che si preparano in occasione del VI centenario della morte di Dante Alighieri.

Guidi (Camillo) . . . .
Grassi (Guido). . . . .
Ponzio (Giacomo). . .
Majorana (Quirino). . eletti nell'adunanza del 9 marzo 1919 della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali per comporre la Commissione per la Conferenza interalleata della organizzazione scientifica.

Jadanza (Nicodemo) .
Salvadori (Tommaso) rieletti nell'adunanza della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali del 27 aprile 1919 quali rappresentanti della Classe nel Consiglio di Amministrazione dell'Accademia.

Naccari (Andrea), eletto Presidente dell'Accademia nell'adunanza delle Classi unite del 27 aprile 1919. Ne fu approvata l'elezione con D. L. del 12 giugno 1919.

Ruffini (Francesco), eletto Vice Presidente dell'Accademia nell'adunanza a Classi unite del 27 aprile 1919. Ne fu approvata l'elezione con D. L. del 12 giugno 1919.

Patetta (Federico) . .
Boselli (S. E. Paolo) .
De Sanctis (Gaetano)
Baudi di Vesme (Alessandro). . . . . eletti nell'adunanza del 13 aprile 1919 della Classe di scienze morali, storiche e filologiche per comporre, col Presidente, la Commissione per il Premio Gautieri di Storia (triennio 1916-1918).

Stampini (Ettore) . . } nominati nell'adunanza del 13 aprile 1919 per
De Sanctis (Gaetano) } rappresentare l'Accademia alla riunione accademica preparatoria interalleata per le ricerche d'archeologia, di filologia e di storia che si terrà a Parigi nel prossimo mese di maggio. In sostituzione del Socio Stampini, che rinunciò all'ufficio, fu nominato il Socio Brondi (Vittorio), il quale a sua volta fu sostituito dal Socio Patetta (Federico).

Boselli (S. E. Paolo), rieletto Direttore della Classe di scienze morali, storiche e filologiche nell'adunanza della stessa del 4 maggio 1919. Ne fu approvata l'elezione con D. L. del 12 giugno 1919.

Stampini (Ettore), rieletto Segretario della Classe di scienze morali, storiche e filologiche nell'adunanza della stessa Classe del 4 maggio 1919. Ne fu approvata l'elezione con D. L. del 12 giugno 1919.

Boselli (S. E. Paolo) . } nell'adunanza del 18 maggio 1919 della Classe di
Ruffini (Francesco) . . } scienze morali, storiche e filologiche nominati a far parte della Commissione per la celebrazione del sesto centenario della morte di Dante Alighieri.

Bruni (Giuseppe), eletto nell'adunanza del 15 giugno 1919 Socio corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Chimica generale ed applicata).

Somigliana (Carlo) . . } della Classe di scienze fisiche, matematiche e
Majorana (Quirino) . } naturali
Ruffini (Francesco) . . } della Classe di scienze morali, storiche e filologiche
Schiaparelli (Ernesto) }
eletti nell'adunanza delle Classi unite del 22 giugno 1919 per integrare la Commissione del Premio Bressa pel quadriennio 1915-1918.

Jadanza (Nicodemo) . } eletti della Classe di scienze fisiche, matematiche
Sacco (Federico) . . . } e naturali nella adunanza a Classi unite del 22 giugno 1919 per integrare la Commissione del Premio Vallauri del quadriennio 1915-1918 per le scienze fisiche.

MORTI

29 marzo 1919.

Fusari (Romeo), socio nazionale residente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

2 aprile.

Rasi (Pietro), socio corrispondente della Classe di scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Filologia, Storia letteraria e Bibliografia).

8 aprile.

Belli (Saverio), socio corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Botanica e Fisiologia vegetale).

30 giugno.

Rayleigh (Lord Giovanni Guglielmo), socio corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Fisica generale e sperimentale).

15 luglio.

Fischer (Emilio) socio corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Chimica generale applicata).

. . . . .

Schwendener (Simone), socio corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Botanica e Fisiologia vegetale).

10 agosto.

Haeckel (Ernesto), socio straniero della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

22 settembre 1919.

Dalla Vedova (Giuseppe), socio corrispondente della Classe di scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Geografia).

Settembre.

Baccarini (Pasquale), socio corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Botanica e Fisiologia vegetale).

26 ottobre.

Schiaparelli (Celestino), socio corrispondente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Linguistica e Filologia orientale),

9 novembre.

Reina (Vincenzo), socio corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Matematiche applicate, Astronomia e scienze dell'ingegnere civile e militare).

1° dicembre.

Guarniero (Pier Enea), socio corrispondente della Classe di scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Linguistica e Filologia orientale).

PUBBLICAZIONI PERIODICHE RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 1° Gennaio al 31 Dicembre 1919

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio;
quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **Acireale**. R. Accademia di scienze, lettere ed arti degli Zelanti. Memorie della Classe di lettere, ser. 3ª, vol. X, 1917-1918.
* **Aix-Marseille**. Université. Annales de la Faculté de droit d'Aix, t. VI, 3-4 (1912); VII, 1, 2 (1913). Nouvelle sér., N. 1-2. — Annales de la Faculté des lettres d'Aix, t. VI, 3, 4 (1912); VII, 1-4 (1913); VIII, 1-4 (1914); IX, 1-4 (1915); X, 1-2 (1916).
* **Angers**. Société d'études scientifiques. Bulletin, Nouvelle sér., 1914-917.

Asuncion. Sociedad Nacional de Farmacia. Estatutos, 1916.

* **Barcelona**. Real Academia de Ciencias y Artes. Nómina del Personal Académico. 1918-1919. — Memorias, 3ª época, vol. XIV, 8-12; XV, 1-10. — Boletín, 3ª epoca, vol. IV, 3. — Observatorio Fabra. Boletín, I seccion astronomica, 1-2.

— Junta de Ciencias Naturales. Musei Barcinonensis Scientiarum Naturalium Opera. Anuari, II, 1917, part I, II. — Ser. zoologica, 1918, IV. — Traballs del Museu de Ciencies Natural, vol. II, Sez. zool., N. 8.

* **Basel**. Naturforschenden Gesellschaft Verhandlungen, Bd. XXVIII.

— Bibliothèque de l'Université. Catalogue des écrits académiques suisse, 1916-1917.

* **Basileae** et **Genevae**. Helvetica Chimica. Acta, vol. II, 1-6.
* **Batavia**. Royal Magnetical and Meteorological Observatory: Observations, vol. XXXVII, 1914. — Observations made at secondary Stations in Netherland East-India, vol. V (1915); VI (1916).
* — Bataviaasch genootschap van kunsten en wetenschappen. Notulen, Deel. LIII, Afl. 4; LIV, LV, LVI, LVII, 1. — Tijdschrift, Dl. LVII, 5, 6; LVIII; LIX, 1. — Verhandelingen, Dl. LXI, 5, 6. — Statuten en Reglement van orde opgericht den 24sten April 1778. — Historische tentoonstellung 1919. Catalogues. — Gids voor den bezocker van de schatkamer, 1917. — Populair-Wetenschappelijke Serie, N. 1. — Oudheidkundig Verslag, 1912–1919. — Rapporten van den Oudheidkundigen dienst in Nederlandsch-Indië (1915).

— Observatory Java. Sismological Bulletin, 1918, 1919, january-june.

* **Bergen**. Bergens Museums Aarbok. Historisk-Antikvarisk raekke, 3 Heft., 1917-1918. — Naturvidenskabelig raekke, 1916-1917, 2 Heft; 1917-18, 1 Heft. — Account of the Crustacea of Norway, vol. VII, Copepoda Suppl., Parts I & II.

* **Bologna**. R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna. Classe di Scienze morali. Rendiconto, ser. II, vol. II, 1917-18. — Memorie. Sezione di scienze giuridiche, ser. II, t. II, fasc. unico. — Memorie. Sezione di scienze storico-filologiche, ser. II, t. II, fasc. unico. — Classe di scienze fisiche. Memorie, ser. 7ª, t. IV (1916-1917). Rendiconto, nuova serie, vol. XXI (1916–17).

* — Società Medico-Chirurgica. Bollettino, 1918, fasc. 11-12; 1919, ser. 9ª, vol. VII, fasc. 1-11.

* — Mathesis. Società italiana di Matematica. Bollettino, IX, 1, 2; X, 1; XI, 1–8.

* — Biblioteca Comunale. L'Archiginnasio. Bullettino, anno XIII, n. 5-6; XIV, 1-3.

* **Bordeaux**. Faculté des Lettres de Bordeaux et des Universités du Midi. Annales, XL année. — Bulletin hispanique, t. XXI, 1-3. Bulletin italien, t. XVIII, 3-4. — Revue des études anciennes, t. XXI, 1, 2, 3.

* **Bruxelles**. Société Royale de Botanique de Belgique. Bulletin, t. LIII.

* **Bucarest**. Académie Roumaine. Bulletin de la Section scientifique. 5^me^ année, N. 2-5.

Buenos-Aires. Ministerio de Agricultura de la Nación. Oficina Meteorológica Nacional. Boletín mensual, año II, 7-12; III, 1.

* — Sociedad Química Argentina. Anales, t. VI, 26-28; VII, 29-32.

— Obras Sanitarias de la Nación. Metodos de analisis de aguas adoptados en el Laboratorio, 1 fasc. 8°. — Fabrica de Alumino ferrico, 1 fasc. 8°.

* **Calcutta**. Geological Survey of India. Records, vol. XLIX, P. 2-4; L, P. 1-3. — A Bibliography of Indian Geology and Physical Geography with an annotated index of Minerals of economic value; 2 vol. 8°.

— Agricultural Adviser to the Government of India. Report on the progress of Agriculture in India for 1917-18.

— Board of scientific Advice for India. Annual Report, 1917-18.

* **Cambridge**. Cambridge Philosophical Society. Proceedings, vol. XIX, 4-5.

* **Cambridge**, Mass. Museum of comparative Zoology at Harward College. Bulletin, vol. LXII, 14; LXIII, 2, 3, 5, 6.

* **Cape-Town**. Royal Society of South-Africa. Transactions, vol. VI, 2-4; VII, 1-3; VIII, 1.

* **Catania**. Accademia Gioenia di scienze naturali. Bollettino delle sedute, fasc. 45. — Atti, ser. 5ª, vol. XI.

* — Società degli Spettroscopisti italiani. Memorie, ser. 2ª, vol. VII, 10-12; VIII, 1-6, 9.

* **Chambéry**. Académie des Sciences, Belles-Lettres et Arts de Savoie. Mémoire, 5me sér., t. IV, 1917.

Chicago. Psychopathic Laboratory of the Municipal Court. Report for the years May 1, 1914, to April 30, 1917; 1 vol. 8°.

— John Crerar Library. 24ta Annual Report for the year 1918.

* **Columbus**. Ohio State University Scientific Society. The Ohio Journal of Science, 1918, vol. XIX, N. 1-8.

* — The Ohio State University. Bulletin, vol. XXIII, 28.

* **Copenhague**. Académie Royale des Sciences et des Lettres de Danemark. Mémoires. Section des Sciences, 8^{me} Sér., t. III, 2, 3; V, 1. — Mathematisk-fysiske Meddelelser, I, 9-12. — Historisk-filologiske Meddelelser, II, 3-6. — Biologiske Meddelelser, I, 5-7, 9-12, 14. — Ofversigt (Bulletin), juin 1918 - mai 1919.

* **Dublin**. Royal Dublin Society. Scientific Proceedings, N. Ser., vol. XIV, 24-41; vol. XV, 1-34. — Economic Proceedings, vol. II, 10-13.

* — Royal Irish Academy: Proceedings. Section B, vol. XXXV, 1-2. Section C, vol. XXXV, 1-8.

* **Edinburgh**. Royal Society. Proceedings, vol. XXXVIII, P. III (1917-18); XXXIX, P. I-II (1918-19). — Transactions, vol. LII, P. 2^a (1918-19).

* — Royal Physical Society. Proceedings, vol. XX, P. 1-4.

* **Firenze**. R. Accademia economico-agraria dei Georgofili. Atti, ser. 5^a, vol. XV, 1-4; XVI, 1-4.

* **Fiume**. Deputazione Fiumana di Storia patria. Bullettino, vol. IV.

Formosa. Government of Formosa. Icones Plantarum Formosanarum, vol. VII.

* **Freiburg** I. BR. Naturforschenden Gesellschaft. Bericht über die Sitzung am 15 Juli 1914; 1 Marz-April 1915. — Berichte, XXI, 1, 2; XXII, 1.

* **Gap**. Société d'Études des Hautes-Alpes. Bulletin, 4^{me} Série, 19-23 (1917-1918).

* **Genève**. Société de Physique et d'Histoire naturelle. Compte-rendu des Séances, vol. 35, 3; 36, 1-2. — Mémoires, vol. 39, fasc. 2.

Graz. Sénat académique de l'Université. La frontière méridionale de la Styrie allemande; 8°.

* **Habana**. Secretaría de Sanidad y Beneficencia. Trabajos selectos del Dr. Carlos J. Finlay.

Halifax. Nova Scotian Institute of Science. Proceedings and Transactions, vol. XIV, P. 3^a (1916-1917).

* **Helsingfors**. Société des Sciences de Finlande. Acta, vol. XLIII, XLIV, 1, 3, 5, 7; XLV, 1-3; XLVI, 1-8; XLVII. — Ofversigt: A. Matematik, LVI-LX; B. Humanistik, LXV-LIX; C. Redegörelser och förhandlingar, LVII, LIX. — Bidray, vol. 74, 1; 75, 2; 77, 1-7; 78, 1-3.

* **Hobart**. Royal Society of Tasmania. Papers & Proceedings for the year 1918.

* **Jowa City**. University of Jowa. Monographs. University bibliography for the year 1917.

* **Kyoto**. Scholae Medicinalis Universitatis Imperialis. Acta, vol. II, fasc. 4; vol. III, 1. — Mémoires, vol. III, 5-10.

* **La Plata**. Universidad Nacional. Facultad de Ciencias físicas, matemáticas y astronómicas. Anuario, 1918, N. 9; 1919, 10. — Contribución de las ciencias físicas y matemáticas. Ser. técnica, vol. I, entrg. 6; II, 1-2. — Contribución al estudio de las ciencias físicas y matemáticas, Ser. matemático-física, vol. II, 3-4. — Memoria correspondiente a 1917, N. 7.

Leyde. Bureau central de l'Association géodésique internationale. Rapport sur les travaux... en 1918 et Programme des travaux pour l'exercice de 1919.

* **Liège**. Société Royale des Sciences. Mémoires, 3me sér., t. X.

* **Lima**. Cuerpo de Ingenieros de Minas del Perú. Boletín, N. 93, 94, 95.

* **Lisboa**. Comissão do Serviço geológico de Portugal. Comunicacões, t. XII, 1917.

* — Instituto de Anatomia da Università. Archivo de Anatomia e Anthropologia, vol. IV.

Livorno. R. Accademia Navale. Pubblicazioni dell'Istituto Elettrotecnico e Radiotelegrafico della R. Marina, N. 5, 6. — Bollettino radiotelegrafico, 1919, VI, 1-6.

* **London**. Royal Society. Year Book 1919. Proceedings: Mathematical and Physical sciences, Ser. A, vol. *95*, N. 670-673; *96*, 674-678. - Biological sciences, Ser. B, vol. *90*, N. 631; vol. *91*, N. 635. — Transactions, Ser. A, vol. *217*, Title, Contents, Index; vol. *218*, N. 561-569; vol. *219*, 270; vol. *220*, 271-272. - Ser. B, vol. *209*, N. 360-365. — Catalogue of Scientific Papers. Fourth Ser., 1884-1900; vol. XVI, I-Marbut.

* — Royal Institution of Great Britain. Proceedings, vol. XXII, P. 1a.

* — British Association for the advancement of Science. Report, 1918.

* — British Museum (Natural History). " Terra Nova " Report. Zoology, vol. II, N. 8, Brachiopoda; vol. III, N. 6, Arachnida, Pt. I, Aranceae; vol. IV, N. 2, Cephalodiscus; vol. V, N. 1, Coelenterata. Pt. I, Actiniaria. — Monograph of British Lichens, P. I, Second edition. — Economic Series, N. 8. - Rats & Micc.

* — Royal Astronomical Society. Monthly Notices, vol. LXXIX, 2-6, 7-8, 9.

* — Geological Society. Quarterly Journal, vol. LXXIII, P. 4; vol. LXXIV, P. 1-4.

* — Linnean Society. List, 1919-1920. — Proceedings, 131st Session, November 1918 to June 1919. — Transactions. Botany, 2nd Ser., vol. XVII, P. 3; Zoology, 2nd Ser., vol. IX, P. 1. — Journal. Botany, N. 295; Zoology, vol. XXXIII, 224; XXXIV, 225-226.

* — London Mathematical Society. — List of Members, 1919. Proceedings, Ser. 2a, vol. XVII, P. 4, 5; XVIII, 1-4.

* — Royal Microscopical Society. Journal, 1918, P. 4; 1919, 1-3.

* **Luxembourg**. Institut Grand-Ducal. Section des sciences naturelles, physiques et mathématiques: Archives trimestrielles, N. sér., an. 1909, t. IV; t. V, 1910.

* **Lyon**. Bibliothèque de l'Université. Annales, Nouv. Sér. I. Sciences, Médecine, fasc. 41.

* **Madrid**. Real Academia de la Historia. Boletín, t. LXXIV (1919), cuad. 1-6; LXXV, 1-6. — Memoria histórica de la Real Academia de la Historia por D. Juan Pérez de Guzman y Gallo.

* — Junta para ampliacíon de estudios y investigaciones científicas. Laboratorio y Seminario matemático, t. II. Memoria 1-3.

* — Real Academia de Ciencias exactas, físicas y naturales. Anuario, 1919. — Revista, t. XV, 6-12; XVI, XVII, 1-12. — Memorias, t. XXVII-XXIX.

* **Madrid**. Sociedad Matemática Española. Revista matemática hispano-americana, t. I, 1-3, 6, 7.
* **Mantova**. R. Accademia Virgiliana. N. Ser., vol. XVIII, P. 2ª (1915).
* **Messina**. R. Accademia Peloritana. Atti, vol. XXVIII.
México. Biblioteca Nacional Estados-Unidos Mexicanos. Boletín, t. XII, 5-6.
— El Cantar de los Cantares del glorioso Salomon. Version española.
* — Sociedad Científica " Antonio Alzate „. Memorias y Revista, t. XXXVII, N. 2; XXXVIII, 3-8.
— Universidad Nacional. Boletín organo del Departamento Universitario y de Bellas Artes, t. I, 1, 1918, N. 2.
— Archivo general de la Nación. Autografos de Morelos: Los publica como homenaje al Heroe en el CIII aniversario de su Muerte. Mexico, 1918.
* — Osservatorio astronómico Nacional de Tacubaya. Anuario 1920.
* **Milano**. Reale Istituto Lombardo di scienze e lettere. Rendiconti, Ser. 2ª vol. LI, fasc. 14–20; LII, 1-12.
* — Società Italiana di Scienze naturali e Museo Civico di Storia naturale. Atti, vol. LVII, fasc. 3, 4; LVIII, 1-2.
— R. Osservatorio Astronomico di Brera. Anno bisestile 1920. Articoli generali del Calendario ed Effemeridi del sole e della luna per l'orizzonte di Milano. Con Appendice.
* — (Città di). Bollettino municipale di cronaca amministrativa e di statistica, an. XXXIV, N. 12; XXXV, 1-11.
* — Touring-Club italiano. Rivista mensile, vol. XXV (1919), 1–4. — Le vie d'Italia, an. III (1919), 1–12. — La Sorgente. Rivista mensile per l'educazione della gioventù, an. III (1919), 1-12.
— R. Commissione Geodetica italiana. Differenza di longitudine fra Roma (M. Mario) e Napoli (Osserv. di Capodimonte) determinata nei mesi di giugno e luglio del 1909, Parte 2ª.
* **Modena**. Società dei Naturalisti e Matematici. Atti, ser. 5ª, vol. IV (1917-1918).
* **Monaco**. Institut Océanographique. Bulletin, N. 348-360.
* **Montpellier**. Académie des Sciences et Lettres. Bulletin, juillet 1918-avril 1919.
* **Nancy**. Académie de Stanislas. Mémoires, sér. 6me, t. XIV, XV (1916-18).
* **Napoli**. Società Reale. Annuario 1919. — Accademia delle scienze fisiche e matematiche. Rendiconto, ser. 3ª, vol. XXIV, fasc. 8-12; XXV, 1-6. — Accademia di Archeologia, Lettere e Belle Arti. Relazione... Pro Ara . Pacis . Augustae. Presentata dal socio G. E. Rizzo. — Accademia di scienze morali e politiche. Rendiconto, an. LVI (1917), LVII (1918). Atti, vol. XLV.
* — R. Istituto d'Incoraggiamento. Atti, ser. 6ª, vol. LXX, fasc. 1-4.
* — Accademia Pontaniana. Atti, ser. II, vol. 47, 48.
* **Neuchâtel**. Société Neuchâteloise des sciences naturelles. Bulletin, 41, 42.
* **New-York**. New York Public Library. Bulletin, vol. XXII, 1918, N. 11-12; XXIII, 1-10.
* — American Mathematical Society. Bulletin, vol. XXV, n. 3-10; XXVI, n. 1-2. — Transactions, vol. XIX, 4; XX, 1-3.

New-York. Inter-America a Monthly Magazine. English, 1918, 2; 1919, vol. II, 3, 5, 6; III, 1. - Español, vol. II, N. 5, 6; III, 1-4.

* **Nürnberg**. Naturhistorische Gesellschaft Abhandlungen, XIX, Bd. 4, 5; XXI, Bd. 1, 2. — Mitteilungen, 1911, 1, 2; 1912-13, 1, 2. — Jahresberichte über die Zeik., vom April 1912 bis 1918.

Oberlin (Ohio). Wilson Ornithological Club. Wilson Bulletin, vol. XXX, 4; XXXI, 1-3.

Ottawa. Ministère des Mines. Commission Géologique. Mémoires 92, 98, 103. — Minéraux industriels du Canada. Rapport sommaire, 1917, Parte A.

* — Royal Society of Canada. Transactions, vol. XII.

— Ministère des Mines, Division des Mines. Rapport sommaire pour l'année civile terminée le 31 décembre 1917. — Minéraux industriels du Canada. — Annual Report on the mineral production of Canada during the Calendar year 1917. — Id. in lingua francese.

— Department of Mines. Mines Branch. Preliminary Report of the mineral production of Canada, february 27, 1919. — Bulletin, N. 28, 29.

* **Palermo**. Circolo Matematico. Rendiconti, t. XLII, 1917, fasc. 2-3.

* **Paris**. Ministère des Travaux publics. Annales des Mines. Partie administrative, 11me sér., t. VII. Documents du 2e–4me trimestre 1918; VIII, 2e trimestre 1919.

* — Institut de France. Académie des Sciences. Annuaire pour 1919.

** — Bureau des Longitudes. Annuaire pour l'an 1919.

* — Bureau internat. des Poids et Mesures. Travaux et Mémoires, t. XVI.

* — Société Nationale des Antiquaires de France. Bulletin, 1917, 2e-4me trimestre; 1918, 1er, 2e trim. — Mettensia, VII. — Mémoires, 8me série, t. L, 1915-1918.

* — Muséum National d'Histoire naturelle. Bulletin, 1917, N. 2-7; 1918, 1-6.

* — Société de Géographie. La Géographie. Bulletin, 1916–17, N. 5-8; 1918, N. 1-3.

* — Société Géologique de France. Compte-rendu sommaire des Séances, an. 1915. — Bulletin, 4e sér., t. XII, 9; XIII, 6-9; XIV, 1-9; XV, 1-9.

* — Société Mathématique de France. Bulletin, t. XLVI, 3, 4. — Comptes-rendus des Séances de l'année 1918.

* — Société Zoologique de France. Bulletin, t. XLI, N. 1–10; XLII. — Mémoires, t. XXVII.

* — Institut international d'Anthropologie. École d'Anthropologie. Rapports préalables.

* — Union intellectuelle franco-italienne. Études italiennes, 1re année, N. 1, 1919; 8°.

* **Pavia**. "Mathesis ". Società italiana di Matematica. Bollettino, an. X (1918), N. 2.

* **Perugia**. Regia Deputazione di Storia Patria per l'Umbria. Bollettino, vol. XXIII, fasc. 1-3.

* **Philadelphia**. Academy of Natural Sciences. Proceedings, vol. LXX, P. 2.

* — American Philosophical Society. Proceedings, vol. LVII, N. 6.

* **Pisa**. Società Toscana di Scienze naturali. Atti. Processi verbali, XXVI, 4-5; XXVII, 1-2.

* **Portici.** R. Scuola Superiore di Agricoltura (Laboratorio di Zoologia generale e agraria). Bollettino, vol. XII.

Porto. Academia Polytechnica. Annaes scientificos, vol. X-XII. 1915-918.

* **Pusa.** Agricultural Research Institute. Scientific Reports (Including the Report of the Imperial Cotton Specialist) 1917-18. Calcutta, 1918. — Memoirs: Botanical ser., vol. IX, 5; X, 1-3. — Chemical ser., vol. V, 5.

* **Reims.** Académie de Reims. Travaux, années 1917-1919.

Rio de Janeiro. Observatorio Nacional. Anuario para el año 1919.

* — Bibliotheca Nacional. Annaes 1915, vol. XXXVII. — Relatorio que ao Sr. Dr. C. M. Pereira dos Santos ministro da Justiça e Negocios interiores apresentou em 7 abril 1916; 31 março 1917.

* — Museo Nacional. Archivo, vol. XX, XXI.

— Escola Superior de Agricultura e Medicina Veterinaria. Archivos, vol. II, ns. 1-2.

* **Roma.** Ministero delle Finanze. Direzione Generale delle dogane e imposte indirette. Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione dal 1° gennaio-dicembre 1918; 1° gennaio-luglio 1919. — Bollettino di legislazione e statistica doganale e commerciale, a. XXXV, 1918, maggio-dicembre.

— Ministero dell'Interno. Statistica delle Carceri, an. 1916. — Statistica dei Riformatori, an. 1916.

* — Ministero di Grazia, Giustizia e dei Culti. Statistica notarile per gli anni 1911-1913. — Statistica giudiziaria penale per l'anno 1914. — Statistica giudiziaria civile e commerciale per l'anno 1913. — Statistica della Criminalità per l'anno 1912.

* — Ministero dei Lavori Pubblici. Consiglio Superiore delle Acque pubbliche. Annali, an. 1919, fasc. 1.

* — — Ispettorato del servizio idrografico. Osservazioni pluviometriche raccolte a tutto il 1915 dal R. Ufficio centrale di Meteorologia e Geodinamica. Calabria e Basilicata; Campania; Puglie, Abruzzo e Molise; Sardegna e Sicilia; 5 fascicoli in fol.

* — Ministero per l'Industria, il Commercio e il Lavoro. Statistica della emigrazione italiana per l'estero negli anni 1914 e 1915. — Statistica delle cause di morte nell'anno 1915. — Movimento della popolazione secondo gli Atti dello Stato civile nell'anno 1915 e notizie sommarie per l'anno 1916.

— R. Ufficio Centrale di Statistica. Annali di Statistica, ser. V, vol. 9.

* — R. Accademia dei Lincei. Annuario 1919. Rendiconto dell'adunanza solenne del 15 giugno 1919 onorata dalla presenza di S. M. il Re. Rendiconto dell'adunanza delle due Classi del 18 gennaio 1919, vol. III. — Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali: Rendiconti, vol. XXVII, XXVIII. Memorie, ser. 5ª, vol. XII, fasc. 14-16; XIII, 1-2. — Classe di scienze morali, storiche e filologiche. Rendiconti, vol. XXVII. Memorie, ser. 5ª, vol. XV, 9-10. — Notizie degli scavi, ser. 5ª, vol. XV, fasc. 4-12.

— Società Italiana per il progresso delle scienze. Bollettino del Comitato glaciologico italiano. N. 2, 3.

* **Roma.** R. Comitato Geologico d'Italia. Bollettino, vol. XLVI (ser. 5ª), fasc. 1.

* — Istituto di Diritto Romano. Bollettino, an. XXXIX, fasc. 6.

* — R. Ufficio Centrale di Meteorologia e Geodinamica. Bullettino meteorico, 1916–1919. — Osservaz. pluviometriche raccolte a tutto l'anno 1915: Calabria e Basilicata; Campania; Puglie, Abruzzo e Molise; Sardegna, Sicilia; Lazio e Umbria. — Memorie ed osservazioni, ser. III, vol. VII, P. 1.

— Società degli Agricoltori italiani. Bollettino mensile, vol. XXIII, 12.

* — Biblioteca Nazionale Centrale "Vittorio Emanuele". Bollettino delle opere moderne e straniere acquistate dalle Biblioteche pubbliche governative del Regno d'Italia, an. 1918, ser. 4ª, N. 16576-17787.

* — Pontificia Accademia Romana dei Nuovi Lincei. Atti, an. 1918, Sessione IV-VII, 17 marzo-16 giugno 1918; Sessione I, dicembre 1917 - V del 13 aprile 1919. — Memorie, ser. 2ª, vol. 4°. — Catalogo delle collezioni di Diatomee e di Funghi appartenute ai soci Ab. Conte Francesco Castracane degli Antelminelli e Dott. Matteo Lanzi. Roma, 1918; 1 vol. 4°.

* — Biblioteca Vaticana. Studi e Testi. N. 32.

* **Saint-Louis.** Missouri Botanical Garden. Annals, vol. V, 3.

Saint-Paul. University of Minnesota (University Farm. Agricultural experiment Station). Bulletin, 169, 170, 171.

* **Savona.** — Società Savonese di Storia patria. Atti, vol. I, II.

* **Sendai** (Japan). Tōhoku Imperial University. Mathematics, Physics, Chemistry. Science Reports, 1st ser., vol. VII, 3; VIII, 1-2; 2nd ser. (Geology), vol. V, 2.

— Anatomischen Institut der Kaiserlich-Japanischen Universität. Arbeiten, Heft I-III (1918-19).

* **Siena.** Circolo Giuridico della R. Università. Studi Senesi, vol. XXXIV, fasc. 4, 5.

* — R. Accademia dei Fisiocritici. Atti, ser. 8ª, vol. X, 1-10.

* **Stockholm.** Sveriges offentliga Bibliotek Stockholm, Uppsala, Lund, Göteborg. Accessions Katalog, 32, 1917.

* — Académie Royale Suédoise des Sciences. Handlingar (Mémoires), Bd. *52*, 1-17; *56*, 1-6; *57*, 1-9. — Arkiv för matematik, astronomi och fysic, Bd. *11*, 4; *12*, 1-4; *13*, 1-4; *14*, 1-2. — Arkiv för kemi, mineralogi och geologi, Bd. *6*, 4-6; *7*, 1-3. — Arkiv för botanik, Bd. *14*, 4; *15*, 1, 2. — Arkiv för zoologi, Bd. *10*, 4; *11*, 1-4. — Meddelanden frän k. Vetenskapsakad. Nobelinstitut, *3*, 4; *5*. — Berzelius, Bref *3*, 1. — Samuel Klingenstiernas, I. — Register öfver Kgl. Svenska Vetenskapsakademiens Skrifter, 1826-1917.

— Institut Central de Météorologie. Observations météorologiques suédoises, vol. *57*, 1915; Appendix I. Fréquence des jours d'orage en Suède 1730-1915; II. Lancées de ballons-pilotes à Abisko en 1913-1915; vol. *58*, 1916.

Stonyhurst College Observatory. Results of Meteorological Magnetical and Scismological Observations, 1918.

Sunderland. West Hendon House Observatory. Publications, N. IV. Meteorological observations. Chiefly at Sunderland by T. W. Backouse, 1915.
* **Svizzera**. Commission géologique suisse. Matériaux pour la Carte géologique de la Suisse, II sér., livr. XX, 4; XLVI, 3.
* **Sydney**. Royal Society New South Wales. Journal and Proceedings, 1914, Part III, IV; 1915, P. I-IV.
Teddington. National Physical Laboratory. Report, 1916-17, 1917-18.
* **Thonon**. Académie Chablaisienne. Mémoires et Documents, t. XXX, 1917.
* **Tōkyō**. College of Science, Imperial University. Journal, vol. XXXIX, art. 9; XL. 7; XLII, 1.
* — Imperial University. Calendar, 2577-2578 (1917-1918). — Proceedings, vol. I, N. 5.
* — Kaiserlichen Universität. Medizinischen Fakultät. Mitteilungen, XVIII, Bd. 3 e 4; XIX, 1-4; XX, 1-2.
— Imperial Earthquake Investigation Committee. Bulletin, vol. VII, 3.
* **Torino**. R. Deputazione sovra gli Studi di Storia patria. Biblioteca di Storia italiana recente (1800–1870), vol. VII.
* — Consiglio Provinciale. Atti, 1918.
* — R. Accademia di Agricoltura. Annali, vol. LXI, 1918.
* — R. Accademia di Medicina. Giornale, an. LXXXII, N. 1-4.
* — Società degli Ingegneri e degli Architetti. Atti, 1917, Suppl. fasc. 1.
— R. Istituto Superiore di Studi commerciali. Annuario, 1918-1919.
— Club Alpino italiano. Rivista mensile, vol. XXXVII, N. 10-12, 1918 vol. XXXVIII, 1-11.
* — Società Meteorologica italiana. Bollettino bimensuale, serie 3ª, volume XXXVI, N. 6-12; XXXVII, 1-6.
— Musei di Zoologia ed Anatomia comparata della R. Università. Bollettino, vol. XXXII, 1917; XXXIII, 1918.
* — Municipio. Annuario, 1917-18.
— Cassa di Risparmio. Resoconto dell'anno 1917, 1918.
* **Toronto**. Royal Canadian Institute. Transactions, vol. XII, P. I.
* — University Studies. History and Economics, vol. III, N, 2. — Review of historical publications relating to Canada, vol. XXII, 1917-1918.
* **Tortosa**. Observatorio del Ebro. Boletín mensual, 1918, vol. IX, 1-12. — Resumen del año 1917, vol. VIII. — Observaciones del eclisse anular del 3 diciembre de 1918.
* **Toulon**. Académie du Var. Bulletin, an. 1915-1917.
* **Toulouse**. Faculté des Sciences de l'Université. Annales, 3ᵐᵉ sér., t. VI (1914).
* — Université. Annales du Midi. Revue de la France méridionale, an. 28 e 29 (1917-1918), N. 111–114.
Trieste. R. Osservatorio marittimo. Effemeridi astronomiche nautiche per l'anno 1919, anno XXXIII.
* **Upsala**. Upsala Universitet. Ärsskrift, 1914-1917. Bref och skrifvelser af och till Carl von Linné, med understöd af Svenska Stataten utgifna. Första Afdelningen, Del VII.

* **Upsala.** Bibliothèque de l'Université Royale Eranos. Acta philologica Suecana, vol. XV, 1-4; XVI, 1-4. — Arbeten utgifna med understod af Vilhelm Ekmans Universitetsfond, N. 15, 18, 19, 21, 22 1, 2, 23.

* — Observatoire météorologique de l'Université. Bulletin mensuel, vol. L (1918).

* **Urbana.** State of Illinois. Department of Registration and Education. Division of the Natural History Survey. Bulletin, vol. XIII, art. 7, 8.

Valle di Pompei. Calendario del Santuario di Pompei, 1919.

* **Venezia.** R. Magistrato delle Acque. Ufficio idrografico. Bollettino mensile, 1918; 1919, 1-4. — Stazioni idrografiche. Opere idrauliche e magazzini idraulici. Pubblicazione, N. 2, ser. 2ª.

* — Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti. Atti, t. *76*, 10; *77*; *78*, 1-3. — Concorsi a premi pubblicati il 18 maggio 1918.

* **Vercelli.** Società Vercellese di storia e d'arte (Archivio). Memorie e studi, an. X, 1918, 2, 3, 4; XI, 1.

* **Verona.** Madonna Verona. Bollettino del Museo Civico, 1918, fasc. 42-46.

* **Vicenza.** Accademia Olimpica. Atti, N. ser., vol. 6°.

* **Washington.** Smithsonian Institution. U. S. National Museum. Bulletin, 102, vol. I, II, P. 4ª, 7ª; 103, pp. 1-116, 123-188, 525-612; 100, vol. I, P. 4ª, 5ª; 99, 100, vol. II, P. 1ª, 2ª; 105; 107. — Report on the Progress and Condition... for the year ending june 30, 1918. — Contributions from the U. S. National Herbarium, vol. 20, Part 6, 7.

— U. S. Department of Labor. Bureau of Labor statistics. Monthly Labor Review, vol. VII, N. 4.

* — Department of Commerce. Bureau of Standards. Bulletin, vol. XIII, 4; XIV, 1-3.

* — Smithsonian Institution. Smithsonian Miscellaneous Collection, vol. *68*, N. 9, 11, 12; vol. *69*, N. 2-8.

* — U. S. Naval Observatory. Publications, ser. 2nd, vol. IX, P. III–IV and Appendix. — Annual Report for the fiscal year 1918.

* — National Academy of Sciences. Proceedings, vol. IV, N. 11-12; V, 1-9.

— U. S. Coast and Geodetic Survey. Annual Report of the Superintendent... to the Secretary of Commerce for the fiscal year ended june 30, 1918.

— Carnegie Endowment for international Peace. Division of international Laws. Tractatus De Bello, De Represaliis et De Duello by Giovanni da Legnano I. U. D. etc.; 1 vol. in-4°. — Les conventions et déclarations de la Haye de 1899 et 1907; 1 vol. 4°.

— Carnegie Endowment for International Peace. Division of Intercourse and Education. Publication N. 16.

— Carnegie Endowment for International Peace. Division of Economics and History. Publication N. 5. — The colonial tariff policy of France by Arthur Girault. Edited by C. Gide. — Economic protectionism by Josef Grunzel. Edited by E. von Philoppovich. — The industrial development and commercial policies of the three Scandinavian countries by Paul Drachmann. Edited by H. Westergaard. — Epidemics resulting from Wars, by Dr. Friedrich Prinzing. Edited by H. Westergaard.

Wellington. Hector Observatory. Bulletin N. 16-24.
— Report of the Government Astronomer; July 1919.
* **Zürich.** Naturforschenden Gesellschaft. Vierteljahrsschrift, *62*, Jahrg. 1917, 1-4; *63*, 1918, 1-2.

PERIODICI 1918

** **Almanacco** italiano. Piccola enciclopedia popolare della vita pratica. Firenze; 16°.
** **Annales** de Chimie et de Physique. Paris; 8°.
** **Annales** scientifiques de l'École Normale supérieure. Paris; 4°.
Annali di matematica pura ed applicata. Milano; 4° (dono del Socio Prof. D'Ovidio).
Annals and Magazine of Natural History. London; 8°.
* **Annals** of Mathematics. Charlottesville; 4°.
** **Antologia** (Nuova). Rivista di scienze, lettere ed arti. Roma; 8°.
** **Archives** des Sciences physiques et naturelles, etc. Genève; 8°.
** **Archivio** storico italiano. Firenze; 8°.
Archivio storico lombardo. Milano; 8°.
Archivum Franciscanum historicum. Claras Aquas.
** **Athenaeum** (The). Journal of English and Foreign Literature, Science, the Fine Arts, Music and the Drama. London; 4°.
* **Athenaeum**: Studi periodici di letteratura e storia. Direttore Carlo Pascal. Pavia; 8°.
* **Biblioteca** nazionale centrale di Firenze. Bollettino delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa. Firenze; 8°.
** **Bibliothèque** universelle et Revue suisse. Lausanne; 8°.
** **Bollettino** Ufficiale del Ministero dell'Istruzione Pubblica. Roma; 8°.
* **Brixia Sacra.** Bollettino bimestrale di Studi e documenti per la Storia Ecclesiastica bresciana. Brescia; 8°.
* **Cimento** (Il nuovo). Pisa; 8°.
Comptes-rendus hebdomadaires des Séances de l'Académie des sciences. Paris; 4°.
* **Conferenze** e Prolusioni. Periodico quindicinale. Roma; 4°.
* **Elettricista** (L'). Rivista mensile di elettrotecnica. Roma; 4°.
Felix Ravenna. Bollettino Storico Romagnolo edito da un gruppo di studiosi. Ravenna; 8°.
* **Gazzetta** chimica italiana. Roma; 8°.
* **Gazzetta** Ufficiale del Regno. Roma; 4°.
* **Giornale** del Genio civile. Roma; 8°.
** **Giornale** della libreria, della tipografia e delle arti e industrie affini Milano; 8°.
Giornale di matematiche. Napoli; 4° (dono del Socio Prof. D'Ovidio).
** **Giornale** storico della Letteratura italiana. Torino; 8°.

Giornale storico della Lunigiana. Spezia; 8°.
** **Guida** commerciale ed amministrativa di Torino. 8°.
* **Journal** (The American) of Science. Edit. Edward S. DANA. New-Haven; 8°.
** **Journal** asiatique. Paris; 8°.
** **Journal** des Savants. Paris; 8°.
* **Journal** of Physical Chemistry. Ithaca; 8°.
* **Malpighia**. Rassegna mensile di botanica. Catania, 8°.
** **Nature**, a weekly illustrated Journal of Science. London; 8°.
* **Nieuw Archieff** voor Wirskunde. Uitgegeven door hel Wiskundig Genootschap te Amsterdam; 8°.
* **Physical Review** (The); a journal of experimental and theoretical physics. Published for Cornell University Ithaca. New-York; 8°.
** **Raccolta** Ufficiale delle leggi e dei decreti del Regno d'Italia. Roma; 8°.
** **Revue** des Deux Mondes. Paris; 8°.
** **Revue** du mois. Paris.
** **Revue** générale des sciences pures et appliquées. Paris; 8°.
** **Revue** politique et littéraire, revue bleue. Paris; 4°.
** **Revue** scientifique. Paris; 4°.
* **Revue** semestrielle des publications mathématiques. Amsterdam; 8°.
Riforma (La) Sociale. Rassegna di questioni economiche, finanziarie e sociali (Dono del Socio Prof. Einaudi).
** **Risorgimento** (Il) italiano. Torino.
* **Rivista** di Artiglieria e Genio. Roma; 8°.
** **Rivista** di Filologia e d'Istruzione classica. Torino; 8°.
** **Rivista** d'Italia. Roma; 8°.
** **Rivista** di filosofia. Continuazione della *Rivista Filosofica*, Pavia; 8°.
** **Rivista** di filosofia neo-scolastica. Milano.
** **Rivista** italiana di Sociologia. Roma.
* **Rivista** storica italiana. Torino; 8°.
Rosario (Il) e la Nuova Pompei. Valle di Pompei; 8°.
** **Science**. New-York; 8°.
* **Science Abstracts**. Physics and Electrical Engineering. London; 8°.
** **Scientia**. Rivista di scienza. Organo internazionale di sintesi scientifica. Bologna, 8°.
* **Sperimentale** (Lo). Archivio di Biologia. Firenze; 8°.
** **Stampa** (La). Gazzetta Piemontese. Torino; f°.
Tôhoku (The) Mathematical Journal. Edited by T. Hayashi. Sendai; 8°.
Yale Review. New Series. Edited by Wilbur L. Cross. New Haven; 8° (dono del Socio Prof. Einaudi).

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 30 Novembre 1919

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci Salvadori, Segre, Peano, Guidi, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Panetti, Sacco, Majorana e Parona Segretario.

È scusata l'assenza del Direttore della Classe Senatore D'Ovidio e dei Soci Senatore Foà e Ponzio.

Ad invito del Presidente, il Socio Mattirolo legge la commemorazione del Socio corrispondente prof. Saverio Belli, che sarà pubblicata negli *Atti*. Il Presidente ringrazia il Socio Mattirolo dell'applaudito discorso, col quale ha, con efficacia e dottrina, ricordato le virtù ed i meriti del compianto collega e valente scienziato.

Il Socio Segretario, interpretando i sentimenti dei colleghi, rinnova all'amato Presidente le condoglianze per l'irreparabile perdita da lui fatta colla morte della sua degna Consorte, ed esprime la speranza che la viva parte presa dagli accademici al suo lutto possa essergli di qualche conforto. Il Presidente risponde commosso e grato, e dice che le dimostrazioni dei colleghi sempre più lo persuadono che la nostra è una Società di studiosi e insieme di amici affezionati.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Presidente annuncia che durante le ferie l'Accademia ha fatto perdite gravi e dolorose nelle persone " del Socio straniero Ernesto Haeckel e dei Soci corrispondenti Guglielmo Rayleigh, Pasquale Baccarini, Simone Schwendener, Emilio Fischer, Vincenzo Reina „, ed alla memoria loro ed alle loro opere rende omaggio. Comunica poi i ringraziamenti del professore G. Bruni per la nomina a Socio corrispondente dell'Accademia.

Il Segretario dà notizia di alcune comunicazioni scientifiche manoscritte mandate da non Soci alla Segreteria accademica durante le ferie: esse sono affidate per esame a Soci competenti. Presenta la Nota *Osservazioni sul fiore dell'Olivo* inviata in omaggio dall'A. prof. R. Pirotta Socio nazionale. Ricorda poi che il 6 luglio u. s., per gradito incarico del Presidente, ebbe l'onore di rappresentare l'Accademia alle solenni onoranze, rese nell'Università di Pavia, all'illustre Geologo e nostro Socio nazionale Torquato Taramelli, in occasione del suo 44° anno d'insegnamento universitario; e presenta in omaggio, a nome del Comitato per le onoranze, una copia del volumetto pubblicato a ricordo della festa, e come omaggio proprio offre per il medagliere dell'Accademia una copia in bronzo della medaglia d'oro offerta al Taramelli nell'occasione stessa. Il Presidente ringrazia, compiacendosi delle degne onoranze al nostro Collega.

Si presentano e sono accolte per la stampa negli *Atti* le Note seguenti:

Dott. Mauro Picone, *Sul cambiamento della variabile di integrazione nell'integrale di Lebesgue*, presentata dal Socio Segre.

Dott. Luigi Zoppetti, *L'abito fogliare nelle siepi di Ligustro*, presentata dal Socio Mattirolo (1).

(*) Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Dott. G. Colosi, *Ricerche anatomo-istologiche sugli Eufausiacei. Il cuore di " Nematoscelis megalops " G. O. Sars*, presentata dal Socio Salvadori.

Prof. Luigi Brusotti, *Sulla scomposizione di una forma binaria biquadratica nella somma di due quadrati*, presentata dal Socio Peano a nome del Socio corrispondente Berzolari.

Dott. Filippo Sibirani, *Espressioni analitiche che definiscono più funzioni analitiche ad area lacunare*, presentata dal Socio Peano.

Il Socio Majorana presenta una sua Nota *Sulla gravitazione* e ne dà notizia riassumendola.

LETTURE

COMMEMORAZIONE

DI

SAVERIO BELLI

del Socio naz. resid. ORESTE MATTIROLO

Nel Luglio dell' anno 1881, discendendo dalla svelta piramide della *Rognosa di Sestrières*, conobbi Saverio Belli.

Il luogo del nostro incontro, le discussioni che intavolammo, sono presenti oggi come allora alla mia mente, sorpresa dalla coltura, dalla rettitudine dei giudizii, dalla gentilezza e signorilità dei modi del novello amico. Avevo trovato un'anima che vibrava sintonicamente, che rispondeva colla mia, agli stessi ideali.

La passione comune, l'entusiasmo giovanile, la suggestività del luogo, valsero di colpo a suscitare fra noi quei vincoli di simpatia che dovevano legarci poi per tutta la vita.

Erborizzammo insieme, lasciandoci come vecchi amici e tali siamo rimasti quando, sbolliti gli entusiasmi giovanili, altre cure ci presero e dovemmo volgerci a ricerche e a studi ben più gravi di quelli che formavano allora la delizia di noi botanici peripatetici principianti.

L'amicizia nostra non mutò mai natura; ebbe origini, dirò così, *botaniche*, e tale carattere mantenne sempre, legando fra loro le nostre anime coi vincoli di una comunanza perfetta di aspirazioni e di ideali scientifici.

Egli è perciò che il ricordo suo mi è rimasto associato ad un profumo di idealità, quale forse non avrebbe avuto, ove altri vincoli ci avessero uniti. Di lui non ho conosciuto che la parte più bella, il suo amore ardente per quanto è vero, giusto, bello; per quanto eleva lo spirito al disopra della materialità della vita.

Dire quindi di SAVERIO BELLI, delle sue doti morali, delle sue opere, non è per me un dovere, ma un bisogno, al quale soddisfo con animo grato verso la nostra Accademia, che me ne ha affidato l'incarico, perocchè questo è purtroppo l'unico omaggio che io mi onoro di poter offrire alla memoria dell'amico, troppo precocemente rapito, quando ancora molto egli avrebbe potuto e saputo operare in pro della scienza.

Nell'anno 1883 il Professore GIUSEPPE GIBELLI, l'indimenticabile Maestro, allora chiamato alla Direzione dell'Orto botanico di Torino, faceva ricerca di un assistente alla Cattedra sua, ed io ebbi la ventura di proporgli l'amico, allora studente del V° anno di Medicina nella R. Università di Napoli.

Fu così che SAVERIO BELLI venne chiamato a far parte dell'Istituto nostro, dal quale più non si staccò. Egli ben presto divenne uno degli organi vitali del vecchio convento botanico del Valentino, che rallegrava colla sua inesauribile arguzia e colla facilità della vena poetica, e dove tutti ricorrevano a lui, come ad un consigliere prudente e sagace, famigliare ai più ardui problemi della scienza.

Tale divenne e tale si mantenne sempre, riverito ed amato da quanti ebbero la ventura di avvicinarlo e di conoscerlo intimamente.

La vita di SAVERIO BELLI non fu segnata da momenti avventurosi, degni di particolare menzione; si svolse quieta, serena e laboriosa nell'ambiente del laboratorio e della famiglia.

Assistente prima, quindi aiuto, docente, incaricato della Direzione e dell'insegnamento alla morte del Professor GIBELLI, passò poi come Professore di Botanica all'Ateneo di Cagliari (1), dove rimase pochi anni straordinario e ordinario poi. Per mo-

---

(1) Ecco il *curriculum vitae* di S. BELLI:

Laureato in Scienze naturali, 11 giugno 1887, con pieni voti e lode.
Assistente presso il R. Orto botanico di Torino, 1° nov. 1884-1888.
Aiuto id., id., 1889-1900.
Libero docente, 30 maggio 1894.
Incaricato insegnamento della Botanica e della Direzione del R. Orto botanico di Torino, 1° gennaio 1900.
Straordinario di Botanica alla R. Università di Cagliari, 1° dic. 1901.
Ordinario, 1905.

tivi di salute, giovane ancora, volle ritrarsi dallo insegnamento ufficiale per ritornare alle abitudini antiche nella sua Torino, dove riprese a vivere come prima nel Laboratorio nostro, intento a quegli studi che formavano la sua passione.

Eccessivamente modesto, non volle coprire cariche di nessun genere, alle quali pure la sua cultura, la sua scienza, il suo retto giudizio, il naturale buon senso avrebbero potuto giovare e dare ottimi frutti.

Tanta fu in lui la ritrosia, il disdegno di ogni distinzione che morì senza nemmeno essere *cavaliere*! quantunque facesse parte, come membro corrispondente, della nostra Accademia, fosse socio anziano della Reale Accademia di Agricoltura, della Società Alzate del Messico e di altre Società scientifiche.

Se il nome di Saverio Belli non sarà legato a vani titoli onorifici, la sua memoria invece rimarrà affidata a ben più saldi titoli di benemerenza scientifica e figurerà onorevolmente nella Storia della Botanica, perchè ad essa appartengono opere sue, le quali hanno indubbiamente segnato un reale progresso del pensiero filosofico.

Saverio Belli, figlio di Carlo e di Giuditta Silvetti, ebbe cinque fratelli ed una sorella, sposa in prime nozze al Chiarissimo, compianto Professore Giovanni Delorenzi (1), ordinario di Anatomia normale nella nostra Università, e quindi in seconde nozze al Comandante Paolo Emilio Spezia, della nostra marina da guerra.

Dal padre, uomo di alto sentire, di vasta e profonda cultura filosofica (Capo divisione al Ministero delle Finanze in Torino), e dalla Madre, donna di preclare virtù, ebbe educazione fine e completa.

Nato (2) da famiglia che per universale considerazione e per censo avito contava fra le più cospicue della regione ossolana, studiò nel Collegio Rosmini di Domodossola, sotto la guida del filosofo Giuseppe Calza e del valente naturalista Giuseppe

---

(1) Per quattro anni Saverio Belli fu assistente volontario di suo cognato nell'Istituto anatomico di Torino.

(2) Nacque il 25 maggio 1852 a Domodossola e morì dopo lunghe sofferenze, cristianamente e virilmente sopportate, il 7 aprile di quest'anno.

Gagliardi (1). Dal Collegio Rosmini passò all'Università di Torino dapprima e quindi a quella di Napoli, per ritornare a compiere gli studi a Torino, dove conseguì brillantemente la Laurea in Scienze naturali nell'anno 1887 (11 Giugno).

Forte, agile, cacciatore e tiratore valentissimo, godette di una gioventù quale non è concessa a molti di fruire.

Ho detto di lui e della sua vita solo quel tanto che egli mi avrebbe concesso di dire, perocchè io rispetto la modestia dell'amico.

So che egli era buono, leale e generoso; di una bontà non solo di parole ma di fatti.

Lo seppi sempre onesto e retto nelle sue azioni.

---

(1) Giuseppe Gagliardi (n. a Oleggio 20 luglio 1812, morto a Rovereto 1° novembre 1881), ordinato Sacerdote (13 giugno 1831), fu discepolo e amico di Antonio Rosmini e Vice Rettore del Collegio di Domodossola. Filosofo, educatore, fu sopratutto naturalista di elezione e appassionatissimo raccoglitore. Egli possedeva, come ricorda un suo biografo, in grado eminente, l'arte di insinuare nella gioventù lo spirito di osservazione, comunicando e trasfondendo in essa l'amore che egli aveva per le scienze naturali. Le qualità di osservatore diligente, minuzioso e coscienzioso che abbiamo ricordato in Saverio Belli furono in lui svegliate da questo dotto insegnante, benemerito della Flora ossolana. De Notaris e Cesati, fra i sommi botanici contemporanei suoi, erano legati da affettuosa amicizia con Padre Gagliardi, il quale ebbe a comunicare loro enorme quantità di materiali ossolani. Chi consulta le Opere di questi Autori trova ad ogni momento ricordato il nome del Gagliardi, che si occupò di Fanerogame, ma sopratutto di *Epatiche*, di *Muschi*, di *Alghe Desmidiacee* e *Diatomacee*, delle quali ultime si interessò sotto la guida dell'Abate Francesco Castracane, quando per importanti affari dell'Ordine Rosminiano risiedette per alcuni anni a Roma (1857). Padre Gagliardi pubblicò le *Epatiche raccolte nei dintorni del Calvario di Domodossola durante l'inverno 1875-76* negli " Atti dell'Accad. dei Nuovi Lincei ", tomo XXXVI, gennaio 1883. Una nuova *Pediastrea* da lui scoperta, il *Coelastrum Astroideum*, ebbe l'onore di essere inserita negli *Elementi per lo studio delle Desmidiacee italiane* di Giuseppe De Notaris, Genova, 1867. Estesi cenni biografici di questo naturalista sono riferiti da E. Chiovenda nella sua *Flora delle Alpi Lepontine* (Parte I), Bibliografia, Roma, 1906, pag. 74 e seg. Cesati nei suoi Appunti per una futura Crittogamologia Insubrica (" Commentari della Società Crittogamologica italiana ", fascicolo II, Genova, 1861) ricorda un *Orthotricum* nuovo e il rarissimo *Hylocomium Oackesii*, il *Trematodon ambiguus*, la *Dicranella cerviculata* ed altre rare Crittogame scoperte dal Padre Gagliardi.

Ho perduto in lui un amico vero, un consigliere prezioso, che piango e piangerò sempre amarissimamente.

***

I lavori di Saverio Belli rappresentano un complesso di contribuzioni scientifiche in special modo dirette allo studio della sistematica, dell'anatomia e della fisiologia dei vegetali.

Ad alcuni di essi accennerò solamente, mentre tenterò di riassumere in concettosa sintesi i principali *gruppi di ricerche* omogeneamente plasmati, perchè sono quelli che meglio concedono di poter lumeggiare il pensiero dal quale trassero origine e furono guidati; e dimostrano l'indole dell'ingegno del valoroso e modesto loro Autore, scomparso nel momento del più intenso e fattivo rinnovamento di quelle discipline alle quali aveva dedicato la sua attività di lavoro.

Mentre è in tutti il sentimento di un'epoca in cui la scienza va affermandosi sopra basi e criterii nuovi; mentre si vanno negando oggi quelle idee che, ancora pochi anni or sono, rappresentavano i dogmi della sistematica; e una scienza nuova, quella dei *fattori genetici*, tuttora imprecisa e confusa, si impone alla considerazione dei tassonomisti, e ne confonde le antiche valutazioni, la scomparsa di una mente critica, qual era quella di Saverio Belli, rotta per lungo lavoro a questo genere di studi, equilibrata, giusta, serena nei giudizi, ponderata nelle astrazioni, rappresenta una perdita dolorosa per la scienza.

I lavori sistematici del Belli vanno divisi in due serie: la prima dedicata allo studio del genere *Trifolium*; la seconda a quello del genere *Hieracium*.

Al genere *Trifolium* (V. Bibliogr., N. 1 a 11) attese col compianto suo Maestro Giuseppe Gibelli per un certo periodo di anni, proseguendo poi da solo nelle ricerche. Del genere *Hieracium* (V. Bibliogr., N. 12 a 20) invece si occupò da solo, dedicandogli le cure più assidue e le simpatie più ardenti e costanti.

In queste due serie di lavori, più che la competenza del monografo, ammiriamo la genialità colla quale ha saputo, partendo da osservazioni singole, assurgere a concetti filosofici di ordine generale.

La sistematica del Belli procede, nei suoi lavori, sicura, sciolta da quelle ricette scolastiche che avevano a poco a poco ridotto questo ramo, pur così importante della botanica, a niente altro che ad una specie di colossale collezione di lapidi di un immenso cimitero di mummie vegetali.

Essa ci appare quale dovrà essere, cioè la risultante delle conoscenze delle singole forme, desunta non solo da un unico stadio, per quanto elevato, come è quello della riproduzione; ma da tutto il ciclo di sviluppo di ogni specie, dall'esame comparativo dei vari organi loro, dal modo di funzionare, dalla loro vita di relazione coll'ambiente esterno.

Lo scopo della sistematica, quale risulta dai lavori del Belli, è quello di riuscire a stabilire un organismo di insieme, nel quale le specie di un genere o di una famiglia appariscono quali discendenti di un comune albero genealogico, come ramificazioni filogenetiche nel tempo e nello spazio.

I Fitografi del vecchio stampo, assillati dalla impellente necessità di sistemare le varie specie di un Genere, si sforzavano di creare gruppi o Sezioni subordinandoli ad un solo carattere, ingenerando così raggruppamenti artificiali: serie empiriche che le distanze morfologiche tra l'una specie e l'altra rendono disuguali nella loro dignità.

Fondare unità tassonomiche naturali, omogenee, di uguale valore, di uguale dignità gerarchica, aventi per conseguenza una *facies* comune, le quali, in ultima analisi, inducano a ritenere le specie singole, che le compongono, quali discendenti da un solo capostipite, è lo scopo che il monografo deve proporsi per riuscire alla vagheggiata seriazione naturale delle forme.

Per questi gruppi, che il Gibelli e il Belli nella magistrale Prefazione all'Opera dei Trifogli hanno profondamente discussi e con finissimo intuito esattamente limitati nei loro confini, essi hanno adottato il nome di *Stirpes* (o *Schiatte*), usando con intendimenti ben definiti questo termine profondamente significativo.

Le *Stirpes* esprimerebbero un *fatto atavico*; mentre le *Species*, delle quali risultano le *Stirpes*, rappresenterebbero invece le attuali discendenze di esse.

Le *Stirpes* sono, secondo i nostri Autori, un complesso di entità *reali*, che hanno uno *stampo* comune; che probabilmente hanno avuto una origine comune, dimostrabile nella attualità:

che si rassomigliano fra loro, così da costituire un nucleo ben distinto e separato dalle altre *Stirpes* della Sezione, alle quali esse appartengono, ed i cui caratteri sono inegualmente distribuiti nei vari membri che le compongono, originando così i diversi gradi di dignità, intesi coi nomi di *species*, *subspecies*, *varietates*, ecc.

Seguendo questi concetti fondamentali anche nel riguardo dei gruppi di ordine secondario, nella definizione cioè delle *specie*, delle *sottospecie* e delle *varietà*; operando con cura paziente e meticolosa, durante sei anni di assiduo lavoro; studiando una enorme quantità di materiali provenienti dai principali musei di Europa, i due scienziati crearono quel complesso di classiche memorie sul genere *Trifolium* che rimarrà come un modello di questo genere di studi.

Senza tema di esagerare, affermiamo che la Monografia dei Trifogli italiani distribuita in dieci grandi lavori raccolti nelle Memorie e negli Atti della nostra Accademia, dei quali sette condotti dal 1887 al 1901 in collaborazione fra il Gibelli e il Belli e quattro spettanti al solo Belli e da lui dedicati al Maestro), costituisce il più importante lavoro di insieme che la Scienza oggi possieda sopra questo intricato e difficile gruppo di vegetali.

Lo studio critico dei Trifogli non rivela soltanto la perizia e la competenza degli Autori, ma è prova della loro onestà scientifica, perocchè non contiene una sola osservazione, la quale non sia stata condotta sul vero, e vagliata anche nei minimi particolari.

Il plauso col quale fu accolta questa serie poderosa di ricerche ne dimostra l'eccezionale valore scientifico. Potranno variare col tempo i criterii di ordinamento dell'insieme, quando con esattezza, direi matematica, si potrà giungere alla seriazione dei vegetali, ma non muterà certo la importanza delle osservazioni che gli Autori hanno accumulate, così che nessuno ardirà toccare questo difficile argomento senza la guida della monografia fondamentale che onora la sistematica italiana.

Per completare gli studi sui Trifogli volle il Belli rivolgere la sua attenzione ad una quantità di questioni interessanti il significato anatomico dei loro tessuti, studiandole dal punto di vista delle interpretazioni sulle quali si vorrebbe imperniare la classificazione anatomica dei vegetali superiori.

Egli si ingolfò così, per un periodo di alcuni anni, nelle questioni più intricate e discusse della moderna anatomia, e quindi in un labirinto di lavori, di teorie, di nomi variamente interpretati, che la luce della verità scientifica è ben lungi ancora dall'illuminare.

Nella discussione critica SAVERIO BELLI trovava un gradito elemento di lavoro.

Più le cose apparivano dubbie, oscure, complicate, e più egli si beava a dipanare tranquillamente le arruffate matasse altrui.

Così egli si era lasciato indurre a interrogare la sfinge del genere *Trifolium*; così si era impelagato nel genere *Hieracium*, e così, studiatamente, si immerse nello studio critico dell'anatomia caulinare e nella interpretazione teorica di tali tessuti (V. Bibl., N. 11).

Riassumere anche per sommi capi l'imponente lavoro di critica bibliografica da lui esposta con la cura più meticolosa è cosa impossibile; epperò al lavoro originale rinvierò il lettore, tenendomi pago di esporre le conclusioni alle quali giunse il BELLI dopo un faticoso e complesso lavoro di ricerche bibliografiche ed anatomiche.

L'attenzione dell'Autore fu sopratutto rivolta al cosidetto *Periciclo*, nome col quale gli Autori francesi, specialmente della Scuola di VAN TIEGHEM, intendono di designare un tessuto che, come posizione, limiti e funzione, dovrebbe essere, secondo le loro idee, non solo *omologo*, ma *continuo* con quello indicato nella radice col nome di *Pericambio*.

Il carattere precipuo del *Pericambio* radicale (come è universalmente noto), è quello di essere verso l'esterno avvolto da una zona che internamente limita la corteccia, indicata col nome di *Endoderma*, caratterizzata da anelli di inspessimento, pieghettati o no, da suberificazioni, ecc.

Orbene, si volle da questi Autori, che anche il *periciclo caulinare*, analogamente a quello della radice, fosse pur esso accompagnato da un *Endoderma caulinare*, al quale poi lo STRASBURGER diede il nome di *Fleoterma*.

Questo concetto, che può in molti casi avere un fondamento reale, dimostrabile in natura, fu a torto generalizzato, e dal campo puramente anatomico, lasciandosi essi trasportare in

quello teorico, proclamarono la normalità del fatto, ammettendo la costante presenza nel fusto di un *Endoderma* come topograficamente esistente.

Fu merito del BELLI di avere, con difficili ricerche istogenetiche, sullo sviluppo iniziale del *Cambio*, dimostrato che tale concezione era erronea e che l'esistenza dell'*Endoderma* (*Fleoterma*) e del *Periciclo* non è dimostrabile sia nei *Trifolii*, sia in molte altre piante, e che per conseguenza i fatti singoli non si potevano generalizzare come aveva inteso di fare la Scuola di VAN TIEGHEM, la quale sulla esistenza *supposta costante* delle due sovraccennate regioni anatomiche aveva imperniato la *Teoria stelica*, teoria che, come è noto, sta nella più stretta dipendenza dalla supposta esistenza costante dell'*Endoderma caulinare* in prima linea e in seconda del *Periciclo*.

Sulla presenza dell'*Endoderma* fu infatti basata la divisione regionale del fusto primario in: *cilindro centrale* e *corteccia*, per cui, ove questa regione, cosidetta *endodermica*, non esistesse, non vi sarebbe ragione di mantenere la divisione di *cilindro centrale* e *corteccia* nel senso voluto dagli Autori.

Il paziente lavoro del BELLI è in conclusione una critica sottile, stringente, acuta della *Teoria stelica* e dei lavori che cercano di illustrare una concezione che ha oggimai perduto gran parte della importanza che avrebbe avuto, ove i fatti avessero corrisposto alla immaginosa interpretazione teorica del VAN TIEGHEM e della sua Scuola.

Il secondo gruppo di lavori è dedicato al genere *Hieracium*, per unanime consenso dei sistematici il più *indiavolato* (1), il più *terribile* dei generi dei vegetali vascolari, tanto esso è variabile, ricco a dismisura di forme, di varietà, di ibridi derivanti da un numero relativamente ristretto di specie.

(1) Sui cartellini degli esemplari che si scambiavano BELLI e ARVET-TOUVET, ad ogni momento si incontrano espressioni che rivelano le difficoltà che incontravano i due hieraciologi per sistemare le specie critiche. Così a proposito di una forma di *H. cottianum* Arv. (var. *strigulosum* Arv.): *Ce diable de Genre vous désarçonne à tout coup! et c'est quand on se croit le plus ferré, qu'il vous désarçonne le mieux!!*

Tanto è che ELIA FRIES, il padre della moderna *hieraciologia* (autorità indiscussa), dopo averlo per tanti anni assiduamente studiato, lo definiva scultoriamente così:

Hieraciorum Genus in opprobrium Scientiae, Botanicis adhuc praebet nodum quemdam Gordianum!

Il nostro BELLI sino dalla giovinezza, quando a Napoli, sotto la guida di PASQUALE, andava erborizzando, si innamorava di questa sfinge botanica, così, che di poi non lasciò passare, si può dire, giorno senza occuparsene.

Le difficoltà di questo studio lo elettrizzavano, perchè la complessità dei problemi che si riferiscono alla sua sistemazione, lo portava in un campo di ragionamenti particolarmente adatti all'indole della sua mente, dalla natura portata alle concezioni astratte e alla meditazione.

A poco a poco perdurando egli in questa sua passione di studio, diventando tetragono alle difficoltà e ai dubbi che lo assalivano, e che a volte gli facevano rimpiangere il tempo e le fatiche durate, riuscì a mettere insieme una delle più ricche collezioni di *Hieracium*, la quale volle poi donare al Museo di Torino, accompagnata da una biblioteca hieraciologica importantissima.

Studiò quindi la maggior parte delle collezioni italiane; compulsò le raccolte europee più interessanti; intavolò corrispondenza attivissima coi migliori specialisti, giungendo infine a redigere quella *Chiave dicotomica delle specie del genere Hieracium crescenti in Italia* (V. N. 18) che fa parte del compendio della *Flora italiana* di ADRIANO FIORI; opera classica, testimonio della sua rara competenza in questi studî.

Fra i *Hieraciologi* più distinti: ARVET-TOUVET, BURNAT, BICKNELL, ARMANDO GAUTIER, NÄGELI, SUDRE, COSTE... furono in intima relazione con lui, ed una fratellanza, mutatasi presto in tenera, fraterna amicizia legò per tutta la vita ARVET-TOUVET, il competente fra i competenti hieraciologi francesi, al BELLI.

Chi legge la biografia di questo botanico dettata dalla penna brillante di MARCELLO MIRANDE (1), può farsi un concetto

---

(1) MARCEL MIRANDE, *Arvet-Touvet botaniste dauphinois et son œuvre*. Grenoble, 1915, “ Annales de l'Université de Grenoble ,, vol. XXVII, N. 1, 1915. — ID., *Casimir Arvet-Touvet botaniste hieraciologue (1841-1913)*, “ Bulletin de la Société de Statistique ,, tom. XXXIX, 1918.

delle relazioni riboccanti di passione scientifica che legavano i due amici, i quali, *pure non essendosi mai conosciuti di persona*, vibravano per lo stesso ideale.

Dalla loro corrispondenza emana il profumo del più schietto idealismo scientifico, talchè non si direbbero lettere di due scienziati che trattano di un Genere di piante, ma di due amanti che vagheggiano, palpitano per un ideale comune; sono sospiri di anime nate per intendersi!

Il MIRANDE, al quale BELLI affidava le lettere dell'amico, che potè quindi seguire passo passo le fasi di questa nobile comunione di anime e analizzarla nella commovente biografia di ARVET-TOUVET, ne fu così scosso che, scrivendomi testè parole di acerbo rimpianto per la morte del BELLI, così si espresse:

" Si la famille n'avait pas trop de chagrin de se séparer " de ces lettres, je serais bien heureux qu'elle veuille bien en " faire hommage à l'Université de Grenoble.

" Je les placerais dans la Salle ARVET-TOUVET. Là la mé" moire des deux savants, des deux amis intimes, qui de leur " vivant ne se sont jamais vus, serait pieusement conservée.

" Dans cette salle qui contient les *Hieraciums* d'ARVET-" TOUVET, et les lettres à lui écrites par BELLI, leur ombres er" reront et seront heureuses de se rencontrer!

" Voudriez-vous présenter ce vœu à la famille du cher " défunt? „.

Il desiderio del botanico francese, che la vedova di SAVERIO BELLI pietosamente e generosamente accolse, rivela con quale ardore, con quale nobile slancio i due amici amarono la scienza; come essi intesero e servirono l'ideale che legava le loro anime assetate del vero!

Ma volle fatalità, che la corrispondenza dei due amici iniziatasi fra i più ardenti entusiasmi dovesse chiudersi fra i dubbi e gli scoraggiamenti, per effetto del movimento di idee nuove che grava oggi sui criteri che dovranno regolare la intricatissima questione della valutazione del concetto delle *specie*.

Nella sistemazione dei Generi critici (*Rosa*, *Rubus*, *Mentha*, *Euphrasia*, ecc.), e più specialmente in quella del genere *Hieracium*, siamo oggi piombati in un periodo di dubbi.

Nessuno infatti ha potuto definire quali sieno i limiti nei quali si debbano circoscrivere le *specie* e in quali gradi sieno

esse mutevoli, e quali caratteri valgano a segnare la *dignità* delle mutazioni.

Se le specie sieno o no capaci di dare ibridi fecondi o sterili; a quali serie di generazioni convengano queste attitudini, sono ancora questioni insolute.

Aggiungasi ancora che i problemi risultanti dalla constatazione dei fenomeni così detti di *apogamia*, si affacciano ad intralciare queste già intricatissime questioni, a complicarle ancora!

Pochissimo è noto intorno al valore, al modo di comportarsi del polline e degli ovuli delle varie forme, esse stesse refrattarie per la omogeneità dei loro caratteri agli sforzi di sistemazione.

Nel campo della *Hieraciologia*, dove le forme si presentano variabilissime; dove (come nel *Hieracium boreale*, nel *H. murorum*, ad es.) si può dire che ad ogni stazione corrispondano forme particolari, il botanico rimane perplesso, confuso, non sapendo come trarsi d'impaccio per valutare forme davvero *incoercibili*.

Sopra tali argomenti si scrissero innumerevoli volumi. Le teorie si sovrapposero alle teorie, e le parole reboanti, più che i fatti, servirono ad arruffare siffattamente la questione, tanto che i due amici, dopo tanta somma di lavoro, condotto con impeccabile maestria di osservazioni diligenti e sagaci, di fronte alle nuove gratuite valutazioni delle unità sistematiche e delle loro relative dignità, sentirono l'offesa che veniva fatta alle idee per le quali avevano strenuamente combattuto, e si ritrassero sfiduciati dall'agone, lasciando al tempo il còmpito di sceverare il vero dal falso e ricondurre la scienza sulla retta via.

“ Nous laisserons certainement „, scriveva Arvet-Touvet al nostro Belli, “ plus à faire après nous que nous n'aurons fait! “ Mais si les Z.... et C^ie^ s'en mêlent et parviennent à s'y ac-“ créditer auprès des botanistes, dont la très grande majorité “ n'y entendent absolument rien, tout est perdu peut-être à “ jamais, et c'est le retour certain au chaos! „.

Queste parole rispecchiano le condizioni d'animo del vecchio, appassionato naturalista, che poco tempo prima di morire vede scossi, minati gli ideali che rappresentavano la sua fede, la sintesi dell'attività scientifica di tutta la sua vita! Di fronte al nefasto, travolgente sconvolgimento, egli altro non vede, di altro

non si preoccupa che del pericolo che esso abbia a nuocere al progresso reale della scienza.

Il Belli invece non si ritrasse subito dalla lotta; ai nuovi indirizzi di idee sul concetto di valutazione delle specie si oppose energicamente; esponendo con ragionamento serrato, con sagacia di critica, in un'opera serenamente pensata e limpidamente scritta, i concetti ai quali egli aveva informata tutta l'opera sua di sistematico.

Egli intese che tale lavoro rimanesse come testimonio tangibile delle concezioni alle quali era stato condotto, sia dal ragionamento, sia sopratutto dalla osservazione delle forme specialmente di *Hieracium* e di *Trifolium*, quali egli studiò in natura.

Le vedute sul concetto filosofico della specie furono affidate alla nota opera *Sur la réalité des Espèces en nature* (V. N. 41), che egli, perchè avesse maggiore diffusione, scrisse in lingua francese, essendo destinata al Congresso internazionale di Vienna, nel quale si dovevano discutere le leggi della Nomenclatura botanica.

Il lavoro del Belli, che io cercherò di prospettare nei suoi concetti fondamentali, esamina e discute essenzialmente le tendenze delle opposte Scuole che oggi si agitano e si combattono, e che si combatteranno ancora a lungo, sino a quando cioè agli argomenti di indole prettamente filosofica si giungerà a sostituire basi veramente scientifiche e quindi indiscutibili, su cui poggiare l'edificio.

Ma tali basi, tanto desiderate, sono ancora al di là da venire e ci vorrà tempo, studi e ricerche di indole varia, prima che la verità illumini finalmente la questione intricatissima e conceda ai sistematici la luce tanto sospirata.

Il valore della *specie* è inteso oggi secondo due concetti diametralmente opposti.

Una *Scuola* considera la specie come una realtà realmente esistente in natura; l'altra nega questa concezione in modo assoluto.

La prima Scuola, alla quale appartiene il Belli (1) (quella che Briquet definisce col nome di *neojordanista*), ammette che

(1) In fondo risulta che al nostro Belli, come all'amico suo Arvet-Touvet, sorridevano gli ideali della tradizione monogenista linneana, quelli che

esistano in natura, nel momento attuale, dei gruppi di vegetali aventi limiti differenti (grandi o piccoli), rappresentanti di unità attuali e reali; gruppi cioè di vegetali che presentano ai nostri occhi un certo numero di caratteri in equilibrio stabile, la cui variabilità oscilla entro limiti definiti e ai quali si dà il nome di *specie*.

La seconda Scuola invece (alla quale conviene il nome di *neo-darwinista*), nega l'esistenza in natura di questi gruppi; non ammette di realmente esistente in natura altro che l'individuo, tutte le altre categorie o gruppi considera come *astrazioni*.

Le *specie* non sarebbero che una imagine, una concezione spirituale di molte esistenze reali, cioè di *individui*; esse quindi non potrebbero considerarsi come aventi una esistenza reale.

La prima Scuola, tende in conclusione a dare una base pratica alla sistematica; a salvare la specie linneana per non distruggere il vasto complesso sul quale si inquadra tutto l'odierno ordinamento tassonomico; la seconda invece induce ad un lavoro di astrazione, sostituendo alla nozione di *specie assoluta, realmente esistente*, il concetto di *specie relativa*.

Con profondità di critica, con dovizia di argomentazioni, con vastità di cultura, entra il BELLI nel contrastato arringo per dimostrare che la specie non è nè una illusione, nè una astrazione, ma una *realtà collettiva* di individui nati l'uno dall'altro nel tempo e nello spazio, la sintesi di una serie reale di individui aventi caratteri comuni.

Se la specie fosse una illusione la sistematica non avrebbe più ragione di esistere!

La Storia ammonisce che più profondamente si studia un genere di piante più aumentano le difficoltà di sistemarlo. Se finora vaghiamo nel dubbio, ciò dipende dal fatto che è impos-

---

JUSSIEU, DE CANDOLLE, CUVIER avevano appoggiato colla loro autorità e che il BOISSIER ha concettosamente esposti nella Prefazione della *Flora orientalis* (p. XXXI). BOISSIER infatti riteneva le specie, " non comme des con- " ceptions arbitraires de l'esprit humain, mais comme des créations sorties " à des époques diverses de la puissante main de Dieu, ne pouvant se " transmuer l'une en l'autre, mais souvent variables dans des limites plus " ou moins étendues, quelquefois difficiles à tracer, mais qui toujours existent " et qu'elles ne dépassent jamais ". Questa frase, come riferisce il MIRANDE (loc. cit., pag. 15), era sovente ripetuta da ARVET-TOUVET.

sibile avere sotto gli occhi, in una data unità di tempo, tutti gli individui esistenti nel globo, provenienti da altri individui della stessa specie.

Chè se ciò fosse possibile noi avremmo sotto gli occhi, non già una astrazione, ma l'insieme reale degli individui, costituenti la materialità reale, dovuta alla successione ininterrotta di tutte le forme derivanti dai loro parenti in un dato momento della attualità.

La impotenza nella quale ci troviamo di comprendere la *specie assoluta* nel suo insieme, non è però, secondo Belli, una ragione per negare l'esistenza *reale* della specie.

Quanto più sarà possibile disporre di materiali abbondanti e di mezzi più perfezionati di investigazione, tanto più si potranno riconoscere i limiti *reali* delle specie ed i valori intermediarî potranno essere più esattamente compresi.

Il *reale* potrà così essere separato dal *transitorio*, e la luce e la semplicità ritorneranno a rifulgere là dove erano confusione e dubbi.

L'incertezza inevitabile oggi nei lavori di sistematica, dice il Belli, non deve essere attribuita alla non esistenza della specie, ma alla impossibilità di abbracciarne tutta la corporea materialità.

Chi avrebbe detto trenta anni or sono, quando imperavano le dottrine evoluzioniste darwiniane, che esse sarebbero state così presto discusse?

Il Belli si preoccupava dei danni che le teorie a base di eccessiva astrazione filosofica avrebbero prodotto alla sistematica, demolendo il vasto, complesso edificio nel quale si inquadra tutto il materiale floristico, senza ricostruirne un altro; negando senza produrre fatti, portando il *caos* ove già regnava un ordine relativo basato sulle osservazioni oggettive, rendendo quasi impossibile l'opera dei monografi.

Però, secondo noi, sino a quando non saranno esattamente noti i caratteri e le potenzialità degli ibridi, la cui importanza genetica è venuta sempre più affermandosi colle teorie mendeliane e con le moderne ricerche sul comportamento delle linee pure; sino a quando non saranno note le importanze dei fattori genetici, delle attività polliniche ed ovulari, ecc., non sarà concesso ragionare con esattezza e stabilire i limiti di possibili

variazioni; nè avere un concetto sicuro di ciò che dovrà intendersi coi nomi di *specie*, *sottospecie*, *varietà*, ecc.

La sistematica non giungerà a dignità di scienza se non quando saranno noti questi elementi di giudizio; ma siamo pur troppo da ciò ancora ben distanti e finora la verità assoluta continua a rimanere oltre i limiti delle nostre conoscenze.

L'unità sistematica linneana, la specie cosidetta elementare, deve essere l'insieme di tutti gli individui i quali mantengono i loro caratteri anche nelle generazioni successive, a meno che non intervengano fatti di vera e propria *mutazione*.

La sistematica linneana giudica in base al principio di *creazione*. La genetica in base a quella di *isogenesi*.

Il concetto di specie linneana potrà rimanere fisso per il sistematico che giudica gli individui quali si presentano; ma non potrà essere tale per chi si occupa di genetica e giudica l'individuo analizzandone le discendenze, e sulle basi di tali considerazioni cerca di fissarne il valore, il significato, la posizione, la natura.

I lavori hieraciologici ai quali già abbiamo accennato, non costituiscono tutto il corredo che il Belli ci lasciò come testimonio della sua singolare perizia nella conoscenza di questo Genere: perocchè, oltre alla *Chiave*, ci rimangono di lui otto Memorie nelle quali egli studiò alcune specie di *Hieracium* considerandole dai punti di vista storici, critici e sinonimici, e fra le quali sono notevolissime quelle che si riferiscono ad alcune specie di Allioni, di Moris, di Boissier, Pàncic, ecc. (V. N. 12. 15. 17. 19).

Ai *Hieracium* rimase Belli fedelissimo sino alla morte di Arvet-Touvet, avvenuta il 4 marzo 1913; la scomparsa di lui fu dal Belli così dolorosamente sentita, influì così profondamente sullo spirito suo, che segnò una orientazione nuova nelle sue speculazioni scientifiche. I *Hieracium*, ai quali per tanti anni e con tanto ardore di passione aveva dedicato le sue cure, a poco a poco furono da lui abbandonati; essi gli ricordavano troppo la scomparsa dell'amico del cuore e le acerbe lotte sostenute contro i nemici dei suoi ideali scientifici!

Così egli, a partire dal 1913, volse con più ardore la mente a ricerche di indole filosofica sulla *origine delle specie*, ammassando note e considerazioni, nell'intento di riordinarle in una opera di polso, di cui lasciò scritti solo frammenti, avvegnachè la morte lo cogliesse rapidamente.

Del resto non soltanto ai *Trifogli* e ai *Hieracium* aveva rivolto il Belli la sua attenzione durante la sua carriera scientifica.

Egli che nella conoscenza dei vegetali superiori era *Maestro*, sistemò secondo i concetti di Hackel (N. 24. 27) l'ingente materiale delle *Festuche* conservate nelle collezioni del Museo di Torino, scrivendo due magistrali lavori comparsi nel giornale botanico " *Malpighia* ", dove pure pubblicava alcune sue interessanti Note sopra specie rare della Flora italiana (V. N. 22-23). Alla conoscenza della vegetazione sarda contribuì egli pure, quando facemmo assieme conoscere ai botanici italiani i manoscritti ignorati di Michele Plazza da Villafranca Piemonte, di quasi cento anni anteriori alla *Flora Sardoa* del Moris (V. N. 30).

Di parecchie rare specie italiane, di elenchi di piante si occupò egli in epoche differenti (N. 21. 25. 26. 28), mentre nell'anno 1904 descriveva e dedicava al compianto e rimpianto comune amico, il Dottor Filippo Vallino, la curiosa e interessante *Euphorbia Valliniana*, apprezzato endemismo della Flora pedemontana (N. 29).

L'ultimo suo lavoro, venuto alla luce dopo la sua morte, è ancora uno studio sistematico e critico sulla controversa *Althaea Taurinensis* di De Candolle (N. 31).

Nè il Belli si interessò soltanto alle piante vascolari, chè in alcune notevoli contribuzioni trattò pure delle piante Tallofite e particolarmente si interessò alle forme fungine superiori, che gli erano profondamente note.

Due suoi contributi alla Flora micologica della Sardegna illustrano forme nuove interessantissime, quali sono il *Boletus Sardous* Belli et Saccardo e il *Montagnites radiosus* Hollos var. *isosporus* Belli (N. 33. 34. 35).

Gli studi sui frumenti *carbonati* rappresentano un prezioso documento sulla *Tilletia laevis* Kühn, anche per ciò che essi si riferiscono alla sua importanza sanitaria (N. 32).

Delle benemerenze di Saverio Belli e della fervente opera sua come Socio della Reale Accademia di Agricoltura, già disse con affettuoso fervore e con elevatezza rara di sentimento il suo allievo diletto Giovanni Negri. Egli parlò di lui così bene e così giustamente nella solenne Commemorazione testè svoltasi in seno a quella Società, che io non trovo parole da aggiungere

alle sue, che non siano di schietto e doloroso rimpianto per chi ha saputo, come il Belli, portare, anche nella pratica applicazione dei concetti scientifici, la più larga, apprezzata, illuminata contribuzione di mente e di azione in elevate discussioni, in geniali e provvide iniziative.

***

In questi ultimi anni, specialmente dopo la morte di Arvet-Touvet e l'inizio della guerra europea, Saverio Belli cominciò a mostrarsi fisicamente e moralmente assai mutato.

Le ali balde della Musa del nostro buon poeta maccheronico si andavano ripiegando sotto il peso di una continuata malinconia; le odi latine e le satire del nostro caro " *Orazio flaccido* „ non comparvero più spigliate, audaci e svelte a rallegrare le solennità maggiori del convento del Valentino, intese a ricordare l'amato maestro nostro Giuseppe Gibelli.

L'ultimo carme scherzoso, pieno di *humour*, egli lo compose (e fu pubblicato da un giornale cittadino) due anni or sono, quando aveva potuto lasciare il letto, ove per due mesi lo aveva piombato un disgraziato investimento automobilistico, che forse fu la causa remota della sua morte immatura.

Poi il disgusto profondo provato per l'increscioso procedere di certi elementi locali, nemici anche del nome della patria; le vicissitudini della guerra immane, le dubbiosità del momento politico attuale piombarono a poco a poco l'animo onesto e profondamente patriottico del Belli in uno stato di inquietudine. Tristi presentimenti lo assalivano, così che perdette la fede nell'avvenire e l'entusiasmo al lavoro, che era stato ragione della sua vita.

Egli tristamente si accasciò e persino giunse a staccarsi definitivamente dai suoi *Hieracium*, che volle con gentile pensiero lasciare come ricordo al Museo di Torino unitamente alla preziosa biblioteca hieraciologica, dalla quale non si era staccato quando generosamente donava all'Istituto di Cagliari tutti i suoi libri e il suo microscopio.

La salda sua fibra per alcun tempo lottò con tenacia incredibile contro al male inesorabile; e senza che egli negli ultimi

giorni potesse avere coscienza del suo stato, abbandonò inconsolabile la consorte diletta e gli amici.

Saverio Belli, tempra salda di uomo, meravigliosamente adatta alla complessa vita del pensatore, del critico, del filosofo, dello scienziato, del poeta, del musico e dell'uomo di lettere, non fu ugualmente uomo di azione nel senso moderno della parola.

Egli fu piuttosto un sognatore; coraggioso di fronte al pericolo, ma dubbioso e timido nelle avversità della vita, che visse solitaria coi pochi e fidati amici botanici, ai quali consacrò l'ultimo suo lavoro (1).

In intimo quotidiano commercio con Saverio Belli ho trascorso la più gran parte della mia vita di Laboratorio. Con lui ho sognato nella giovinezza, con lui più tardi ho conosciuto le battaglie e la realtà delle cose. Ora che l'età grava e che gli entusiasmi sono svaniti, sento tutto il valore e il dolore della perdita di quegli che fu per me amico sincero e leale. La sua memoria rimane impressa nel mio cuore e legata a ricordanze che nè il tempo, nè gli eventi cancelleranno.

---

(1) Il lavoro (N. 31) della Bibliografia fu infatti dal Belli dedicato ai D[ri] Gola, Negri, Santi e Vignolo-Lutati e all'instancabile e diletto suo amico il Conservatore del R. Orto botanico di Torino Cav. Enrico Ferrari.

Devo all'abilità e alla cortesia dell'amico D[re] Felice Masino il ritratto di Saverio Belli, tratto da una istantanea eseguita circa il 1900 dal compianto Avv. F. Ferrero.

BIBLIOGRAFIA

Studi e ricerche sul gen. “ Trifolium „ Linn. (1).

1. Belli S. e Gibelli G., *Intorno alla morfologia differenziale esterna ed alla nomenclatura delle specie di “ Trifolium „ della sezione “ Amoria „ Presl. crescenti spontanee in Italia.* Nota critica. “Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino „, vol. XXII, Torino, 1887.
2. — — *“ Trifolium Barbeyi „ novam speciem, ecc.*, “ Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino „, vol. XXII, Torino, 1887 (con 1 tavola).
3. — — *Rivista critica e descrittiva delle specie di “ Trifolium „ italiane e affini, comprese nella sez. “ Lagopus „ Koch.* Saggio di una Monografia dei Trifolii italiani. “ Memorie della R. Accad. delle Scienze di Torino „, serie II, tom. XXXIX, Torino, 1888 (con nove tavole).
4. — — *Rivista critica delle specie di “ Trifolium „ italiane, sezione “ Chronosemium „ Ser. in DC.* Prod. II, p. 204. — *Caratteri generali dei “ Chronosemium „ e della Stirps “Agraria „ Nob.*, “ Malpighia „, vol. III, Genova, 1889.
5. — — *Rivista critica delle specie di “ Trifolium „ italiane comparate con quelle del resto d'Europa e delle regioni circummediterranee delle sezioni: “ Galearia „ Presl., “ Paramesus „ Presl., “ Micrantheum „ Presl.*, “ Memorie della R. Acc. delle Scienze di Torino „, serie II, tom. XLI, Torino, 1890 (con tre tavole).
6. — — *Rivista critica delle specie di “ Trifolium „ italiane comparate con quelle del resto d'Europa e delle regioni circummediterranee della sezione “ Trigantheum „ Nobis (“ Mirtyllus „ Presl. pp.)*, “ Mem. R. Acc. Scienze di Torino „, serie II, tom. XLII, Torino, 1891 (con tre tavole).
7. Belli S., *Sui rapporti sistematico-biologici del “ Trifolium subterraneum „ L. cogli affini del gruppo “ Calycomorphum „ Presl.*, “ Malpighia „, anno VI, vol. VI, Genova, 1892.
8. Belli S. e Gibelli G., *Rivista critica delle specie di “ Trifolium „ italiane comparate con quelle del resto d'Europa e delle regioni*

(1) I lavori sono elencati in ordine cronologico.

circummediterranee delle sezioni: " Calycomorphum " Presl., " Cryptosciadium " Celak, " Mem. R. Acc. Scienze di Torino ", serie II, tom. XLIII, Torino, 1892 (con tre tavole).

9. Belli S., *Rivista critica delle specie di " Trifolium " italiane comparate con quelle straniere della sezione " Lupinaster " (Buxbaum),* " Mem. R. Acc. Scienze di Torino ", serie II, tom. XLIV Torino, 1893 (con due tavole).
10. — *Endoderma e Periciclo nel gen. " Trifolium " in rapporto colla teoria della Stelia di V. Tieghem e Douliot.* Osservazioni anatomico-critiche. " Memorie R. Acc. Scienze di Torino ", serie II, tom. XLVI. Torino, 1896.
11. — *Neue Beiträge zur Flora der Balkaninsel insbesondere Serbiens, Bosniens und Herzegovina von K. Fritsch. Gen. " Trifolium " bearbeitet von Dr. S. Belli,* " Naturwiss. Verein für Steiermark ", 1910, vol. 47.

Studi e ricerche sul genere " Hieracium " Linn.

12. Belli S. *Che cosa sieno " Hieracium sabaudum " L. e " Hieracium sabaudum " All.* Studi critici. " Malpighia ", anno III, 1889, p. 433 (con tre tavole).
13. — *Notizie sopra alcuni " Hieracium "*, " Malpighia ", anno II, vol. II, 1888-89, p. 342.
14. — *Osservazioni su alcune specie del genere " Hieracium " nuove per la Flora Pedemontana,* " Malpighia ", III, 1889, p. 134.
15. — *I " Hieracium " di Sardegna. Rivista critica delle specie note dalla Flora Sardoa di Moris e del Catalogo di W. Barbey. — Specie nuove per la Sardegna e notizie sul " H. crinitum " Sibth. Sm.,* " Mem. R. Acc. Scienze di Torino ", serie II, tom. XLVII, Torino, 1897.
16. — *Un cospicuo dono scientifico al R. Istituto botanico dell'Università di Torino,* Firenze, " Giornale botanico ital. ", 1898.
17. — *Il genere " Hieracium " nelle Opere e nell'Erbario di Allioni,* " Malpighia ", vol. XVIII (Volume pubblicato per le Onoranze centenarie di C. Allioni), Genova, 1904.
18. — *Chiave dicotomica per la determinazione delle principali specie crescenti in Italia del gen. " Hieracium ",* Padova, 1904 (Dalla " Flora analitica d'Italia " di A. Fiori e G. Paoletti, ecc.).
19. — *Sul " Hieracium undulatum " Boiss. (" H. Naegelianum " Pancic),* " Bull. della Soc. bot. ital. ", p. 71, Firenze, 1907.
20. — *Intorno ad alcuni " Hieracium " dell'Abruzzo, raccolti dal professore Lino Vaccari,* " Bull. Soc. bot. ital. ", 1907, p. 93.

Sistematica delle Fanerogame.

21. BELLI S., *Elenco di alcune piante che si incontrano nei dintorni di Cesana Torinese* (in PIOLTI, *Nei dintorni di Cesana*), " Bollettino C. A. I. ", vol. XX, n. 51, p. 259, 1887.
22. — " *Viola Lancifolia* " *Thor. Località nuove della* " *Saxifraga florulenta* " *Moretti*, " Malpighia ", anno II, vol. II, p. 342 (1888-89).
23. — " *Carduus nutans* ", *var.* " *latisquamus* " *Belli*, " Malpighia ", anno II, vol. II, pag. 265 (1888-89).
24. — *Le Festuche italiane del R. Museo botanico torinese, enumerate secondo la Monografia di Hackel*, " Malpighia ", III, 1889, p. 139.
25. — *Sull'* " *Helianthemum Viviani* " *Poll.*, " Atti del Congresso Botanico Internazionale ", 1892. Genova, 1893.
26. — " *Rosa Jundzilli* " *Besser (nuova per la Flora italiana)*, " Bull. Soc. bot. italiana ", Firenze, 1896.
27. — *Le Festuche italiane negli Erbarii del R. Istituto botanico di Torino*, " Malpighia ", vol. XIV, p. 275, 1900.
28. BELLI S. e MATTIROLO O., *Note botaniche sul materiale raccolto dalla spedizione polare di S. A. R. Luigi Amedeo di Savoia (1899-900)*. Milano, 1903 (Dall'opera: " Osservazioni scientifiche eseguite durante la Spedizione polare di S. A. R. Luigi Amedeo di Savoia Duca degli Abruzzi, 1899-1900 ").
29. BELLI S., " *Euphorbia Valliniana* " *nov. sp.*, " Annali di Botanica ", vol. I, pag. 9, Roma, 1904.
30. BELLI S., MATTIROLO O., TARAMELLI A., *Michele Antonio Plazza da Villafranca (Piemonte) e la sua opera in Sardegna, 1748-1791*, " Memorie della R. Accad. delle Scienze di Torino ", serie II, tom. LVI, Torino, 1906.
31. BELLI S., *L'* " *Althaea Taurinensis* " *DC. ed i suoi rapporti colle specie affini crescenti in Italia*, " Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino ", vol. 54, 1918-19.

Sistematica delle Crittogame.

32. BELLI S., *La questione dei grani carbonati*. Studi e relazioni. Torino, Fratelli Pozzo, 1896.
— — Trad.: *La question des blés mouchetés*. Examen microscopique et rapport. Turin, 1906.
33. — *Addenda ad Floram Sardoam. Cryptogamae (Fungi)*. " Bull. Soc. bot. ital. ", p. 225, Firenze, 1903.

34. Belli S., " *Boletus sardous* „ *Belli et Saccardo (n. sp.)*, " Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino „, vol. XLII, Torino, 1907.

35. — *Addenda ad Floram Sardoam (Cryptogamae)*, " Annali di Botanica „, vol. VI, Roma, 1908.

36. — *Ancora una parola sull' "Agaricus (Psalliota) campestris „ L. e sulla sua coltivazione in Italia,* " Annali della R. Accademia di Agricoltura di Torino „, vol. LXI, 1918.

Opere varie.

37. Belli S., *Giuseppe Gibelli.* Commemorazione. "Annuario R. Università di Torino „, Torino, 1898.

38. — *Botanica sistematica,* " Nuova Enciclopedia Agraria „, Torino, Unione Tipografico-Editrice, 1898.

39. — *Giuseppe Gibelli.* Commemorazione. " Annali della R. Accademia d'Agricoltura di Torino „, vol. XLII, Torino, 1899.

40. Belli S., *Lezioni di Botanica* (Ediz. litografata ad uso degli studenti), 1899-900.

41. — *Observations critiques sur la réalité des espèces en nature au point de vue de la systématique des végétaux,* Turin, 1901, C. Clausen.

Sul cambiamento della variabile di integrazione nell'integrale di Lebesgue

Nota di MAURO PICONE (a Catania)

Nella bella memoria *Sur l'intégrale de Lebesgue* (1) il de la Vallée Poussin tratta anche del cambiamento della variabile di integrazione nell'integrale di Lebesgue, enunciando in proposito teoremi di grande utilità nelle applicazioni e più generali di quelli a cui era già pervenuto l'Hobson (2).

L'argomento è importante, ed io mi permetto, in considerazione di ciò, di far conoscere con questa Nota, insieme a qualche risultato nuovo, semplici e nuove dimostrazioni dei Teoremi enunciati dal de la Vallée Poussin, le quali mi sembrano immuni da ogni obiezione. Alla dimostrazione fondamentale del de la Vallée Poussin, condotta col metodo, talvolta assai proficuo, delle funzioni maggioranti e minoranti (3), parmi si deva obiettare che, non essendo stabilito che le funzioni $F_1(x)$ e $F_2(x)$, rispettivamente maggioranti e minoranti, che Egli introduce, abbiano numeri derivati limitati, non è lecito concludere, dalla sola ipotesi dell'assoluta continuità di $F_1(x)$, $F_2(x)$, $\varphi(t)$ l'assoluta continuità delle funzioni $F_1[\varphi(t)]$, $F_2[\varphi(t)]$.

---

(1) De la Vallée Poussin, *Sur l'intégrale de Lebesgue* (“Transaction of the american mathematical Society„. 1915).

(2) Hobson, *On change of the variable in a Lebesgue integral* (“Proceedings of the London mathematical Society„, 1909).

(3) Cfr. anche il n° 70 del recente libro del de la Vallée Poussin, *Intégrales de Lebesgue, fonctions d'ensemble, classes de Baire*, Collezione Borel (Paris, Gauthier-Villars, 1916).

1. Posizione della questione. — Nell'intervallo finito (t_0, T) dell'asse t, sia definita la funzione $x = \varphi(t)$ che supporremo sempre limitata da due numeri dell'intervallo finito (x_0, X) dell'asse x.

Si sa che: *Se* $f(x)$ *è una funzione definita nell'intervallo* (x_0, X) *e ivi continua, e* $\varphi(t)$ *possiede in* (t_0, T) *una derivata unica* $\varphi'(t)$, *continua, sussiste l'eguaglianza*:

$$\int_{\varphi(t_0)}^{\varphi(t)} f(x)\,dx = \int_{t_0}^{t} f[\varphi(\tau)]\,\varphi'(\tau)\,d\tau, \tag{1}$$

ove t *è un qualunque valore in* (t_0, T).

La formola (1) traduce la regola del cambiamento della variabile di integrazione. Ponendoci nel campo delle funzioni finite e misurabili, ci domandiamo, sotto quali condizioni per le funzioni $f(x)$ e $\varphi(t)$ risulta ancora valida la formola?

Ponendo, nella (1), $f(x) \equiv 1$, essa dà:

$$\varphi(t) - \varphi(t_0) = \int_{t_0}^{t} \varphi'(\tau)\,d\tau. \tag{2}$$

Si ha dunque, in virtù del teorema Lebesgue-Vitali [1]:

Condizione necessaria affinchè, qualunque sia la funzione finita e misurabile $f(x)$, *valga la formola* (1), *del cambiamento della variabile di integrazione, è che la funzione* $\varphi(t)$ *sia in* (t_0, T) *assolutamente continua.*

Supposta pertanto $\varphi(t)$ assolutamente continua in (t_0, T), essa possiede quasi ovunque in (t_0, T) una derivata unica e finita $\varphi'(t)$. Sia H quell'insieme di misura nulla contenuto in (t_0, T), nei punti del quale la $\varphi(t)$ non possiede una derivata unica e finita. Le funzioni

$$f[\varphi(t)]\,\varphi'(t), \qquad \varphi'(t)$$

che compaiono nelle formole (1) e (2) sono definite per essere $f[\varphi(t)]$ finita nell'insieme CH, complementare di H rispetto all'intervallo (t_0, T). *Sottintenderemo sempre di escludere, dall'intervallo* (t_0, T), *i punti che appartengono ad* H. Indicando con

---

[1] Cfr., per esempio, DE LA VALLÉE POUSSIN, libro citato a pag. 1, n° 74.

$\Lambda(t)$ uno determinato dei quattro numeri derivati della funzione $\varphi(t)$, le formole (1) e (2) si scrivono anche:

$$\int_{\varphi(t_0)}^{\varphi(t)} f(x)\,dx = \int_{t_0}^{t} f[\varphi(\tau)]\,\Lambda(\tau)\,d\tau\,, \tag{3}$$

$$\varphi(t) - \varphi(t_0) = \int_{t_0}^{t} \Lambda(\tau)\,d\tau\,, \tag{4}$$

e la nostra questione può così essere formulata:

Supposta la funzione $\varphi(t)$ *assolutamente continua in* (t_0, T), *stabilire delle condizioni per la funzione misurabile e finita* $f(x)$, *sotto le quali sia assicurata la validità della formola* (3), *ove* $\Lambda(t)$ *designa uno determinato dei quattro numeri derivati di* $\varphi(t)$.

2. Funzioni di funzioni. — Premettiamo un breve studio della questione seguente:

Se $f(x)$ *è misurabile in* (x_0, X) *e* $\varphi(t)$ *in* (t_0, T), *che cosa si può dire sulla misurabilità della funzione* $f[\varphi(t)]$ *in* (t_0, T)?

Per questo studio ricorreremo dapprima alla identità, stabilita dal Lebesgue [1], delle funzioni misurabili (*B*) (misurabili al modo di Borel) con le funzioni di Baire.

Si sa intanto che se $f(x)$ in (x_0, X) e $\varphi(t)$ in (t_0, T) sono continue, la funzione $f[\varphi(t)]$ è continua in (t_0, T). Se, cioè, $f(x)$ in (x_0, X) e $\varphi(t)$ in (t_0, T) sono misurabili (B) e di classe *zero*, $f[\varphi(t)]$ è misurabile (B) e di classe *zero* in (t_0, T).

Dico che se $f(x)$ è continua e $\varphi(t)$ misurabile (*B*) e di classe *uno*, $f[\varphi(t)]$ è misurabile (*B*) e al più di classe *uno*. Essendo infatti $\varphi(t)$ di classe *uno*, essa è la funzione limite di una certa successione $\varphi_1(t)$, $\varphi_2(t)$, ... di funzioni continue (di classe *zero*), limitate ai limiti inferiore e superiore di $\varphi(t)$ [2], $f[\varphi(t)]$ è dunque la funzione limite della successione di funzioni continue $f[\varphi_1(t)]$, $f[\varphi_2(t)]$, ..., e pertanto essa è al più di classe *uno*.

---

[1] Lebesgue, *Sur les fonctions représentables analytiquement* (" Journal de Mathématique ", 1905).

[2] Seguendo una locuzione introdotta dal de la Vallée Poussin, diremo che una funzione $v(t)$ è ottenuta dalla funzione $u(t)$ limitandola ai numeri a e b ($a < b$), se si pone $v(t) = u(t)$, quando u ha un valore compreso nell'intervallo (a, b), $v(t) = a$, quando è $u < a$, $v(t) = b$, quando è $u > b$.

Col metodo di dimostrazione per induzione completa (1) si stabilirà dunque che:

Se $f(x)$ è continua e $\varphi(t)$ misurabile (B) di classe (*finita o transfinita*) α, $f[\varphi(t)]$ è misurabile (B) e al più di classe α.

Con ragionamento del tutto analogo a quello precedente, si vede che se $f(x)$ è misurabile (B) e di classe *uno* e $\varphi(t)$ misurabile (B) di classe α, $f[\varphi(t)]$ è misurabile (B) e al più di classe $\alpha+1$, e si riesce infine, per induzione, al teorema:

Se $\mathrm{f(x)}$ *in* $(\mathrm{x_0, X})$ *e* $\varphi(t)$ *in* $(\mathrm{t_0, T})$ *sono misurabili* (B), $\mathrm{f}[\varphi(\mathrm{t})]$ *è misurabile* (B) *in* $(\mathrm{t_0, T})$. *Se* $\mathrm{f(x)}$ *è di classe* β *e* $\varphi(\mathrm{t})$ *di classe* α, *la funzione* $\mathrm{f}[\varphi(\mathrm{t})]$ *è al più di classe* $\alpha+\beta$ (2).

Sia, di nuovo, $f(x)$ continua in (x_0, X). Dividiamo l'intervallo (x_0, X) in n parti eguali mediante i punti di divisione $x_0, x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}, x_n = X$. Definiamo la funzione $f_n(x)$ ponendo: $f_n(x) = f(x_0)$ per $x_0 \leq x < x_1$, $f_n(x) = f(x_1)$ per $x_1 \leq \leq x < x_2, \ldots, f_n(x) = f(x_{n-1})$ per $x_{n-1} \leq x \leq x_n$. Si ha:

$$\lim_{n=\infty} f_n(x) = f(x).$$

Sia ora $\varphi(t)$ una funzione misurabile in (t_0, T). Dico che $f_n[\varphi(t)]$ è pur essa misurabile in (t_0, T). Ed invero l'insieme dei punti di (t_0, T) per cui $f_n[\varphi(t)] > A$, supposto che $f(x_r), f(x_s), \ldots$ siano quelli fra gli n numeri $f(x_0), f(x_1), \ldots, f(x_{n-1})$ che superano A, è formato dalla somma dei seguenti insiemi misurabili, in numero finito: l'insieme dei punti di (t_0, T) per cui $x_r \leq \varphi(t) < x_{r+1}$, l'insieme dei punti di (t_0, T) per cui $x_s \leq \varphi(t) < x_{s+1}, \ldots$. La funzione $f[\varphi(t)]$ è il limite per $n = \infty$ della successione di funzioni misurabili $f_1[\varphi(t)]$, $f_2[\varphi(t)], \ldots$, ne segue che $f[\varphi(t)]$ è misurabile.

Se dunque $f(x)$ è continua e $\varphi(t)$ è misurabile, $f[\varphi(t)]$ è misurabile. Se ne deduce, per induzione, il teorema:

Se $\mathrm{f(x)}$ *è in* $(\mathrm{x_0, X})$ *misurabile* (B) e $\varphi(\mathrm{t})$ *è in* $(\mathrm{t_0, T})$ *misurabile*, $\mathrm{f}[\varphi(\mathrm{t})]$ *è misurabile in* (t_0, T).

Alle conclusioni a cui siamo ora pervenuti, conferisce un certo interesse anche il seguente esempio, che esse permettono di

---

(1) Cfr. il nº 33, *classes de Baire*, del libro del de la Vallée Poussin, citato a pag. 1.

(2) È facile vedere come va qui intesa la somma $\alpha+\beta$ dei due numeri transfiniti α e β.

costruire, di un'*infinità non numerabile di insiemi misurabili, a due a due senza punti comuni, costituenti un insieme misurabile.*

La variabile x percorra un insieme E_x contenuto in (x_0, X). Sia $x = \varphi(t)$ la solita funzione, supposta misurabile in (t_0, T). Si designi con $E_t^{(x)}$ quell'insieme misurabile formato dai punti del tratto (t_0, T) per cui:

$$\varphi(t) = x,$$

x essendo un punto determinato di E_x. Al variare di x nell'insieme E_x, l'insieme $E_t^{(x)}$ descrive un insieme E_t che è costituito da un'infinità (numerabile o no secondochè lo è o non lo è l'insieme E_x) di insiemi misurabili $E_t^{(x)}$, a due a due senza punti comuni.

Sia $e(x)$ la funzione caratteristica dell'insieme E_x (¹), definita nel tratto (x_0, X) in cui è contenuto E_x. La teoria precedente, applicata alla funzione $e[\varphi(t)]$, definita in (t_0, T), che risulta la funzione caratteristica per l'insieme E_t, ci permette di asserire che:

Se l'insieme E_x e la funzione $\varphi(t)$ sono misurabili (B), tale è anche l'insieme E_t. Se α è la classe di $\varphi(t)$ e β la classe di E_x, l'insieme E_t risulta al più della classe $\alpha + \beta$. Se l'insieme E_x è misurabile (B) e la funzione $\varphi(t)$ è misurabile, l'insieme E_t risulta misurabile. Sussiste dunque il teorema:

Si abbia una famiglia F di insiemi misurabili, a due a due senza punti comuni, tutti contenuti nell'intervallo (t_0, T) dell'asse t. Esista un insieme E_x di punti dell'asse x, nell'intervallo (x_0, X), i cui punti siano in corrispondenza biunivoca con i singoli insiemi $E_t^{(x)}$ componenti la famiglia F, allora, se si può definire in (t_0, T) una funzione misurabile $\varphi(t)$, soddisfacente alla limitazione $x_0 \leq \varphi(t) \leq X$, che per ogni punto dell'insieme $E_t^{(x)}$ abbia il valore costante x, ascissa del punto (x_0, X) corrispondente a questo insieme, e se E_x è misurabile (B), si può concludere che i punti della famiglia F formano un insieme misurabile, che riesce inoltre misurabile (B) se la funzione $\varphi(t)$ è in (t_0, T) pur essa misurabile (B).

(¹) De la Vallée Poussin, libro citato a pag. 1, n° 9.

Si offre spontaneamente l'esame della questione inversa di quella testè trattata, e cioè l'esame della misurabilità dell'insieme E_x di (x_0, X) descritta dalla x, legata alla t dalla relazione $x = \varphi(t)$, quando t descrive un insieme misurabile E_t di (t_0, T). Tale esame è stato già fatto dall'Hobson, nella nota citata. Noi lo riprendiamo qui, ottenendo qualche risultato nuovo.

La funzione limitata $x = \varphi(t)$ sia monotona, e, per fissare le idee, supponiamola non decrescente. I punti di discontinuità della $\varphi(t)$ formano un insieme numerabile di punti. Siano l e L i limiti inferiore e superiore di $\varphi(t)$ in (t_0, T), si ha $x_0 \leq l \leq$ $\leq L \leq X$. Siano $t_1, t_2, \ldots, t_n, \ldots$ i punti di discontinuità di $\varphi(t)$, e si ponga:

$$x_n' = \varphi(t_n - 0), \qquad x_n'' = \varphi(t_n + 0).$$

Al variare di t nell'intervallo (t_0, T) il punto x descrive l'insieme di punti che si ottiene dall'intervallo (x_0, X) togliendo da esso la seguente infinità numerabile di intervalli (gli estremi inclusi)

$$(x_0, l), \quad (L, X), \quad (x_1', x_1''), \quad (x_2', x_2''), \ldots,$$

ed aggiungendo, eventualmente, un numero finito o un'infinità (numerabile) di estremi degli intervalli indicati. L'insieme descritto da x è perciò misurabile (B).

Pertanto: Se la funzione $x = \varphi(t)$ è monotona, mentre t descrive un intervallo di (t_0, T), x descrive un insieme misurabile (B) di (x_0, X). Ne segue il teorema:

Se la funzione $x = \varphi(t)$ *è monotona, mentre* t *descrive in* (t_0, T) *un insieme* E_t *misurabile* (B), x *descrive in* (x_0, X) *un insieme* E_x *esso pure misurabile* (B).

Supponiamo ora che la funzione $a = \varphi(t)$, oltre ad essere monotona, sia assolutamente continua. Sia E_t di misura nulla, esso sarà allora contenuto in un insieme costituito da un'infinità numerabile di intervalli (α_i, β_i), la cui misura $\Sigma(\beta_i - \alpha_i)$ può rendersi piccola a piacere. L'insieme corrispondente E_x risulta contenuto nell'insieme costituito dall'infinità numerabile di intervalli $[\varphi(\alpha_i), \varphi(\beta_i)]$, la cui misura $\Sigma[\varphi(\beta_i) - \varphi(\alpha_i)]$, in

virtù dell'assoluta continuità di $\varphi(t)$, è infinitesimo con $\Sigma(\beta_i - \alpha_i)$. L'insieme E_x è pertanto esso pure di misura nulla.

Sempre nell'ipotesi che la funzione $x = \varphi(t)$ sia monotona e assolutamente continua, supponiamo, semplicemente, E_t misurabile. Esistono [1] due insiemi E_t' e E_t'' misurabili (B) tali che

$$E_t' < E_t < E_t'',$$

mentre E_t' e E_t'' differiscono per un insieme di misura nulla. Detti E_x', E_x'' gli insiemi corrispondenti, rispettivamente, a E_t', E_t'', si avrà:

$$E_x' < E_x < E_x'',$$

mentre E_x', E_x'' risultano misurabili (B) e differenti, in forza di quanto precede, per un insieme di misura nulla. E_x risulterà pertanto misurabile. Onde il teorema:

Se la funzione $x = \varphi(t)$ *è assolutamente continua o monotona, mentre* t *descrive, in* (t_0, T), *un insieme* E_t *misurabile,* x *descrive in* (x_0, X) *un insieme* E_x *esso pure misurabile. Se* E_t *è di misura nulla,* E_x *è di misura nulla.*

Nello studio, fatto precedentemente, della funzione di funzione $f[\varphi(t)]$ abbiamo dovuto sempre supporre $f(x)$ misurabile (B) in (x_0, X). Se si suppone $f(x)$ semplicemente misurabile, il teorema ultimamente ottenuto ci permette di enunciare il seguente:

Se $f(x)$ *è in* (x_0, X) *misurabile e la funzione inversa della funzione monotona e continua* $x = \varphi(t)$, *è, in* (x_0, X), *assolutamente continua; la funzione* $f[\varphi(t)]$ *è misurabile in* (t_0, T).

3. Dimostrazione della formola (3) nell'ipotesi che $f(x)$ sia misurabile (B) e limitata. — Venendo ora allo scopo principale della presente nota, alla dimostrazione cioè della formola (3) sotto determinate condizioni, cominciamo dal supporre $f(x)$ misurabile (B) e limitata. In tale ipotesi, essendo $\varphi(t)$ assolutamente continua in (t_0, T), risulterà (cfr. n° precedente) $f[\varphi(t)]$ misurabile (B) e limitata e $\Lambda(t)$, uno dei numeri deri-

---

[1] De la Vallée Poussin, libro citato a pag. 1, n° 30.

vati di $\varphi(t)$, sommabile [1] in (t_0, T). Si ha dunque intanto che $f[\varphi(t)]\,\Lambda(t)$ riuscirà pur essa sommabile in (t_0, T). In ciò che segue sarà di nuovo dimostrata la sommabilità di $f[\varphi(t)]\,\Lambda(t)$ e si stabilirà, di più, il

TEOREMA I. — *La formola* (3) *del cambiamento della variabile di integrazione sussiste se* f(x) *è in* (x_0, X) *limitata e misurabile* (B).

Cominciamo dal dimostrare il teorema nelle ipotesi che $f(x)$ sia continua in (x_0, X) e la funzione assolutamente continua $\varphi(t)$ abbia il suo numero derivato $\Lambda(t)$ limitato in (t_0, T).

Se $\Lambda(t)$ è, in tutto (t_0, T), funzione continua di t, la $\varphi(t)$ ha ovunque in (t_0, T) una derivata unica $\varphi'(t)$ continua, e pertanto il teorema sussiste. In generale, il numero derivato $\Lambda(t)$ è [2] una funzione misurabile (B) (di Baire), sarà dunque dimostrato quanto vogliamo se faremo vedere che [3] detta α la classe (*finita* o *transfinita*) di $\Lambda(t)$, il teorema sussiste ove si supponga che esso sia stato dimostrato per le funzioni $\varphi(t)$ di un nuovo derivato $\Lambda(t)$ di classe $< \alpha$.

Sia $\Lambda_1(t), \Lambda_2(t), \ldots, \Lambda_n(t), \ldots$ una successione, avente per limite $\Lambda(t)$, di funzioni di classe $< \alpha$ e limitate ai limiti inferiore e superiore di $\Lambda(t)$, i quali sono supposti finiti. Si ponga:

$$\varphi_n(t) = \varphi(t_0) + \int_{t_0}^{t} \Lambda_n(\tau)\, d\tau .$$

In virtù del teorema di Lebesgue per il passaggio al limite sotto il segno integrale, qui applicabile, si ha:

$$\lim_{n=\infty} \varphi_n(t) = \varphi(t_0) + \int_{t_0}^{t} \Lambda(\tau)\, d\tau = \varphi(t),$$

ne segue, ovunque in (t_0, T),

$$\lim_{n=\infty} f[\varphi_n(t)]\,\Lambda_n(t) = f[\varphi(t)]\,\Lambda(t) \text{ [4]}.$$

---

(1) DE LA VALLÉE POUSSIN, libro citato a pag. 1, n° 68.

(2) Ibidem, n° 73.

(3) Ibidem, n° 33.

(4) Per essere sicuri che $f[\varphi_n(t)]$ sia sempre definita in (t_0, T), basta porre $f(x) = f(x_0)$ per $x < x_0$, $f(x) = f(X)$ per $x > X$.

Ma, per ipotesi, è

$$\int_{\varphi_n(t_0)}^{\varphi_n(t)} f(x)\,dx = \int_{t_0}^{t} f[\varphi_n(t)]\,\Lambda_n(t)\,dt\,;$$

mentre

$$\lim_{n=\infty} \int_{\varphi_n(t_0)}^{\varphi_n(t)} f(x)\,dx = \int_{\varphi(t_0)}^{\varphi(t)} f(x)\,dx\,,$$

e, di nuovo per il teorema di Lebesgue ora citato,

$$\lim_{n=\infty} \int_{t_0}^{t} f[\varphi_n(\tau)]\,\Lambda_n(\tau)\,d\tau = \int_{t_0}^{t} f[\varphi(\tau)]\,\Lambda(\tau)\,d\tau\,.$$

Sussiste dunque l'eguaglianza (3) nelle ipotesi $f(x)$ continua e (t) limitata.

Sia sempre $f(x)$ continua e $\Lambda(t)$ (sommabile) sia comunque. Denotiamo con $\Lambda_N(t)$ la funzione $\Lambda(t)$ limitata ai numeri $-N$ e N (N positivo). Poniamo:

$$\varphi_N(t) = \varphi(t_0) + \int_{t_0}^{t} \Lambda_N(\tau)\,d\tau\,.$$

Si ha

$$\lim_{N=\infty} \varphi_N(t) = \varphi(t_0) + \int_{t_0}^{t} \Lambda(\tau)\,d\tau = \varphi(t)\,,$$

e quindi, nei punti in cui $\Lambda(t)$ è finita, e cioè quasi ovunque,

$$\lim_{N=\infty} f[\varphi_N(t)]\,\Lambda_N(t) = f[\varphi(t)]\,\Lambda(t)\,.$$

Se indichiamo con L il limite superiore di $|f(x)|$, si ha

$$|f[\varphi_N(t)]\,\Lambda_N(t)| \leq L\,|\Lambda(t)|\,,$$

e pertanto, in virtù del teorema di Lebesgue *generalizzato* per il passaggio al limite sotto il segno integrale, segue che $f[\varphi(t)]\,\Lambda(t)$ è sommabile e che:

$$\lim_{N=\infty} \int_{t_0}^{t} f[\varphi_N(\tau)]\,\Lambda_N(\tau)\,d\tau = \int_{t_0}^{t} f[\varphi(\tau)]\,\Lambda(\tau)\,d\tau\,,$$

d'altra parte si ha

$$\int_{\varphi_N(t_0)}^{\varphi_N(t)} f(x)\,dx = \int_{t_0}^{t} f[\varphi_N(\tau)]\,\Lambda_N(\tau)\,d\tau\,,$$

$$\lim_{N=\infty} \int_{\varphi_N(t_0)}^{\varphi_N(t)} f(x)\,dx = \int_{\varphi(t_0)}^{\varphi(t)} f(x)\,dx\,,$$

ne segue l'eguaglianza (3) nella sola ipotesi della continuità di $f(x)$.

Per dimostrare il Teorema I, ora dimostrato per le funzioni $f(x)$ misurabili (B) di classe zero, detta α la classe di $f(x)$, basterà far vedere che esso sussiste ove si supponga che sia stato già dimostrato per le funzioni $f(x)$ di classe $< \alpha$.

Sia $f_1(x), \ldots, f_n(x), \ldots$ una successione, avente per limite $f(x)$, di funzioni di classe $< \alpha$ e limitate ai limiti inferiore e superiore di $f(x)$, che sono supposti finiti. Si ha:

$$\int_{\varphi(t_0)}^{\varphi(t)} f_n(x)\,dx = \int_{t_0}^{t} f_n[\varphi(\tau)]\,\Lambda(\tau)\,d\tau\,, \qquad |f_n[\varphi(t)]\,\Lambda(t)| \leq L\,|\Lambda(t)|\,,$$

ove L è il limite superiore di $[f(x)]$, e passando al limite per n divergente si ottiene, in forza del teorema di Lebesgue per il passaggio al limite sotto il segno integrale (del primitivo e del generalizzato), l'eguaglianza (3).

4. Una dimostrazione della formola (3) nelle ipotesi che $f(x)$ sia misurabile e limitata, $\varphi(t)$ monotona. — Dal teorema testè dimostrato si deduce subito una prima dimostrazione del seguente:

TEOREMA II. — *La formola* (3) *del cambiamento della variabile di integrazione sussiste se* f(x) *è in* (x_0, X) *limitata e misurabile, e* φ(t) *è in* (t_0, T) *monotona.*

Si sa che [1] ogni funzione $f(x)$ misurabile e limitata è intermediaria fra due funzioni misurabili (B) e limitate $f_1(x)$, $f_2(x)$ che non differiscono da $f(x)$ che sopra un insieme di misura nulla. Poichè $\varphi(t)$ è monotona, supponendola, per esempio, non decrescente, sarà $\Lambda(t) \geq 0$. Si ha:

$$f_1(x) \leq f(x) \leq f_2(x)\,,$$

---

[1] DE LA VALLÉE POUSSIN, libro citato a pag. 1, n° 32.

e, nei punti in cui $\Lambda(t)$ è finita,

$$f_1[\varphi(t)]\,\Lambda(t) \leq f[\varphi(t)]\,\Lambda(t) \leq f_2[\varphi(t)]\,\Lambda(t). \tag{5}$$

Si ha anche

$$\int_{\varphi(t_0)}^{\varphi(t)} f_1(x)\,dx = \int_{\varphi(t_0)}^{\varphi(t)} f(x)\,dx = \int_{\varphi(t_0)}^{\varphi(t)} f_2(x)\,dx,$$

e siccome, per il teorema I del n° precedente, è

$$\int_{\varphi(t_0)}^{\varphi(t)} f_i(x)\,dx = \int_{t_0}^{t} f_i[\varphi(\tau)]\,\Lambda(\tau)\,d\tau, \qquad (i=1,2),$$

segue

$$\int_{t_0}^{t} f_1[\varphi(\tau)]\,\Lambda(\tau)\,d\tau = \int_{t_0}^{t} f_2[\varphi(\tau)]\,\Lambda(\tau)\,d\tau.$$

Se ne deduce, in virtù della (5), che $f_1[\varphi(t)]\,\Lambda(t)$ e $f_2[\varphi(t)]\,\Lambda(t)$ differiscono al più sopra un insieme, in (t_0, T), di misura nulla. Ne seguono infine la misurabilità [1] e la sommabilità di $f[\varphi(t)]\,\Lambda(t)$ e l'eguaglianza (3).

5. Dimostrazione della formola (3) nelle ipotesi di De la Vallée Poussin. — Passiamo ora a dimostrare la formola (3) nelle ipotesi più generali considerate dal de la Vallée Poussin nella memoria citata. Premettiamo il

LEMMA. — *Se* x *descrive un insieme* E_x *di misura nulla quando* t *descrive un insieme* E_t *di misura esterna non nulla, la funzione* $\varphi(t)$ *ha, quasi ovunque in* E_t, *una derivata unica di valore zero.*

Supponiamo, anzitutto, che l'insieme E_t di misura nulla sia misurabile (B). La funzione caratteristica $e(x)$ di E_x sarà (limitata) e misurabile (B) in (x_0, X). Siamo in grado di applicare il Teorema I e di scrivere, per ogni numero derivato $\Lambda(t)$ di $\varphi(t)$,

$$\int_{\varphi(t_0)}^{\varphi(t)} e(x)\,dx = \int_{t_0}^{t} e[\varphi(\tau)]\,\Lambda(\tau)\,d\tau.$$

---

[1] Se la funzione assolutamente continua e monotona $\varphi(t)$ fosse di funzione inversa assolutamente continua, la misurabilità e la sommabilità di $f[\varphi(t)]\,\Lambda(t)$ seguirebbero già dall'ultimo teorema del n° 2.

Ma il primo membro, esprimente la misura dell'insieme comune all'intervallo $[\varphi(t_0), \varphi(t)]$ e all'insieme E_x, è per ipotesi sempre nullo qualunque sia t, ne segue, in (t_0, T), identicamente,

$$\int_{t_0}^{t} e[\varphi(\tau)]\,\Lambda(\tau)\,d\tau = 0 .$$

L'integrale ora scritto ha dunque sempre la derivata nulla in (t_0, T). D'altra parte questa derivata coincide quasi ovunque con $e[\varphi(t)]\,\Lambda(t)$, e quindi si ha, quasi ovunque in E_t, $\Lambda(t) = 0$.

Supponiamo che l'insieme E_x, di misura nulla, sia qualunque. Esiste un insieme E_x' di misura nulla e misurabile (B) contenente E_x. Sia E'_t l'insieme corrispondente a E_x', sarà $E_t < E_t'$, $m_e(E_t) \leq m_e(E_t')$ [1], e quindi, avendo supposto $m_e(E_t) > 0$, sarà anche $m_e(E_t') > 0$. La funzione $\varphi(t)$ ha, per quanto precede, quasi ovunque in E_t', e quindi quasi ovunque in E_t, una derivata unica di valore zero. Il lemma è perciò dimostrato.

Dopo questo lemma si ha subito una semplice, rigorosa ed elementare dimostrazione del seguente teorema enunciato (nella Memoria citata) dal de la Vallée Poussin:

Teorema III. — *La formola* (3) *del cambiamento della variabile di integrazione sussiste se* f(x) *è misurabile e limitata.*

Poniamo

$$F(x) = \int_{\varphi(t_0)}^{x} f(\xi)\,d\xi ,$$

la funzione $F(x)$ è assolutamente continua e a numeri derivati limitati. Posto

$$\Phi(t) = F[\varphi(t)] = \int_{\varphi(t_0)}^{\varphi(t)} f(x)\,dx ,$$

secondo un risultato contenuto nella Memoria citata del de la Vallée Poussin, la funzione $\Phi(t)$, funzione assolutamente continua *a numeri derivati limitati* di funzione assolutamente continua, è pur essa, in (t_0, T), assolutamente continua. Sarà pertanto dimostrata l'eguaglianza (3) se faremo vedere che, quasi

---

[1] Con $m_e(E)$ indicheremo la misura esterna dell'insieme E.

ovunque in (t_0, T), la funzione $\Phi(t)$ possiede una derivata unica data da $f[\varphi(t)]\,\varphi'(t)$.

Sia t un punto di (t_0, T) appartenente all'insieme CH, sul quale $\varphi(t)$ possiede una derivata unica e finita $\varphi'(t)$ e supponiamo che nel punto $x = \varphi(t)$, corrispondente in (x_0, X), a questo punto t, la $F(x)$ possieda la derivata unica $f(x)$. Dato un incremento Δt a t, si ha:

$$\Delta\Phi = F(\varphi + \Delta\varphi) - F(\varphi) = f(\varphi)\,\Delta\varphi + \sigma(t, \Delta t)\,\Delta\varphi,$$

ove $\sigma(t, \Delta t)$ è una funzione di t e di Δt che tende a zero con Δt. Per cui:

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = f(\varphi)\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} + \sigma(t, \Delta t)\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}.$$

Al tendere di Δt a zero, il rapporto $\Delta\varphi : \Delta t$ tende al limite finito $\varphi'(t)$ e pertanto:

$$\lim_{\Delta t=0}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = f(\varphi)\,\varphi'(t) \quad (6)$$ [1].

Sia ora K_x l'insieme dei punti di (x_0, X), di misura nulla, sopra il quale $F(x)$ non ha una derivata unica. Se l'insieme K_t di (t_0, T), corrispondente a K_x, è pur esso di misura nulla, risulta già stabilita la (6) quasi ovunque in (t_0, T). Se l'insieme K_t è di misura esterna non nulla, risulterà, in virtù del lemma premesso, quasi ovunque in K_t, $\varphi'(t) = 0$ e la validità della (6) sarà di nuovo assicurata quasi ovunque in (t_0, T) se faremo vedere che ove è $\varphi'(t) = 0$, la $\Phi(t)$ possiede una derivata unica di valore *zero*. Si ha invero:

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t}\int_{\varphi}^{\varphi+\Delta\varphi} f(x)\,dx,$$

$$\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| \leq L\left|\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}\right|,$$

---

[1] Cfr. PINCHERLE, *Lezioni di calcolo infinitesimale* (Bologna, Zanichelli), Cap. III, n° 151.

L designando il limite superiore di $|f(x)|$ in (x_0, X). Il Teorema risulta pertanto dimostrato.

6. Estensioni del teorema III. — Nella Memoria citata il de la Vallée Poussin afferma che, supposta la $f(x)$ non più limitata, ma solamente finita e sommabile in (x_0, X), condizione sufficiente per la validità della formola (3) del cambiamento della variabile di integrazione è che la funzione

$$\Phi(t) = \int_{\varphi(t_0)}^{\varphi(t)} f(x)\, dx,$$

risulti assolutamente continua. Ora tale asserto non trova una facile giustificazione. Mentre è evidente la necessità di detta condizione non così parmi si possa dire della sua sufficienza. La dimostrazione data qui del Teorema III permette solo d'affermare che:

La formola (3) del cambiamento della variabile di integrazione sussiste se, essendo $f(x)$ finita e sommabile, la funzione $\Phi(t)$ risulta assolutamente continua, ed inoltre si verifica una delle due seguenti circostanze: *a)* all'insieme K_x di (x_0, X) in cui $F(x)$ non ha la derivata unica $f(x)$, corrisponde in (t_0, T) un insieme di misura nulla; *b)* $\Phi(t)$ ha quasi ovunque, nell'insieme di (t_0, T) su cui $\varphi'(t) = 0$, nulla la derivata. Il che avviene, per esempio, se $\varphi'(t)$ si annulla soltanto sopra un insieme di misura nulla.

Poichè (cfr. de la Vallée Poussin, Memoria citata) una funzione assolutamente continua di una funzione assolutamente continua e monotona è assolutamente continua, si ha, in particolare, che:

La formola (3) sussiste se, essendo $f(x)$ finita e sommabile, $\varphi(t)$ monotona, si verifica una delle due seguenti circostanze: *a)* la funzione $\varphi(t)$ è di funzione inversa assolutamente continua (cfr. n° 2); *b)* $\Phi(t)$ ha, quasi ovunque, nell'insieme di (t_0, T) su cui $\varphi'(t) = 0$, nulla la derivata. Il che avviene, per esempio, se $\varphi'(t)$ si annulla soltanto sopra un insieme di misura nulla.

Condizione necessaria per la validità della formola (3) è che la funzione $f[\varphi(t)]\, \Lambda(t)$ risulti sommabile in (t_0, T); ora è facile dimostrare, cfr. la Memoria citata del de la Vallée

Poussin, basandosi sul Teorema III, che, supposta sempre $f(x)$ finita e misurabile, la condizione indicata è anche sufficiente.

Si ha dunque infine il bel teorema:

Supposta f(x) *definita in* (x_0, X), *ivi finita e misurabile, condizione necessaria e sufficiente affinchè valga in* (t_0, T) *la formola*

$$\int_{\varphi(t_0)}^{\varphi(t)} f(x)\, dx = \int_{t_0}^{t} f[\varphi(t)]\, \varphi'(t)\, dt\,,$$

del cambiamento della variabile di integrazione, è che $\varphi(t)$ *sia assolutamente continua in* (t_0, T), *soddisfi alla limitazione* $x_0 \leq \leq \varphi(t) \leq X$, *ed inoltre la funzione* $f[\varphi(t)]\, \varphi'(t)$ *risulti sommabile in* (t_0, T).

In particolare dunque (cfr. n° 2) se $f(x)$ è misurabile (B) e il prodotto $f[\varphi(t)]\, \varphi'(t)$ risulta limitato, la formola sussiste.

Catania, luglio 1919.

Espressioni analitiche che definiscono più funzioni analitiche ad area lacunare

Nota di FILIPPO SIBIRANI (a Pavia)

---

1. — Poincaré [1] e Goursat [2] hanno dimostrato che: *se*

$$c_0, c_1, c_2, \dots c_n, \dots \tag{1}$$

è una successione di punti nel piano complesso, ed

$$a_0, a_1, a_2, \dots a_n, \dots$$

una successione di numeri per cui è convergente $\sum_0^\infty |a_n|$, *la serie*

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{x - c_n} \tag{2}$$

è sviluppabile in serie di potenze di $x - x_0$, *supposto* x_0 *non appartenere nè ad* (1) *nè al suo insieme derivato, il cui cerchio di convergenza ha centro in* x_0 *e raggio uguale al limite inferiore delle distanze di* x_0 *dai punti* (1).

Date nel piano una o più curve C, se presi comunque due punti non appartenenti a C è possibile congiungerli con una curva continua di lunghezza finita la quale non abbia alcun

---

(1) Poincaré, *Sur les fonctions à espaces lacunaires.* " Acta Societatis Scientiarum Fennicae ", 1881.

(2) Goursat, *Sur les fonctions uniformes présentant de lacunes.* " C. R. de l'Acad. des Sciences ", 1882; *Sur les fonctions à espaces lacunaires.* " Bulletin des Sciences Mathématiques ", 1887.

punto in comune con C, diremo che il piano non è diviso dalle C in regioni distinte.

Se due punti, non appartenenti a C, non si possono congiungere con una linea continua priva di punti comuni a C, diremo che i due punti appartengono a due regioni distinte limitate dalle C; mentre diremo che due punti appartengono alla stessa regione se è possibile congiungerli con una linea continua priva di punti comuni a C. Se è possibile segnare nel piano m punti non appartenenti a C, tali che nessuna coppia appartenga alla stessa regione, ma non è possibile prendere $m+1$ punti che abbiano la stessa proprietà, diremo che le C dividono il piano in m regioni distinte.

Diremo che la successione (1) è condensata su C se l'insieme derivato della (1) è costituito da tutti i punti di C.

Supponiamo dunque l'insieme (1) condensato su una o più linee C le quali dividano il piano in m regioni distinte $S_1, S_2, \dots S_m$. Se x_i è un punto non appartenente a C, ma appartenente ad S_i, la (2) è sviluppabile in una serie di potenze di $x - x_i$ continuabile analiticamente entro tutta la S_i e uno oltre; di guisa che la (2) è un'espressione poligena atta a definire m funzioni analitiche valide ciascuna in una sola delle m regioni S.

Assegnate le linee C nel piano, si tratta di costruire la successione di punti condensata sulle C. La costruzione d'un insieme numerabile di siffatti punti ho ottenuta parecchi anni fa ([1]) facendola dipendere dalla possibilità di dare una legge di ripartizione dell'insieme dei numeri razionali di un dato intervallo $a \vdash b$ in m insiemi ciascuno dei quali condensato in $a \vdash b$. Enunciai una legge di ordinamento dell'insieme dei numeri razionali di $a \vdash b$ in guisa che tutti quelli il cui posto è dato da un numero congruo ad un dato numero rispetto al modulo m appartengono ad un insieme condensato in $a \vdash b$. Ma non è dato di sapere quale numero razionale si trovi ad un dato posto q se non quando, con l'indicato processo, non si siano costruiti tutti gli elementi dell'insieme che precedono quello di posto q.

([1]) F. Sibirani, *Insiemi numerabili di punti uniformemente densi sopra linee od in aree assegnate.* "Giornale di Battaglini", vol. XLIII (1905). In questo lavoro usai della locuzione "uniformemente denso" nel senso qui dato a "condensato" (ted. *überalldicht*).

Scopo della presente comunicazione è di determinare effettivamente una successione di punti (1) condensata su assegnate linee, nel senso che, dato un numero q, si può con determinate operazioni aritmetiche calcolare l'elemento di posto q, senza aver bisogno di aver determinati i precedenti.

2. — Indichiamo con

$$p_0 = 1,\ p_1 = 2,\ p_2 = 3,\ p_3 = 5, \dots p_k, \dots$$

la successione dei numeri primi, e consideriamo l'insieme dei numeri

$$a_{m,i} = \frac{2m - 1}{2^{p_{k+i}}}$$

$$m = 1, 2, 3, \dots 2^{p_{k+i}-1}; \qquad i = 1, 2 \dots \infty$$

il quale è manifestamente condensato in $0 \vdash 1$.

Ognuna delle frazioni è irriducibile, epperò nessuna di esse può essere potenza di un razionale di esponente inferiore a p_{k+1}. Di ogni numero $a_{m,i}$ consideriamo le radici aritmetiche degli indici primi $2, 3, 5, 7, \dots p_k$; l'insieme di irrazionali che così si forma è numerabile e condensato in $0 \vdash 1$, come lo sono gli m insiemi parziali contenenti le radici di uno stesso indice.

Ordiniamo quest'insieme in una successione nel senso dianzi indicato. Fatto $i = 1$, $m = 1$, ordiniamo i k radicali per indice crescente, avremo così i primi k numeri della successione

$$b_0 = \left(\frac{1}{2^{p_{k+1}}}\right)^{1/2},\ b_1 = \left(\frac{1}{2^{p_{k+1}}}\right)^{1/3}, \dots\ b_{k-1} = \left(\frac{1}{2^{p_{k+1}}}\right)^{1/p_k};$$

dato poi ad m il valor 2 ordiniamo nello stesso modo i k radicali, i quali forniranno i successivi k termini della successione, e lo stesso facciamo poi per $m = 3, \dots 2^{p_{k+1}-1}$. Seguitando con questo procedimento per $i = 2, 3, \dots$, si crea la successione desiderata, della quale vogliamo esprimere l'elemento b_q.

Posto

$$P_0 = 0\,, \qquad P_r = \sum_{i=k+1}^{k+r} 2^{p_i-1} \qquad (r = 1, 2, \dots)$$

si determini il numero r per cui

$$P_r \leq E(q/k) < P_{r+1}$$

rappresentando $E(q/k)$ il massimo intero contenuto in q/k.

Allora è

$$b_q = \left[\frac{2 \{ E(q/k) - P_r \} + 1}{2^{p_{k+r+1}}}\right]^{1/p_{q+1-kE(q/k)}}.$$

Ciò si giustifica se si tien conto che degli elementi dell'insieme che hanno al denominatore 2^{p_s} ce ne sono $k 2^{p_{s-1}}$ e che fra questi quello che ha per numeratore $2n+1$ e per indice del radicale p_i ha il posto $(kn+i)$-esimo (secondo l'ordinamento che abbiamo sopra definito).

3. — Sia $\varphi(t)$ la funzione che prende il valore 0 per t irrazionale ed il valore 1 per t razionale [1], allora è chiaro che se facciamo percorrere a t la successione $b_0, b_1, b_2, \ldots$ testè determinata, la funzione

$$F(t) = \sum_{s=1}^{k} A_s \varphi(t^{p_s})$$

prende i valori A_i per $t = b_q$, $q \equiv i - 1 \pmod{k}$, $i = 1, 2, \ldots k$.

Sul piano complesso, posto $x = \xi + i\eta$, siano date le k curve $C_1, C_2, \ldots C_k$ di equazioni

$$\xi = \psi_s(t), \qquad \eta = \chi_s(t) \qquad (s = 1, 2, \ldots k)$$

con t variabile nell'intervallo $0 \vdash 1$. La successione dei punti

$$C_q = \xi_q + i\eta_q$$

---

[1] La funzione $1 - \varphi(t)$ è nota sotto il nome di funzione di Dirichlet. Il Peano ne diede per primo la espressione analitica nelle sue Annotazioni al *Calcolo differenziale ecc.* di A. Genocchi (Torino, 1884). Si vegga l'interessante Nota di A. Tanturri, *Sulla funzione di Dirichlet e sulla funzione* signum x *di* Kronecker (" Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino ", vol. LIV, 1918-19).

ove è

$$\xi_q = \sum_{s=1}^{k} \psi_s(b_q)\, \varphi(b_q^{p_s}) \qquad\qquad (q = 1, 2, \dots \infty)$$
$$\eta_q = \sum_{s=1}^{k} \chi_s(b_q)\, \varphi(b_q^{p_s})$$

è condensata sulle k curve $C_1, C_2, \dots C_k$.

4. — Mediante la successione dei numeri $b_0, b_1, b_2, \dots$ del § 2, possiamo anche costruire una espressione analitica monogena definiente una funzione analitica ad area lacunare.

Sia Λ un'area del piano complesso, semplicemente connessa e contenente il punto $x = 0$; il suo contorno abbia l'equazione $x = \rho(\vartheta)\, e^{i\vartheta}$, con ϑ variabile in $0 \vdash 2\pi$. L'insieme dei punti

$$c_{h,q} = b_h\, \rho(2\pi b_q)\, e^{i2\pi b_q} \qquad (h, q = 1, 2, \dots \infty)$$

è condensato nell'area Λ; l'insieme dei punti

$$\gamma_{h,q} = 1/b_h \,.\, \rho(2\pi b_q)\, e^{i2\pi b_q}$$

è condensato in tutto il piano complesso da cui sia tolta Λ. Ne segue che se $\sum_h \sum_q |A_{h,q}|$ è convergente, le espressioni

$$\sum_h \sum_q \frac{A_{h,q}}{x - c_{h,q}}, \qquad \sum_h \sum_q \frac{A_{h,q}}{x - \gamma_{h,q}}$$

sono espressioni monogene definiente ciascuna una funzione analitica ad area lacunare.

Ricerche anatomo-istologiche sugli Eufausiacei.

Il cuore di " Nematoscelis megalops „ G. O. Sars.

Nota di GIUSEPPE COLOSI

Il cuore di *Nematoscelis megalops* è stato studiato sopra abbondante materiale proveniente dalle acque di Valparaiso (Staz. XIII stabilita dalla R. Nave *Liguria* nel viaggio di circumnavigazione del 1903-05).

Il materiale era stato fissato in formalina e conservato in alcool a 75°; non ostante la lunga dimora in liquido conservativo si è prestato ancora bene non solo all'esame *in toto* del cuore mediante dissezione degli animali, ma anche alle osservazioni istologiche. Per colorare le sezioni mi sono servito del glichemallume di Mayer, del bleu di toluidina, della zaffranina di Babès.

Cuore. — Il cuore di *Nematoscelis megalops* è di aspetto sacciforme, poco più lungo che largo, alquanto appiattito, spe-

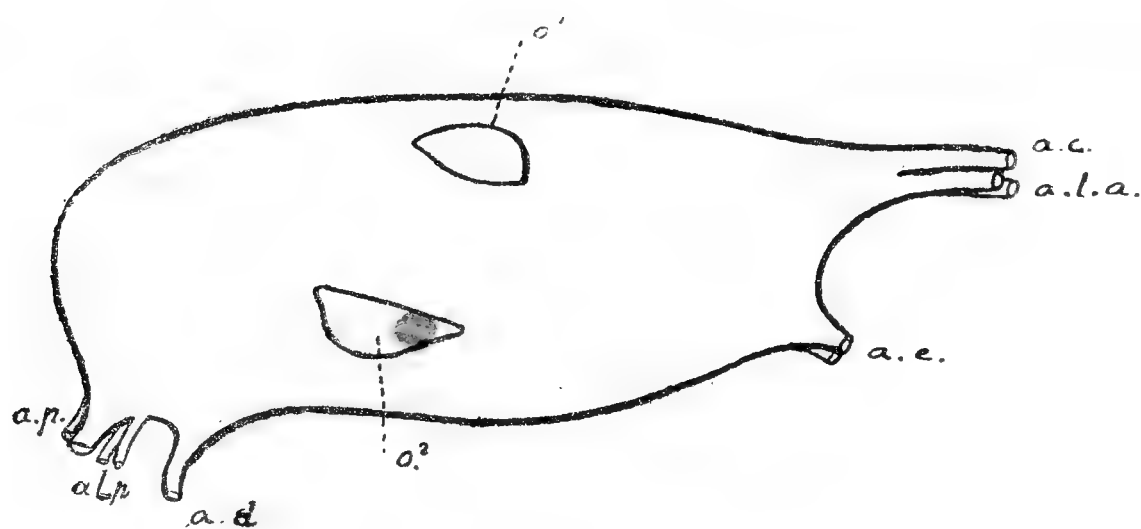



Fig. 1. — Cuore visto di fianco: o^1, ostii superiori; o^2, ostii inferiori; *a. c.*, aorta cefalica; *a. l. a.*, arterie laterali anteriori; *a. e.*, arterie epatiche; *a. d.*, arteria discendente; *a. l. p.*, arterie laterali posteriori; *a. p.*, aorte posteriori.

cialmente in prossimità dell'apice anteriore. A un terzo circa dall'apice anteriore l'altezza diventa massima, e si mantiene quasi

invariata fino all'estremità posteriore. Le tre maggiori dimensioni sono all'incirca: mm. 1-1,5 per la lunghezza, mm. 0,90-0,95 per la larghezza, mm. 0,30-0,38 per l'altezza.

Il cuore è provvisto di quattro aperture, o *ostii*, disposte in due paia laterali, che servono a far comunicare la cavità cardiaca col seno pericardico. Ciascun ostio è provvisto di due labbra che possono chiudere tale comunicazione.

Dal cuore partono dieci tronchi arteriosi, cioè: un'*aorta cefalica*, due *arterie laterali anteriori*, due *arterie epatiche*, un'*arteria sternale*, due *arterie laterali posteriori*, due *aorte posteriori*. Ciascuna arteria è munita di un paio di valvole, che possono chiudere la comunicazione fra il loro lume e la cavità cardiaca.

Le mie osservazioni sull'istologia del cuore concordano in generale con quelle di Haeckel, Eberth, Bergh, su altri crostacei, ed in parte con quelle di Gadzikiewicz.

Le pareti cardiache risultano costituite da due strati, uno esterno, connettivale (*adventitia*), ed uno interno, muscolare. Lo strato esterno connettivale è formato da grosse cellule di Leydig, vacuolose, con membrana sottilissima e nucleo sferico; da questo strato si distaccano delle briglie e delle membrane che, legandosi agli organi vicini, servono a tenere il cuore nella sua posizione normale, sospeso nella cavità pericardica.

Ostii. — Chun attribuisce a *Nematoscelis mantis* Chun (= *N. microps* G. O. Sars) e a *Stylocheiron chelifer* Chun (= *St. abbreviatum* G. O. Sars), tre paia di *ostia*; tre paia pure ne assegna Claus a *Euphausia pellucida* Dana; però sotto questa denominazione, ormai cancellata da Hansen, come irriconoscibile, venivano comprese varie specie.

Zimmer (14) in *Euphausia superba* e Raab (13) in *Euphausia Kronhii* e in *Meganyctiphanes norvegica*, trovano due sole paia di ostii cardiaci.

Anch'io trovo in *Nematoscelis megalops* due paia di *ostia*, un paio superiore e anteriore, l'altro inferiore e posteriore. Tale numero del resto, secondo Lang, è comune alla maggior parte degli *Euphausiacea* e allo stadio *zoea* dei Decapodi. La forma degli ostii è in *Nematoscelis megalops*, come in tutte le altre specie, quella di un'ellisse con l'asse maggiore lungo più del doppio che l'asse minore. Gli ostii superiori sono posti un poco più innanzi rispetto agli inferiori. Essi però hanno dimensioni

pressochè uguali e misurano circa mm. 0,120-0,160 di lunghezza per mm. 0,050-0,060 di larghezza. È notevole il fatto che essi non sono disposti trasversalmente rispetto al cuore come varî autori hanno precedentemente osservato per gli altri *Euphausiacea*, ma longitudinalmente: il loro asse maggiore fa soltanto una piccola inclinazione rispetto all'asse cardiaco, ciò che conduce l'angolo anteriore dell'ostio a portarsi a un livello inferiore a quello in cui si trova l'angolo posteriore. Ciò risulta benissimo dalla fig. 1.

Gli ostii, come tutti sanno, mettono in comunicazione il seno venoso pericardico con la cavità cardiaca. Onde facilitare l'ingresso del sangue, i due margini che vanno da un angolo all'altro dell'ostio, o labbra ostiali, sono rivolti verso l'interno del cuore, e funzionano come due valvole che, sia per la pressione sanguigna aumentata al momento della sistole, sia per azioni di quegli speciali muscoli che son legati agli angoli ostiali, impediscono il rifluire del sangue dal cuore al seno pericardiaco.

Fig. 2. — Cuore visto dall'alto (spiegaz. delle lettere v. fig. 1).

La struttura delle labbra ostiali non differisce da quella delle pareti cardiache per quanto riguarda la parte muscolare; esse sono sprovviste dello strato esterno connettivale. Le fibre sono disposte secondo la lunghezza dell'ostio.

Dagli angoli ostiali si staccano i muscoli ostiali, che si dirigono verso il lato opposto del cuore per andarsi a legare ad altri muscoli ostiali o alle pareti cardiache; molte fibre si saldano ad altri fasci che incontrano lungo il loro decorso.

Dall'angolo anteriore degli ostii superiori partono dei fasci muscolari, parte dei quali vanno al corrispondente angolo anteriore dell'ostio del lato opposto, costituendo il muscolo ostio-ostiale, parte alla parete dorsale cardiaca del lato opposto.

Dall'angolo anteriore degli ostii inferiori partono varî fasci muscolari, la massima parte dei quali s'inserisce nella parete dorsale cardiaca del lato opposto, insieme con quelli degli ostii

superiori; una minima parte si unisce al muscolo ostio-ostiale o va verso la parete dorsale dello stesso lato.

I fasci muscolari che partono dall'angolo posteriore degli ostii superiori, si sparpagliano a ventaglio, alcuni dirigendosi alla parete superiore, altri alla parete inferiore del cuore, ed altri saldandosi ad altri muscoli.

I fasci muscolari che partono dall'angolo posteriore degli ostii inferiori invece seguono una via ben determinata, dirigendosi più o meno divisi verso la parete cardiaca dorsale e saldandosi alla porzione centrale di essa, senza però incrociarsi.

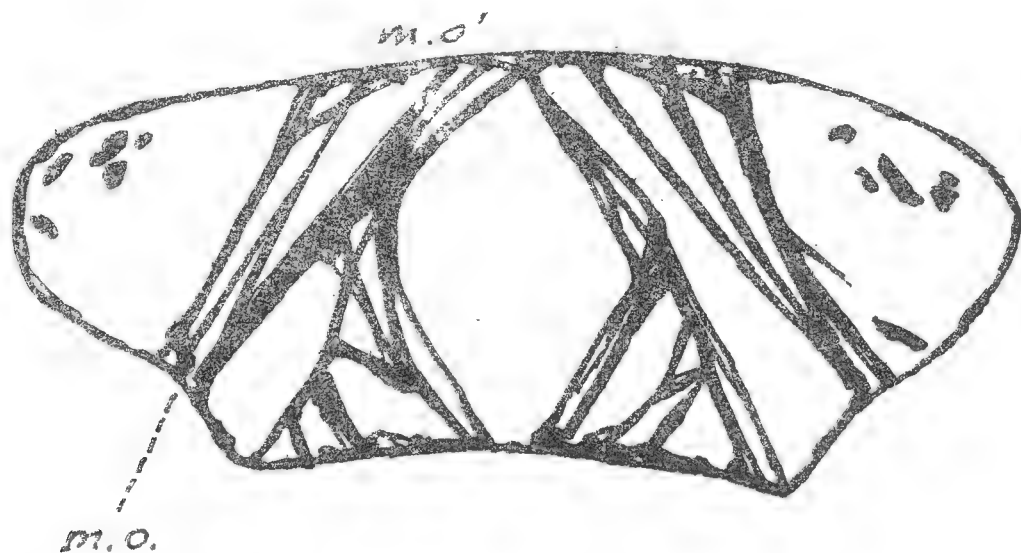



Fig. 3. — Sezione del cuore al livello dell'inserzione dei muscoli dell'angolo posteriore degli ostii inferiori (figura semischematica).

Le fibre della tonaca muscolare sono prevalentemente longitudinali, ma ve ne sono dei fasci diretti in tutti i sensi. Il decorso dei fasci è simmetrico rispetto al piano di simmetria dell'animale. Benchè vi siano anche molte fibre anulari, pure non si trovano delle vere fibre semianulari che si incrociano lungo le linee dorsale e ventrale.

A questo proposito aggiungerò che, mentre la disposizione a fibre semianulari, per quanto finora è noto, può ritenersi caratteristica dei Peracaridi, negli Eucaridi (Eufausiacei e Decapodi) si ha una più complicata impalcatura muscolare del cuore, la quale è certamente in rapporto con l'accorciamento e l'accentramento dell'apparato propulsore del sangue, ed è costituita non solo da una tonaca muscolare ma ancora da numerosi fascetti muscolari che attraversano la cavità cardiaca. Tale struttura è stata già segnalata da Zimmer (4) per *Euphausia superba*.

Oltre alla tonaca muscolare, infatti, nel crostaceo di cui mi occupo, le fibre muscolari costituiscono nell'interno del cuore

dei fasci, dei nastri, che staccandosi da determinati punti della parete vanno ad attaccarsi ad altri punti della parete stessa a maggiore o minore distanza, oppure ad anastomizzarsi con altri fasci muscolari.

La disposizione di queste fibre muscolari interne al cuore è simmetrica, ma complicatissima, specialmente a cagione delle numerose anastomosi parziali o totali. Numerosi sono i fasci di fibre che, tenendosi sempre dalla stessa banda o incrociandosi, vanno dalla parete cardiaca dorsale alla ventrale. Essi sono particolarmente robusti, mentre piuttosto esigua è la tonaca muscolare, ed a loro sono in special modo dovuti i movimenti propulsori del cuore. Dalla imboccatura delle arterie partono sempre due fasci muscolari che si dirigono alla parete dorsale: all'imboccatura dell'arteria cefalica vi è un fascio destro ed uno sinistro, all'imboccatura delle altre arterie uno anteriore e uno posteriore.

Notevolissimi sono i *fasci ostiali*: gli *ostio-parietali* si staccano da un angolo dell'ostio per attaccarsi alla parete cardiaca; gli *ostio-ostiali* connettono fra di loro gli angoli di due ostii. I muscoli ostiali che si staccano dagli angoli anteriori degli ostii sono incrociati, quelli che si staccano dagli angoli posteriori sono diritti.

Per quanto riguarda la fine struttura della parte muscolare del cuore, esatte sono le osservazioni di Gadzikiewicz. Si tratta di una parte protoplasmatica che racchiude numerose fibrille contrattili striate trasversalmente. Nel caso di *Nematoscelis*, come in *Nebalia*, *Squilla*, *Idothea*, *Gammarus*, il protoplasma è diviso in bende, ciascuna delle quali racchiude un gruppo di fibrille. Tali bende sono in parte separate l'una dall'altra, costituendo delle fibre, in parte saldate, similmente a quanto avviene in *Idothea* e *Gammarus*. I nuclei sono immersi nella porzione protoplasmatica e sono relativamente grossi, schiacciati. Esiste un sottilissimo sarcolemna. Quando una fibra si anastomizza con un'altra, le fibrille, già strettamente unite durante il decorso della fibra, si staccano contemporaneamente l'una dall'altra divergendo bruscamente a largo ventaglio e proseguono rettilineamente per breve tratto entro il dominio di un'altra fibra, commiste al fascio di fibrille proprie di quest'ultima.

Come già era stato rilevato dai precedenti osservatori

(Haeckel, Eberth, Bergh, Gadzikiewicz, ecc.) per altri crostacei, manca un endotelio cardiaco atto a separare il tessuto muscolare dal liquido sanguigno: tale funzione è adempiuta dal sarcolemma.

Entro la cavità cardiaca si notano abbondanti corpuscoli sanguigni. Essi però in *Nematoscelis* non costituiscono nessuna di quelle importanti formazioni che furono constatate in altri crostacei; e si trovano liberi ed isolati.

Qual sia l'ufficio dei muscoli ostiali appare evidente. Ogni volta che il cuore entra in sistole, i muscoli ostiali si contraggono anch'essi, portando verso l'interno del cuore gli angoli degli ostii, onde ne consegue un avvicinamento delle labbra, che vengono a contatto. Contemporaneamente l'accresciuta pressione sanguigna serve a tenerli meglio l'uno contro l'altro, e così la chiusura dell'ostio è assicurata finchè dura il periodo della sistole. Quando il cuore entra in diastole i muscoli ostiali si rilasseranno, la pressione sanguigna cesserà di agire dall'interno verso l'esterno e gli ostii si apriranno.

Oltre ai muscoli che attraversano la cavità cardiaca, dagli angoli degli ostii si vedono irradiare tutto intorno numerose fibrille muscolari, che fanno parte della parete del cuore. Esse hanno una funzione molto importante, giacchè contraendosi fanno aumentare la lunghezza e diminuire la larghezza dell'ostio, favorendo l'avvicinamento delle labbra. Claus ha ben rappresentata tale struttura.

Valvole. — Le *valvole cardio-arteriali* degli Schizopodi furono per la prima volta e con esattezza segnalate da Delage, che le descrive come " deux lames qui se détachent de la paroi latérale interne du cœur et qui s'avançant à la rencontre l'une de l'autre, s'adossent sur la ligne médiane et remontent ensemble dans la cavité du vaisseau où leur bord libre est flottant. Elles s'écartent sans l'effort de la poussée sanguine, et se rapprochent automatiquement dès que la pression dans le cœur est devenue moindre que dans le vaisseau ". Le osservazioni di Delage si estendono solo ai Misidacei. Però, nonostante la notevole distanza fra i due gruppi, esse valgono pure per gli Eufausiacei.

Nella specie da me studiata si trovano due valvole per ciascun orifizio arteriale. Ciascuna valvola ha una forma a semidisco o a semiovale, che con la porzione curva aderisce a metà

del margine dell'orifizio arteriale, mentre col margine rettilineo diametrale rispetto a tale apertura nuota liberamente nel lume dell'arteria. Riguardo all'inserzione è però da notare che essa non avviene normalmente, ma obliquamente, in modo che il margine libero vien portato entro l'arteria.

Riguardo all'orientazione, soltanto le valvole dell'arteria cefalica sono disposte simmetricamente l'una a destra e l'altra a sinistra rispetto al piano di simmetria; quelle delle altre arterie sono disposte una superiormente e l'altra ventralmente, oppure una anteriormente e l'altra posteriormente.

Fig. 4. — Sezione dorso-ventrale dell'apice posteriore del cuore: *a. p.*, aorta posteriore; *a. d.*, arteria discendente; *v.*, valvole; *s. pc.*, seno pericardico.

Le mie osservazioni intorno alla struttura istologica contrastano con quelle di Gadzikiewicz. Questo dice: " Die Arterienklappen bestehen aus 2 Schichten, eine zur Herzward, die andere zu Arterienwand gehörig, sie bilden also eine Falte ". Io trovo che le valvole sono costituite da un solo strato e precisamente dalla continuazione dello strato muscolare della parete cardiaca. Le fibrille muscolari delle valvole sono disposte in un solo senso, e vanno da una estremità all'altra del semicerchio di inserzione, incurvandosi più o meno a seconda della maggiore o minore distanza dal margine libero rettilineo. In corrispondenza di tale margine lo spessore delle valvole è maggiore. È inutile dire che sia nella faccia volta verso il cuore, sia nella

opposta, non vi è alcun endotelio: le valvole sono quindi limitate dal sarcolemma.

La struttura istologica da me riscontrata in *Nematoscelis* serve a convalidare l'opinione di Popovici-Baznosanu, il quale considera le valvole come ostii che sboccano entro i vasi aortici, riguardando da un unico punto di vista generale tutte le aperture cardiache.

Sia le valvole che le labbra ostiali, infatti, sono organi che separano la porzione contrattile dell'apparato circolatorio da quella non contrattile; entrambe sono costituite da un solo strato muscolare, che è la continuazione della tunica interna muscolare del cuore, ed entrambe fanno comunicare la cavità cardiaca con altre cavità (tronchi aortici e seni venosi), la cui parete è costituita dalla continuazione della tunica esterna connettivale del cuore. Questo concetto dei rapporti reciproci fra cuore, valvole, labbra ostiali, arterie e seni venosi, il quale comprende in sè il concetto sopra esposto di Popovici-Baznosanu, ho rappresentato nei due schemi della figura 6.

Fig. 5. — Porzione vicinale dell'aorta posteriore destra.

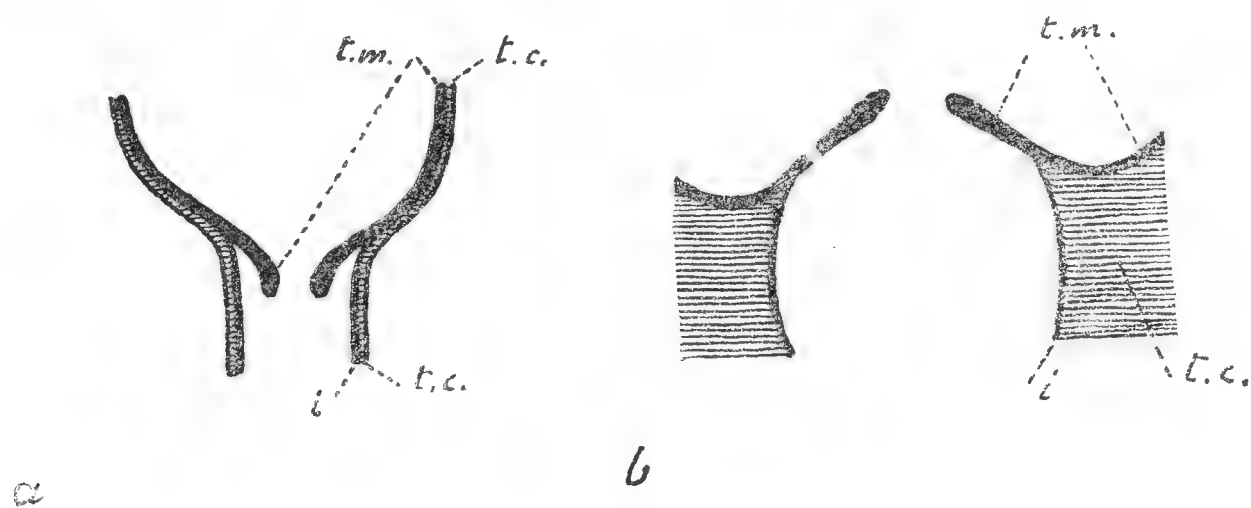



Fig. 6. — Schema della struttura istologica delle valvole e degli ostii: *a.*, orifizio di un'arteria e sue valvole; *b.*, ostio e sue labbra.

Il modo con cui le valvole lasciano passare il sangue dal cuore alle arterie e ne impediscono successivamente il riflusso è evidente; i varî autori lo hanno del resto indicato per i varî crostacei.

Dalla linea d'inserzione delle valvole nella imboccatura delle arterie si partono dei muscoli, che vanno ad attaccarsi alle pa-

reti cardiache e specialmente alla parete dorsale, sia direttamente, sia mediatamente legandosi ad altri fasci muscolari. Credo però che ad essi non sia connessa alcuna speciale funzione oltre a quella di provocare le sistoli. Non corrisponderebbero però ai muscoli ostiali; del resto anche la loro posizione è diversa.

Arterie. — Dal cuore di *Nematoscelis megalops* partono, come ho già detto, dieci tronchi arteriosi, cioè, un'aorta cefalica, due arterie laterali anteriori, due arterie epatiche, un'arteria o aorta discendente, due arterie laterali posteriori, due aorte posteriori.

L'*aorta cefalica* parte dall'apice anteriore del cuore, in continuazione della linea mediana della sua parete dorsale; subito al disotto di essa, con cui anzi hanno comune l'origine, si trovano le due *arterie laterali anteriori*. Le *arterie epatiche* si staccano al disotto e all'indietro delle tre prime, a poca distanza da esse. L'*aorta discendente* è impari e si trova in prossimità dell'apice posteriore del cuore, ventralmente; è notevole la sua asimmetria, giacchè si stacca un po' a sinistra della linea mediana del cuore, mantenendosi dalla stessa banda lungo il suo decorso. Le due *arterie laterali posteriori* sono di piccolo calibro e sorgono poco in avanti delle due *aorte posteriori*. Queste sono molto ingrossate nella loro porzione iniziale e presentano poi, per gran parte del loro decorso, delle ripiegature longitudinali più o meno irregolari.

Zimmer (14) in *Euphausia superba* descrive due arterie discendenti, di cui solo una, l'*aorta discendente*, è di grosso calibro e raggiungerà l'arteria sternale, mentre l'altra è poco sviluppata, di varia larghezza e di decorso incostante. Raab (13) in *Meganyctiphanes norvegica* trova una sola arteria discendente. In *Nematoscelis megalops* vi è, è vero, una sola aorta discendente, ma questa alla sua origine è grandemente svasata e sembra in qualche caso, nella regione della svasatura, che presenti una sorta di moncone tendente verso destra.

È da pensare che lo schema morfologico tipico porti due arterie pari, simmetriche, e che, nel gruppo degli Eufausiacei, mentre solo una di esse si è affermata come aorta discendente, l'altra sia priva d'importanza e manifesti grande variabilità e giunga persino a mancare.

Le arterie sono costituite da una tunica di cellule connettivali, che sono la continuazione della tunica connettivale esterna del cuore. Esse sono molto larghe ed estremamente schiacciate; i margini di commissura fra cellule e cellule sono alquanto sinuosi. I nuclei sono mediocri, lenticolari, e producono nelle cellule una sporgenza abbastanza notevole verso l'esterno. Questo strato connettivale è generatore di una cuticola chitinosa anista, che riveste internamente le arterie. Tale cuticola è più o meno spessa a seconda delle varie arterie, raggiungendo il massimo di spessore nella porzione vicinale delle grosse arterie posteriori.

Le pareti delle arterie dunque sono costituite da due strati, uno interno anisto (cuticola o *intima*), ed uno esterno connettivale (*adventitia*). È però da notare che l'intima si assottiglia col diminuire del calibro delle arterie; tanto che le piccole arterie se ne trovano sprovvedute.

Dalla struttura istologica risulta che le arterie sono prive di contrattilità.

Seni venosi. — Non è mio divisamento descrivere i varî seni venosi di *Nematoscelis*, essendo il mio lavoro limitato al cuore e agli organi vicini. Accenno perciò soltanto al *seno pericardico*, in cui affluisce il sangue venoso degli altri seni, che per mezzo degli ostii passerà nel cuore. Il cuore, come già avevo detto, è sospeso nel seno pericardico per mezzo di numerose bende e membrane simmetriche di tessuto connettivo, le quali si distaccano dalla tunica esterna connettivale del cuore.

Ora nel suo lavoro sull'organizzazione dei *Phronimidae*, Claus fin dal 1879 scriveva: " Die bindegewebigen Faserzüge und Membranen, welche als mesenterien die Befestigung von Herz, Darmcanal und Nervensystem an der Leibeswand vermitteln, haben neben dem Werthe von Suspensorien noch eine zweite, nicht minder wichtige Function, der man bislang unsoweniger eine nähere Würdingung zu Theil werden lassen konnte, als die ausserordentlich reiche Entfaltung und regelmässige Ausbreitung dieser im Leibesraume aussespannten Bindegewebigen Häute wird aber der Leibesraum in weite miteinander communicirende Perivisceralcanäle zerlegt, in denen das an zelligen Elementen reiche Blut nach seinem Austritt aus den Gefässoffnungen weiter strömt. Nicht in wandungslosen Lacunen der Leibeshöhle, sondern in wohlbegrenzten Canälen, in welche die Leibeshöhle durch

Bindegewebshänte geschieden wird, vollzieht sich der regelmässige Kreislauf des Blutes, welches durch Löcher der bindegewebigen Scheidewände aus dem einen Canalbezirk in den anderen an bestimmten Stellen übergefuhrt wird „.

Le pareti dei seni venosi sono in generale costituite da uno strato di cellule connettivali assai schiacciate, le quali producono verso l'interno del seno una cuticola chitinosa (*intima*) più o meno spessa. Non ho potuto però ben accertare un'intima nè nel connettivo che costituisce lo strato esterno della parete cardiaca e contemporaneamente la parete superiore del seno pericardico, nè sui grossi muscoli del corpo che limitano i seni. In quest'ultimo caso il perimisio sostituirebbe l'intima. Assai spesso è l'intima che separa il seno pericardico dagli organi sottostanti; così anche l'intima dei seni branchio-cardiaci.

CONCLUSIONI

1. Le pareti cardiache sono costituite da due strati, uno esterno, connettivale, continuo, ed uno interno, muscolare, discontinuo. Manca un endotelio.

2. Organi attivi dei movimenti cardiaci sono i muscoli parietali, e specialmente le trabecole muscolari che attraversano nei varî sensi la cavità cardiaca. Le contrazioni hanno prevalentemente direzione dorso-ventrale.

3. Le labbra ostiali hanno struttura esclusivamente muscolare.

4. Gli ostii si aprono e si chiudono per azione di muscoli speciali che attraversano la cavità cardiaca.

5. Le valvole cardio-arteriali hanno struttura esclusivamente muscolare.

6. Le valvole cardio-arteriali si aprono e si chiudono per azione esclusiva, o quasi esclusiva, della pressione sanguigna.

7. Le pareti delle arterie sono costituite da un'intima omogenea interna e da un'avventizia connettivale esterna. Mancano di fibre muscolari. Col diminuire del calibro delle arterie l'intima si assottiglia fino a rendersi invisibile.

8. Le arterie sono prive di contrattilità.

9. Le pareti dei seni venosi sono costituite da un'intima omogenea interna e da un'avventizia connettivale esterna. Man-

cano di fibre muscolari. L'intima può assottigliarsi fino a sparire. Può essere sostituita dal perimisio.

10. I seni venosi sono privi di contrattilità.

11. Le valvole arteriali e le labbra ostiali rappresentano la continuazione della tunica muscolare interna del cuore. Entrambe hanno lo stesso significato morfologico.

12. Le pareti delle arterie e delle vene sono la continuazione della tunica connettivale esterna del cuore. Le arterie e le vene hanno il medesimo valore morfologico.

OPERE CITATE

1. Bergh R. S., *Beiträge zur vergleichenden Histologie.* III. *Ueber die Gefässwandung bei Arthropoden,* in " Anatomischen Heften „, Bd. XIX, Heft 62, 1902.
2. Chun C., *Ueber pelagische Tiefsee-Schizopoden,* in " Bibliotheca zoologica „, Bd. VII, Heft 4, 1896.
3. Claus C., *Der Organismus der Phronimiden,* in " Arbeit. Zool. Instit. Univers. Wien „, Tom. II, Heft 1, 1879.
4. Id. *Die Kreislauforgane und Blutbewegung der Stomatopoden,* in " Arbeit. Zool. Instit. Univers. Wien „, Tom. V, Heft 1, 1884.
5. Id., *Zur Kenntniss der Kreislauforgane der Schizopoden und Decapoden,* in " Arbeit. Zool. Instit. Univers. Wien „, Tom. V, Heft 3, 1884.
6. Delage Y., *Contribution à l'étude de l'appareil circulatoire des Crustacés édriophthalmes marins,* in " Archives de Zoologie expér. et gén. „, Tom. IX, 1881.
7. Id., *Circulation et respiration chez les Crustacés Schizopodes* (*Mysis* Latr.), in " Arch. de Zool. expérim. et gén. „, II^ème Série, Tom. I, 1883.
8. Gądzikiewicz W., *Ueber den feineren Bau des Herzens bei Malakostraken,* in " Jenaische Zeitschr. f. Naturwiss. „, Bd. XXXIX, N. F. Bd. XXXIII, Heft 2, 1904.
9. Gerstaecker A. e Ortmann A. E., *Die Klassen und Ordnungen der Arthropoden,* Bd. V, Abth. II, *Crustacea,* Hälfte II, *Malacostraca,* in " Bronn's Klassen des Thier-Reichs „, 1901.
10. Lang A., *Lehrbuch der vergleichenden Anatomie,* Jena, 1888.
11. Poporici-Baznosanu A., *Sur la morphologie du cœur des arthropodes,* in " Bul. Soc. Sc. Bucuresci „, XIV, 1906.
12. Schneider C. C., *Histologisches Prakticum der Tiere,* Jena, 1908.
13. Raab F., *Zur Anatomie und Histologie der Euphausiiden,* in " Zool. Anz. „, XLI, 1913.
14. Zimmer C., *Untersuchungen über den inneren Bau von " Euphausia superba* Dana „, in " Zoologica „, XXVI, 63, 1913.

Sulla scomposizione di una forma binaria biquadratica nella somma di due quadrati

Nota del Prof. LUIGI BRUSOTTI

In uno de' suoi interessanti lavori sulle frazioni continue di HALPHEN, il Prof. F. GERBALDI tratta incidentalmente della scomposizione di una biquadratica binaria nella somma di due quadrati [1] e trova quanto segue:

" *Una biquadratica* X (x) *si può in infiniti modi decomporre nella somma dei quadrati di due polinomî di 2° grado in* x, *dei quali uno ha per radici due punti* (ξ, y), *che appartengono l'uno alla terza polare dell'altro rispetto al covariante sestico di* X.

" *Fissato ad arbitrio* ξ, *restano possibili per* y *tre valori; questi si calcolano razionalmente, qualunque sia* ξ, *appena sia risoluta l'equazione invariante*

$$l^3 - \frac{1}{2}\,il - \frac{1}{3}\,j = 0\,,$$

che è indipendente da ξ ". Con i e j sono indicati i noti invarianti della biquadratica.

Ora, partendo da un'osservazione del tutto elementare, il risultato si può ritrovare, ed anche, in un certo senso completare:

a) notando come la proprietà affermata per uno dei due quadrati in relazione al covariante sestico della biquadratica valga anche per l'altro quadrato e in relazione ad uno stesso

---

(1) F. GERBALDI, *Simmetria e periodicità nelle frazioni continue di Halphen* [" Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino ", vol. LIII (1918): Nota I, pp. 767-784; Nota II, pp. 869-887]. Vedasi Nota I, n. 4 (pag. 776).

fattore quadratico del covariante sestico, ossia ad una stessa radice della citata risolvente cubica;

b) dimostrando che ogni decomposizione della biquadratica nella somma di due quadrati è del tipo indicato.

Per comodità di linguaggio parlerò di *combinazione lineare* anzichè di *somma* di quadrati; ma il divario è puramente formale, essendo sempre possibile includere nei quadrati i coefficienti (costanti) della combinazione lineare.

1. — Si ha facilmente che:

Condizione necessaria e sufficiente perchè una forma binaria biquadratica f *sia esprimibile come combinazione lineare dei quadrati di due forme binarie quadratiche* p *e* q [1] *è che* f *possa spezzarsi nel prodotto di due fattori quadratici* r, s, *in tal maniera che i gruppi* r = 0, s = 0, p = 0, q = 0 *siano in una stessa involuzione ed in questa formino nell'ordine scritto quaterna armonica.*

Ed invero dall'identità

$$f \equiv h^2 p^2 - k^2 q^2$$

segue l'altra

$$f \equiv (hp + kq)(hp - kq)$$

e reciprocamente.

2. — Poichè lo spezzamento di una f *generica* [2] nel prodotto di due fattori quadratici si può effettuare in tre modi essenzialmente distinti, così *per la decomposizione di* f *nella combinazione lineare di due quadrati si hanno tre distinte serie* ∞^1 *di soluzioni essenziali.*

Basti osservare che, fissato uno spezzamento di f in fattori quadratici r, s, e preso genericamente uno dei fattori lineari ad esempio di p, è determinata p (a meno di un fattor costante) dall'appartenenza di $p = 0$ all'involuzione individuata dai gruppi $r = 0$, $s = 0$, ed è determinata q (sempre a meno di un fattore

---

(1) Si intende escluso il caso in cui p coincida con q, a meno di un fattor costante; e ciò anche nel seguito, salvo contraria menzione.

(2) Cioè a discriminante non nullo. La restrizione va tenuta presente se si vogliono accogliere senza riserve tutti gli enunciati.

costante) dalla condizione che $r=0$, $s=0$, $p=0$, $q=0$, formino quaterna armonica. Per confronto di coefficienti, scelti comunque i fattori costanti si determinano i parametri della combinazione lineare (oppure scelti comunque i parametri si determinano i fattori stessi) (1).

3. — Introducasi ora il covariante sestico T di f e siano φ, ψ, χ i noti fattori quadratici di questo.

Gli elementi doppî dell'involuzione individuata da $r=0$, $s=0$ sono forniti, com'è ben noto, dall'annullarsi di uno dei fattori quadratici di T; sia questo φ. Posto:

$$p \equiv p_x^2 \equiv (yx)\,(zx),$$
$$q \equiv q_x^2 \equiv (ux)\,(vx),$$

si avrà allora

$$(\varphi p)^2 = \varphi_y \varphi_z = 0, \qquad (\varphi \equiv \varphi_x^2,\ \psi \equiv \psi_x^2,\ \chi \equiv \chi_x^2)$$
$$(\varphi q)^2 = \varphi_u \varphi_v = 0,$$

Ossia: *Condizione necessaria perchè una forma binaria biquadratica sia esprimibile come combinazione lineare dei quadrati di due date forme quadratiche, è che queste siano conjugate ad uno stesso dei tre noti fattori quadratici in cui si spezza il covariante sestico della biquadratica.*

4. — Dalla (2)

$$T \equiv 2\varphi\psi\chi$$

si deduce

$$T_y^3\,T_z^3 = \frac{4}{5}\,\varphi_y\varphi_z\,\psi_y\psi_z\,\chi_y\chi_z + \frac{1}{5}\,\varphi_y\varphi_z \left\{ \psi_y^2\chi_z^2 + \psi_z^2\chi_y^2 \right\} +$$
$$+ \frac{1}{5}\,\psi_y\psi_z \left\{ \chi_y^2\varphi_z^2 + \chi_z^2\varphi_y^2 \right\} +$$
$$+ \frac{1}{5}\,\chi_y\chi_z \left\{ \varphi_y^2\psi_z^2 + \varphi_z^2\psi_y^2 \right\}.$$

---

(1) È eccezionale il caso in cui il fattore lineare assunto per p, sia fattore lineare di f. Se lo è, ad es., di r, coincidono, a meno di fattori costanti, p, q, r. La richiesta decomposizione di f non è possibile, se anche s non coincide, a meno di un fattor costante con r.

(2) Clebsch, *Theorie der binären algebraischen Formen* (Leipzig, 1872), § 44, form. (5).

Ma dalla

$$\psi_y \chi_z - \psi_z \chi_y = (yz)\,(\psi\chi)$$

e dalle analoghe, quadrando, si ricavano la

$$\psi_y^2 \chi_z^2 + \psi_z^2 \chi_y^2 = 2\,\psi_y \psi_z\, \chi_y \chi_z$$

e le analoghe, quando si tengan presenti le

$$(\psi\chi)^2 = (\chi\varphi)^2 = (\varphi\psi)^2 = 0\,;$$

onde infine è

$$T_y^3\, T_z^3 = 2\,\varphi_y \varphi_z\, \psi_y \psi_z\, \chi_y \chi_z\,;$$

e similmente

$$T_u^3\, T_v^3 = 2\,\varphi_u \varphi_v\, \psi_u \psi_v\, \chi_u \chi_v\,.$$

Dall'enunciato del num. 3 si ricava dunque:

Condizione necessaria perchè una forma binaria biquadratica f *sia esprimibile come combinazione lineare dei quadrati di due date forme quadratiche, è che per ciascuna di queste i due punti-radice appartengano uno al terzo gruppo polare dell'altro rispetto al gruppo* $\mathrm{T} = 0$, *essendo* T *il covariante sestico di* f.

5. Se si fa riferimento ad una sola delle due forme quadratiche, dai num.[i] 1. e 2. risulta che le condizioni esposte nei num.[i] 3. e 4. si presentano anche come sufficienti. Ossia: *Condizione necessaria e sufficiente perchè* $\mathrm{f} \equiv \mathrm{a}^4_x$ *sia decomponibile nella combinazione lineare dei quadrati di due forme quadratiche di cui una sia* $\mathrm{p} = (\mathrm{y\,x})\,(\mathrm{z\,x})$ *è*: $2\,\mathrm{T}_y^3\,\mathrm{T}_z^3 = \varphi_y \varphi_z \,.\, \psi_y \psi_z \,.\, \chi_y \chi_z = 0$ (1).

Così *dato il punto* (y), *ad* (y) *si può associare come punto* (z) *uno qualunque dei tre punti* (z) *forniti dalla* $\mathrm{T}_y^3\,\mathrm{T}_z^3 = 0$ (risp. dalle $\varphi_y \varphi_z = 0$, $\psi_y \psi_z = 0$, $\chi_y \chi_z = 0$).

Dico che *essi sono razionalmente determinati quando si conoscano le radici* m, m′, m″, *della risolvente cubica*

$$l^3 - \frac{1}{2}\, i\, l - \frac{1}{3}\, j = 0\,.$$

---

(1) Qui, e più sotto, si tenga presente come eccezionale il caso $a_y^4 = 0$, secondo la nota posta già al n. 2.

Ed invero dalle [1]

$$-2\varphi^2 \equiv H + mf,$$
$$-2\psi^2 \equiv H + m'f,$$
$$-2\chi^2 \equiv H + m''f,$$

nelle quali $H \equiv H_x{}^4$ è l'Hessiano di $f \equiv a_x{}^4$, si ricavano le

$$-2\varphi_y{}^2 \,.\, \varphi_y{}' \varphi_z{}' = H_y{}^3 H_z + m a_y{}^3 a_z \,,$$
$$-2\psi_y{}^2 \,.\, \psi_y{}' \psi_z{}' = H_y{}^3 H_z + m' a_y{}^3 a_z \,,$$
$$-2\chi_y{}^2 \,.\, \chi_y{}' \chi_z{}' = H_y{}^3 H_z + m'' a_y{}^3 a_z \,,$$

ove φ', ψ', χ' sono simboli equivalenti a φ, ψ, χ.

Segue che, noto (y), i tre punti (z) sono razionalmente forniti rispettivamente dalle

$$H_y{}^3 H_z + m a_y{}^3 a_z = 0 \,,$$
$$H_y{}^3 H_z + m' a_y{}^3 a_z = 0 \,,$$
$$H_y{}^3 H_z + m'' a_y{}^3 a_z = 0 \,.$$

6. — Chiudo con un cenno relativo ad una rappresentazione iperspaziale già da me usata altrove [2].

Si interpretino i coefficienti di f come coordinate omogenee projettive di un punto $[f]$ corrente in un S_4 (*punto immagine*). Fra le biquadratiche si considerino quelle che son quadrati di forme quadratiche; il luogo dei loro punti-immagine è una superficie Σ (del 4° ordine) projezione della nota superficie di Veronese.

---

[1] Clebsch, op. cit., § 44, form. (4).

[2] E cioè in due mie pubblicazioni: *Sulla curva razionale normale dello spazio a quattro dimensioni* [“ Annali di Matematica „, serie 3ª, tomo IX, (1904), pp. 311-352]; *Interpretazione iperspaziale di un teorema di* Gordan [“ Rend. del R. Ist. Lomb. „, serie 2ª, vol. XLII (1909), pp. 144-148]; e in un'aggiunta alla Nota del Prof. Berzolari, *Sul significato geometrico di alcune identità lineari tra quadrati di forme algebriche* [“ Ibid. „, vol. LI (1918), pp. 431-454] gentilmente da lui pubblicata in fine del suo lavoro (pp. 452-454).

Il problema algebrico della rappresentazione di una biquadratica f generica come combinazione lineare dei quadrati di due forme quadratiche si traduce così in quello di trovare le corde di Σ passanti per un punto $[f]$ genericamente assegnato in S_4.

Ora tali corde si distribuiscono in tre S_2 passanti per l'unica trisecante di Σ che esca da $[f]$, come subito si trova ponendo mente alle tre rette doppie ed al punto triplo della superficie di STEINER che si può ottenere proiettando Σ da $[f]$ sopra un generico S_3 di S_4.

Così *l'esistenza di tre serie* ∞^1 *di soluzioni del posto problema algebrico si collega a quella delle tre rette doppie della superficie di* STEINER.

Castel felice di Montebello, Agosto 1919.

Sulla gravitazione

Nota del Socio nazionale residente QUIRINO MAJORANA

Origini della ricerca. — In un precedente lavoro (1) sulla teoria delle relatività, e sull'influenza del movimento della sorgente o di uno specchio sulla propagazione della luce, esprimevo il dubbio che, fra le cause incognite che possono influire sul fenomeno, potesse esservi il campo gravitazionale terrestre. Senza aver la pretesa di connettere ora due ordini di fenomeni tanto diversi, riferirò in questo lavoro di alcune ricerche sulla gravitazione, che furono così originate dalle altre già descritte.

In una Nota preliminare pubblicata in questi Atti (2), diedi già notizia delle nuove ipotesi da me formulate, in connessione con la presente ricerca, e che ora svolgerò più completamente. Faccio notare peraltro, che il controllo sperimentale al quale in detta Nota accennavo, mi aveva fornito in principio un risultato contrario alle mie previsioni; ed in tal senso ne davo, allora, notizia. In seguito, avendo eliminata una causa di errore non prevista, le mie esperienze mi hanno condotto ad osservare un fenomeno, in perfetto accordo con le mie previsioni, come ora farò vedere.

Caratteri della legge di Newton. — Questa legge apparisce la più perfetta fra le leggi fisiche, nella sua semplicità. Nessuna influenza della natura del mezzo si è sinora constatata nella propagazione della forza attrattiva, fra due masse mate-

---

(1) " Atti R. Accad. delle Scienze di Torino ,, 12 maggio 1918.
(2) Idem., 6 aprile 1919.

riali. Le ricerche di Austin e Thwing (1), Kleiner (2), Laager (3), Cremieu (4), Erisman (5) ed altri, tendenti a scoprire un'azione del genere, nulla hanno svelato. Per opera di Laager che studiava il peso di una sfera di argento circondata da piombo, si può ritenere che la mancanza di effetto sia stata sinora constatata sino ad una precisione di circa 5.10^{-5}. Queste esperienze hanno confermato al fisico e all'astronomo la esattezza della legge di Newton.

Dubbi sulla esattezza della legge di Newton. — Non mi sembra però lecito inferire, da una esperienza simile, p. e., a quella di Laager, che ciò che si constata in laboratorio, possa ripetersi, con le stesse apparenze, anche nei casi astronomici. Così, non è lecito concludere che la massa della sfera di argento apparirebbe ancora la stessa, se collocata al centro della terra, o al centro del sole (333000 volte la massa terrestre). Ammettiamo dunque, per ipotesi, che la massa possa apparire più piccola, se circondata da altre masse, che cioè vi sia diminuzione della forza gravitazionale, per il propagarsi di questa a traverso un mezzo materiale. Quella diminuzione potrebbe esser dovuta ad un carattere di tale mezzo, paragonabile alla permeabilità elettrica o magnetica, oppure ad assorbimento progressivo della forza. Nel primo caso, se l'analogia con i fenomeni elettrici e magnetici potesse stabilirsi, basterebbero piccoli spessori del mezzo, per lasciare constatare la presunta *permeabilità gravitazionale*; e questo non avviene nelle esperienze note. Nel secondo caso, l'assorbimento potrebbe verificarsi solo per spessori di mezzo molto forti, e quindi sfuggire alle indagini di laboratorio, pur manifestandosi nei corpi celesti. Questo secondo modello dell'assorbimento si presenta dunque come più probabile, e sarebbe più facilmente concepibile, se la forza gravita-

(1) " Phys. Rev. „, V. 5, 1897.
(2) " Arch. Sc. phys. „, 1905, p. 420.
(3) *Dissert.*, Zürich, 1904.
(4) " C. R. „, V. 140, p. 80, 1905; V. 141, pp. 653, 713, 1905; V. 143, p. 887, 1906.
(5) " Vierteljahrschr. „, V. 53, p. 157, 1908.

zionale potesse venir causata da una specie di flusso di energia, sprigionantesi continuamente dalla materia. Questo flusso, come avviene, p. e., per la luce che traversa un mezzo torbido, rimarrebbe progressivamente assorbito: la legge di Newton non varrebbe che in prima approssimazione.

Conseguenze della ipotesi dell'assorbimento. — Come conseguenza, si avrebbe anzitutto la cognizione di *massa vera* e di *massa apparente*. La prima sarebbe il carattere della materia da cui dipende la forza attrattiva, quando essa è estremamente suddivisa. La seconda è, per contro, il valore apparente che assume la massa, vera in conseguenza del progressivo assorbimento.

Per rispettare il principio della conservazione dell'energia, occorrerebbe, inoltre, ammettere che la materia di qualunque natura, si vada progressivamente trasformando. Ciò sarebbe, in certo modo, analogo a quanto avviene per il radio, colla differenza che per questo corpo la trasformazione dura qualche migliaio di anni, mentre, per tutte le altre sostanze conosciute, si avrebbe da fare con un tempo enormemente più lungo.

Un'altra conseguenza potrebbe trarsi: poichè la forza gravitazionale risulta da un flusso di energia assorbito, non potendo l'energia distruggersi, questa si dovrebbe trasformare, p. e., in calore. Per cui *materia soggetta a gravitazione si riscalda*; in ciò si avrebbe una nuova spiegazione di almeno una parte del calore solare. L'ipotesi potrebbe inoltre essere messa a raffronto col fatto, quasi sicuro, che il cielo è mancante di stelle oscure di grandi dimensioni: infatti la materia agglomerata in piccolo spazio dovrebbe riscaldarsi notevolmente.

L'ipotesi del carattere energetico della forza gravitazionale è però da me avanzata con ogni riserva, e la ritirerei ove considerazioni che ora mi sfuggono, dovessero farla ritenere inammissibile.

Piuttosto, ritengo come probabile, ed anzi, in seguito a talune esperienze che descriverò, come esatta, la ipotesi dell'*assorbimento gravitazionale*.

Ricerche analitiche. — Per poter stabilire un piano di esperienze tendenti a verificare l'ipotesi dell'assorbimento, occorre concretare questa ipotesi, analiticamente. Una grandezza

fisica *sui generis* può ora essere definita, e chiamata *flusso di azione gravitazionale*; non è però necessario legare la nozione di questa grandezza al concetto di energia.

Sia una particella materiale $d\,m$, tanto piccola da poter ritenere il suo assorbimento gravitazionale interno nullo. Possiamo supporre, secondo le fatte ipotesi, che essa emetta continuamente un certo flusso proporzionale a $d\,m$, cioè $k\,d\,m$, uniformemente irradiato in tutte le direzioni. Se la particella materiale trovasi nel vuoto, a traverso un angolo solido che sottenda la superficie $d\,\omega$ alla distanza 1, si avrebbe solo il flusso:

$$\varphi = k\,\frac{d\,m\,d\,\omega}{4\,\pi}\,.$$

Se la particella, invece di trovarsi nel vuoto, si trova in un mezzo di densità vera ϑ_v, il flusso che sarà arrivato alla distanza x dalla particella sarà espresso da:

$$\varphi = k\,\frac{d\,m\,d\,\omega}{4\,\pi}\,e^{-Hx}\,. \tag{1}$$

Ciò equivale ad ammettere un assorbimento progressivo del flusso, proporzionale al valore di esso in ciascun punto, allo spessore del mezzo traversato e alla densità del mezzo ϑ_v. Si suppone infatti che:

$$H = h\,\vartheta_v\,,$$

essendo H il fattore di smorzamento per la densità ϑ_v, ed h il fattore di smorzamento per la densità 1.

Fig. 1.

Vogliamo ora considerare una sfera piena, di densità uniforme, e determinare il flusso emergente da essa. Sia R il suo raggio, O il suo centro (fig. 1). Considero il punto interno di essa P, nel quale sia concentrata la massa dm. Conduco il

raggio PO della sfera, passante per P, e descrivo un angolo infinitesimo QPB, col vertice in P; conduco QA perpendicolare a PQ. Dico $OP = r$; $PQ = x$; $QD = y$. Faccio ruotare il triangolo QPB, intorno all'asse PO; il segmento AQ descriverà l'area $2\pi \, . \, TQ \, . \, QA$. Si può sostituire nella (1), al posto di $d\omega$, questa area, riportata all'unità di distanza da P, cioè divisa per x^2. Si ha:

$$\varphi = k \frac{dm \; TQ \, . \, QA}{2x^2} e^{-Hx}.$$

Conducasi QD parallela ad OP; proietto B normalmente su QD, in C. Sarà $QC = dy$. Dicasi: $\widehat{PQO} = \alpha$; $\widehat{POQ} = \theta$; si vede dalla figura che $dy = QB \operatorname{sen} \theta$; $QA = QB \cos \alpha$; per cui

$$QA = \frac{dy}{\operatorname{sen} \theta} \cos \alpha .$$

Inoltre:

$$TQ = R \operatorname{sen} \theta ; \; x = \sqrt{R^2 + r^2 - 2ry} .$$

Differenziando:

$$dy = - \frac{x \, dx}{r} .$$

Dal triangolo OPQ si ha:

$$r^2 = x^2 + R^2 - 2x R \cos \alpha ;$$

da cui:

$$\cos \alpha = \frac{x^2 + R^2 - r^2}{2xR} .$$

Si ha quindi:

$$\varphi = - k \frac{dm}{4r} \left(1 + \frac{R^2 - r^2}{x^2}\right) e^{-Hx} \, dx .$$

Chiamiamo dF il flusso di azione che emette la particella dm, in totale e che può uscir fuori dalla sfera; esso sarà dato dall'integrale di φ esteso fra i limiti $R + r$ ed $R - r$:

$$dF = - k \frac{dm}{4r} \int_{R+r}^{R-r} \left(1 + \frac{R^2 - r^2}{x^2}\right) e^{-Hx} \, dx ;$$

ed eseguendo l'integrazione:

$$dF = k \frac{dm}{4r} \left[\frac{e^{-Hx}}{H} + \frac{(R^2 - r^2)}{x} e^{-Hx} + H(R^2 - r^2) \int \frac{e^{-Hx}}{x} dx \right]_{R+r}^{R-r} .$$

Estendo ai limiti dove è possibile:

$$d F = k \frac{dm}{4r}\left[e^{-H(R-r)}\left(\frac{1}{H}+R+r\right) - e^{-H(R+r)}\left(\frac{1}{H}+R-r\right) - H(R^2-r^2)\int_{R-r}^{R+r}\frac{e^{-Hx}}{x}\,dx\right].$$

L'integrale rimasto in questa espressione è trascendente e non se ne può avere il valore, che sviluppando questa, in serie. Con opportuno artificio di calcolo, suggeritomi gentilmente dal collega Fubini, si può evitare ciò. Si può intanto chiamare dm non la sola massa contenuta nel punto P, ma tutta quella di uno strato sferico di raggio r e spessore dr:

$$dm = 4\pi r^2 \vartheta_v \, dr,$$

per cui:

$$d F = k\pi \vartheta_v r\, dr\left[e^{-H(R-r)}\left(\frac{1}{H}+R+r\right) - e^{-H(R+r)}\left(\frac{1}{H}+R-r\right) - H(R^2-r^2)\int_{R-r}^{R+r}\frac{e^{-Hx}}{x}\,dx\right].$$

Per ottenere il valore del flusso totale emergente da tutti i punti della sfera, occorre integrare questa espressione da O ad R; e si ha:

$$\begin{aligned} F &= k\pi\vartheta_v \int_0^R r\,dr\left[e^{-H(R-r)}\left(\frac{1}{H}+R+r\right) - e^{-H(R+r)}\left(\frac{1}{H}+R-r\right) - H(R^2-r^2)\int_{R-r}^{R+r}\frac{e^{-Hx}}{x}\,dx\right] \\ &= k\pi\vartheta_v\left[\int_0^R r\left(\frac{1}{H}+R+r\right)e^{-H(R-r)}\,dr - \int_0^R r\left(\frac{1}{H}+R-r\right)e^{-H(R+r)}\,dr - H\int_0^R r(R^2-r^2)\,dr\int_{R-r}^{R+r}\frac{e^{-Hx}}{x}\,dx\right] \\ &= k\pi\vartheta_v\left[\frac{2R^2}{H}-\frac{2R}{H}+\frac{1}{H^3}-\frac{1}{H^3 e^{2HR}} - H\int_0^R r(R^2-r^2)\,dr\int_{R-r}^{R+r}\frac{e^{-Hx}}{x}\,dx\right]. \end{aligned}$$

Si può ora eseguire l'integrazione doppia dell'ultimo termine, invertendo l'ordine di integrazione; occorre avvertire di

cambiare anche opportunamente i limiti di integrazione. Così operando, e ponendo $p = RH$, si ha finalmente:

$$(2) \qquad F = k\pi\vartheta_v R^3 \left[\frac{1}{p} - \frac{1}{2p^3} + e^{-2p}\left(\frac{1}{p^2} + \frac{1}{2p^3}\right)\right].$$

A questo flusso sarebbe dunque dovuta l'azione gravitazionale, all'esterno della sfera. Poichè k è il coefficiente di proporzionalità che dà, in funzione della massa apparente, la forza newtoniana, dicendo tale massa apparente M_a, si ha:

$$(3) \qquad F = kM_a; \quad M_a = \pi\vartheta_v R^3 \left[\frac{1}{p} - \frac{1}{2p^3} + e^{-2p}\left(\frac{1}{p^2} + \frac{1}{2p^3}\right)\right].$$

Se diciamo:

$$(4) \qquad \Psi = \frac{3}{4}\left[\frac{1}{p} - \frac{1}{2p^3} + e^{-2p}\left(\frac{1}{p^2} + \frac{1}{2p^3}\right)\right],$$

si ha:

$$(5) \qquad M_a = \frac{4}{3}\pi\vartheta_v R^3 \Psi = M_v \Psi,$$

dove M_v rappresenta la massa vera della sfera. Si ha inoltre:

$$(6) \qquad M_a = \frac{4}{3}\pi\vartheta_a R^3; \quad \vartheta_v = \frac{\vartheta_a}{\Psi}; \quad \vartheta_a = \vartheta_v \Psi; \quad \psi = \frac{\vartheta_a}{\vartheta_v}.$$

È facile vedere che:

$$(7) \qquad \lim_{p=0} \Psi = 1$$

e quindi:

$$\lim_{p=0} M_a = M_v.$$

Cioè, le masse apparente e vera coincidono, se $p = o$; vale a dire se si tratta di una sfera di raggio piccolissimo o se $H = O$.

Nella figura 2 si sono riportati sulle ascisse i valori di p e sulle ordinate quelli di Ψ: si ha così la curva corrispondente all'equazione (4). Essa tocca l'asse delle ordinate con un valore 1 (vedi [7]); ed è assintotica all'asse delle p.

La curva Φ, segnata sulla stessa figura, non è oggetto di questa Nota.

Applicazione della funzione Ψ al sole. — Il sole non ha certamente densità uniforme. Ma per un'indagine grossolanamente approssimata suppongo costante la sua densità ed uguale a ϑ_v.

La sua densità apparente è quella astronomica e si ha: $\vartheta_a = 1,41$.

Si possono fare varie ipotesi, sul vero valore di ϑ_v, per il sole; per ciascuna di esse si può calcolare il valore di Ψ; mediante le (6), poi, dalla curva Ψ, della fig. 2, si ricava il corri-

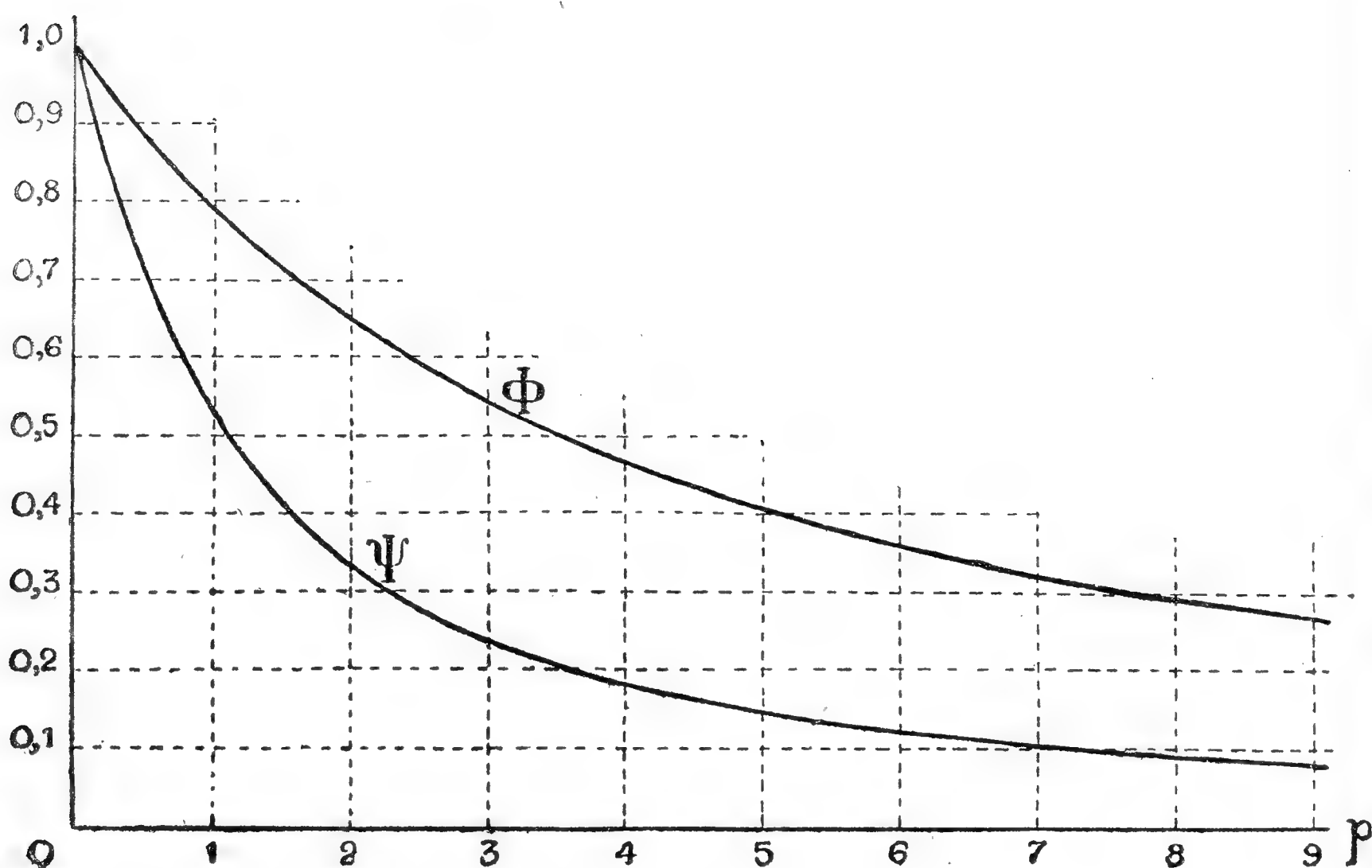



Fig. 2.

spondente valore di p; e finalmente, essendo $p = RH = R\,\vartheta_v h$, si puo ricavare il valore di h, giacchè si conosce il raggio solare $R_s = 6,95 . 10^{10}$ cm.

Si può così costruire la seguente tabella:

$\vartheta_v =$	1,41	2	5	10	15	20
$\Psi = \dfrac{\vartheta_a}{\vartheta_v} =$	1	0,705	0,281	0,141	0,094	0,070
$p =$	0	0,53	2,46	5,20	7,95	10,40
$h = \dfrac{p}{R_s\,\vartheta_v} =$	0	$3{,}81.10^{-12}$	$7{,}08.10^{-12}$	$7{,}49.10^{-12}$	$7{,}63.10^{-12}$	$7{,}64.10^{-12}$.

Da cui si vede come, al crescere della densità vera, il valore di h cresce rapidamente, sino alla densità di circa 2, e poi assai più lentamente, tendendo verso un valore limite che, come si può vedere, rimane fissato a $7{,}65 \,.\, 10^{-12}$.

Si vede ancora che, anche solo ammettendo una densità vera solare di poco superiore alla apparente (p. e., 2), l'ordine di grandezza del fattore di smorzamento h rimane fissato fra 10^{-12} e 10^{-11}.

Ricerca del fattore h. — Secondo le ipotesi fatte, il fattore h rappresenta una costante universale, da cui dipenderebbe la misura dell'assorbimento gravitazionale.

La sua misura probabile può rimanere fissata nel valore anzidetto, ma la sua vera determinazione non può farsi colla sola considerazione del fenomeno solare.

Non si hanno elementi infatti per dire quale possa essere la densità vera del sole; forse si può sospettare che essa sia certamente superiore a 1,41 (densità apparente od astronomica), quando si pensi alla grande densità di taluni corpi più pesanti.

La elevata temperatura del sole, che avrebbe per effetto di tenere in uno stato di estrema espansione tali corpi, potrebbe, nell'interno della massa solare, venir compensata dalla enorme pressione. In ogni modo non è possibile stabilire *a priori* il valore della detta densità vera solare.

Si può dunque pensare ad un metodo sperimentale per la ricerca della costante h. Esso può realizzarsi cercando la eventuale variazione di peso di una massa m, relativamente piccola, circondata da altra massa M, assai più grande. Infatti, come è a ritenersi secondo le ipotesi fatte, che il flusso di m debba essere in parte assorbito da M, così anche il flusso gravitazionale, proveniente dalla nostra terra, deve affievolirsi prima di raggiungere m a traverso M.

Suppongo questa massa M conformata a sfera di raggio r e la massa m, piccola e situata al centro di M. Se ϑ è la densità della sostanza che costituisce M, si avrà per la (1):

$$f_m = k\, m\, e^{-h\vartheta r}$$

che rappresenta il flusso di m che riesce ad uscir fuori da M.

Corrispondentemente, dicendo m_a ed m_v le masse vera ed apparente di m, si ha:

$$\frac{m_a}{m_v} = e^{-h\vartheta r}, \qquad \text{ossia} \qquad m_a = m_v e^{-h\vartheta r}.$$

Essendo r assai piccolo (al più qualche decimetro), si ha:

$$m_a = m_v (1 - h\vartheta r).$$

Cioè la massa m subirebbe una variazione in meno di:

$$\epsilon = m_v h \vartheta r. \tag{8}$$

Da questa si dedurrebbe il valore di

$$h = \frac{\epsilon}{m_v \vartheta r}. \tag{9}$$

Si può stabilire quale sia l'ordine di grandezza di ϵ, in una possibile esperienza di questo genere. Supponiamo $m = m_v = 1$ kg.; $\vartheta = 13{,}60$; $r = 10$ cm. Ciò corrisponde, all'incirca, alle condizioni da me realizzate in una esperienza che presto descriverò: in essa m è una palla di piombo; la massa M è costituita da mercurio distribuito simmetricamente intorno ad m. Poichè h deve probabilmente risultare dell'ordine di 10^{-12}, sarà:

$$\epsilon = 1000 . 10^{-12} . 13{,}60 . 10 = 1{,}4 . 10^{-7} \text{ gr.}$$

Cioè, occorrerebbe poter valutare circa 1/10000 di mg. su 1 kg. L'apparecchio necessario per l'esecuzione della progettata esperienza dovrebbe soddisfare a tale condizione.

Descrizione della disposizione sperimentale. — Una bilancia Rueprecht della portata di circa 1 kg. è stata rimossa dalla sua custodia originale, e rinchiusa in una scatola metallica a forma di T (fig. 3), capace di resistere alla pressione atmosferica, quando si pratichi in essa il vuoto. Speciali artifici sono stati escogitati per comandare dall'esterno il giogo, ed il movimento del cavalierino di 1 cg., su questo. I piattelli originali della bilancia sono pure soppressi. Sotto il coltello di destra,

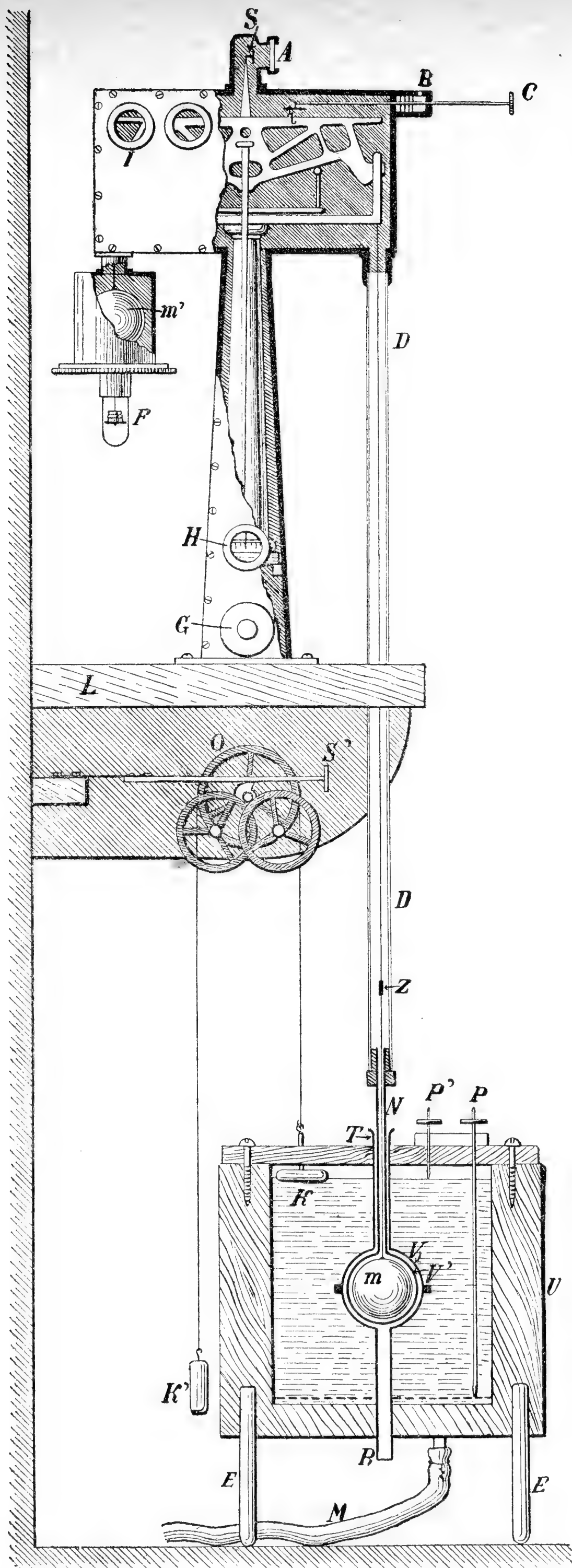



Fig. 3.

è fissato alla scatola un tubo D di vetro, che congiunge questa con l'ambiente nel quale si trova la massa m, come sarà detto. Sotto il coltello di sinistra, si trova una protezione di metallo, che racchiude una palla di piombo m', che serve di contrappeso alla massa m. Sul giogo, nel suo punto mediano, si trova uno specchio concavo S, per l'osservazione delle oscillazioni, con raggio luminoso e scala verticale. La bilancia trovasi con la sua scatola, su di una mensola L, fissata al muro.

Al disotto di L e sul pavimento della stanza, si trova il recipiente U, destinato a ricevere il mercurio, che circonderà la massa m. Esso è costituito con assai robusti pezzi di legno fissati insieme; è cilindrico, di circa 22 cm. di diametro e di altezza interna. Nell'asse del cilindro U sono collocati due tubi di ottone R, T, in prolungamento l'uno dell'altro e raccordati mediante una sfera cava V, di ottone di 79 mm. di diametro. Questa sfera è smontabile, mediante una giuntura a viti, nel suo piano diametrale, orizzontale.

Nell'interno di V e concentricamente, trovasi una seconda sfera V' cava, di ottone, di 70 mm. di diametro. Essa è connessa mediante una canna di ottone N, al tubo D di vetro, che scende dalla bilancia. *La sfera* V' *e la canna* N *non toccano in alcun punto la sfera* V *ed il tubo* T.

La sfera V' è scomponibile come V, in due calotte semisferiche, in modo che è possibile racchiudere nel suo interno la sfera m di piombo. Questa, mediante un filo sottile di ottone, è sospesa al coltello di destra della bilancia, a traverso i tubi D ed N.

L'ingrossamento Z di quel filo permette, col catetometro, di controllare la posizione della sfera m, rispetto al recipiente U.

In questo può affluire il mercurio dal basso; a volontà questo liquido può essere rimosso, mediante aspirazione pneumatica. I livelli che il mercurio raggiunge, quando U è stato riempito, o quasi del tutto vuotato, sono controllati rigorosamente da contatti elettrici P e P', opportunamente regolabili. Oltre a ciò, un delicato sistema costituito da un galleggiante K e dal suo contrappeso K' indica, mediante uno specchio S', la posizione che in ogni istante ha il mercurio nel vaso U.

Tutti gli aggiustaggi sono fatti con precisione superiore a 2/10 di mm.; dentro questo limite, si può ritenere che il mercurio abbia il suo centro di gravità coincidente con quello della sfera

di piombo m. Questa ha una massa di 1274 gr.; il mercurio di 104 kg. La bilancia con i suoi accessori mantiene il vuoto in maniera praticamente perfetta. Anche dopo 24 ore, la pressione interna non risale al di sopra di 7/10 di mm. di mercurio, il quale valore rappresenta forse la tensione di vapore dei mastici impiegati per chiudere la bilancia.

Durante le esperienze, occorre sempre tenere in funzione la pompa rotativa a mercurio, per ridurre a meno di 1/10 di mm. di mercurio la pressione.

In tali condizioni, sono completamente evitate perturbazioni di temperatura dovute al mercurio che circonda i due involucri V' e V.

Le osservazioni vengono fatte da una stanza diversa da quella della bilancia, mediante raggio luminoso riflesso da S *su scala a 12 m. di distanza*; è così possibile apprezzare 1/10 di mm. su questa scala. La sensibilità della bilancia può, in conseguenza, essere portata a circa 170 mm. di deviazione del raggio luminoso per mg. Si può quindi apprezzare circa 1/1700 di mg. a lettura diretta e raggiungere precisione maggiore, con molte osservazioni.

Vi ha però il dubbio che una precisione simile sia illusoria, e che minime cause perturbatrici possano mascherare completamente la deviazione di qualche millimetro. Sono però riuscito a rimuovere tutte le più notevoli cause di errore. La più grave fra queste era costituita dalle scosse meccaniche esteriori provenienti dalla vita cittadina. Le ho evitate, sia facendo osservazioni nelle ore notturne, sia profittando dei giorni di sciopero generale, sotto tal riguardo utili.

Osservazione della variazione di peso. — L'effetto della presenza del mercurio intorno alla sfera m, è stato così constatabile.

Lasciando permanentemente abbassato il giogo della bilancia, venivano fatte alternativamente e rapidamente determinazioni della porzione di riposo della bilancia, *con* oppure *senza* il mercurio, nel recipiente V. La figura 4 indica i diagrammi di quattro serie di osservazioni eseguite il 20 ed il 21 luglio 1919 (giornate di sciopero generale). Come ascisse sono riportati i successivi intervalli di tempo, $C_1 S_2, S_2 C_3, C_3 S_4, S_4 C_5, \dots$ tutti

eguali, intercedenti fra le singole osservazioni senza mercurio e con mercurio. Come ordinate sono riportate le posizioni di riposo della bilancia, determinate ciascuna con tre letture di oscillazioni. Sono poi stati congiunti con due linee i punti così risultanti. Le due spezzate, per ciascuna serie, hanno andamento ascendente, discendente o comunque variabile a cagione di progressivo spostamento dello zero della bilancia, causato da lievi,

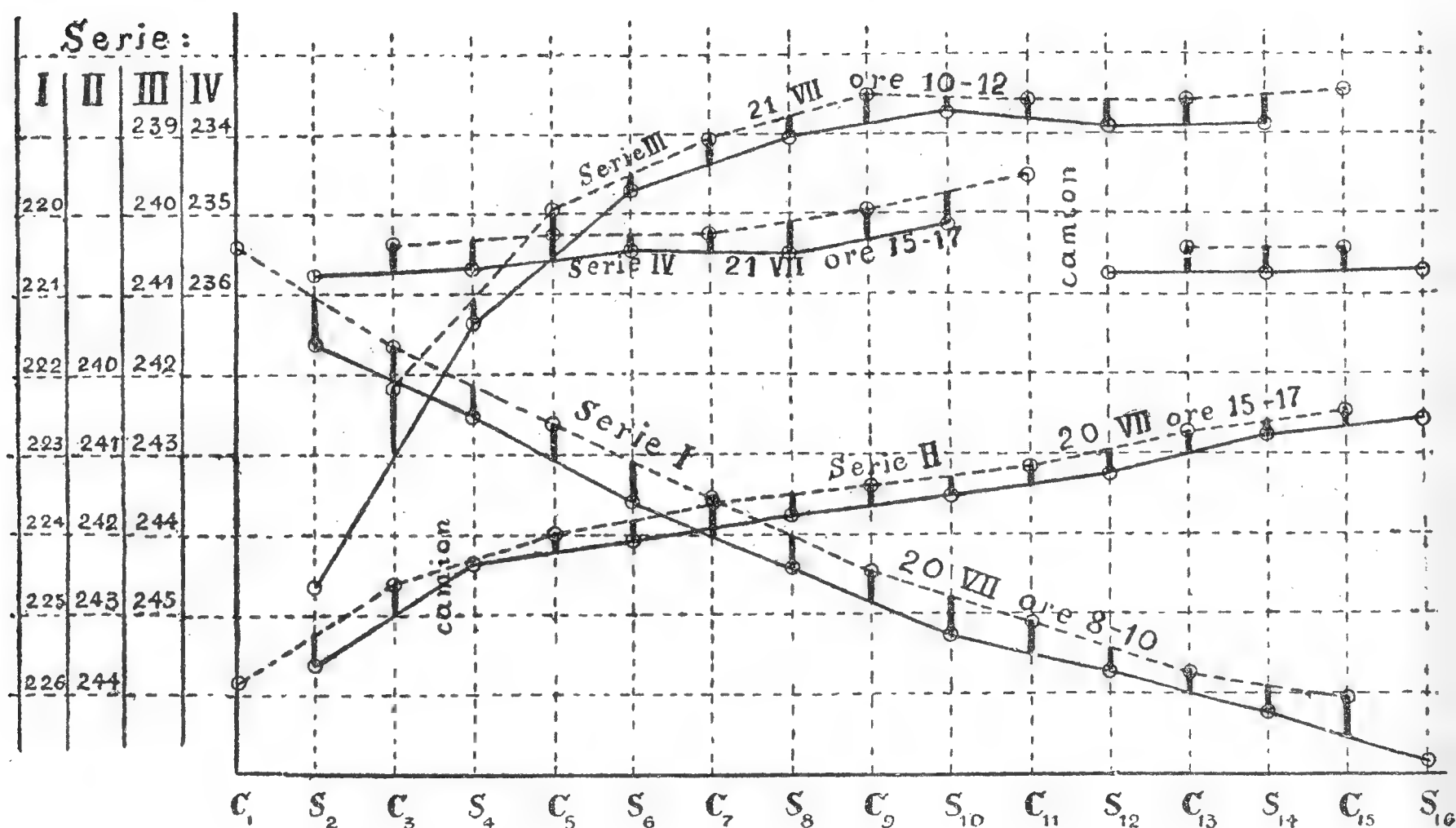



Fig. 4.

accidentali e non brusche variazioni di temperatura. Ma sempre, quella *senza mercurio*, trovasi, con i suoi punti, al disotto di quella *con mercurio*.

Ciò vuol dire che *sempre* la presenza del mercurio fa *sembrare* più leggera la sfera di piombo m.

Nella stessa fig. 4 i tratti verticali rappresentano le varie medie successive ricavabili da ciascuna serie di osservazioni rappresentata; essi sono 51. Per semplicità di figura, non riporto qualche altro breve diagramma, corrispondente ad altre serie di osservazioni fatte, insieme con quelle della fig. 4, nei giorni 20 e 21 Luglio.

Dirò solo, che prendendo la media generale di 57 medie

parziali, trovo, come valore dello spostamento della posizione di riposo della bilancia, per la presenza del mercurio:

$$\text{mm. } 0{,}358 \pm 0{,}012\,;$$

l'errore probabile 0,012 è stato calcolato con i minimi quadrati.

Il senso dello spostamento indica *diminuzione di peso, cioè assorbimento della forza gravitazionale terrestre sulla sfera di piombo a traverso il mercurio.*

La sensibilità della bilancia, nel corso delle citate esperienze, si è mantenuta di 171 mm. per mg. Per cui quello spostamento corrisponde ad una variazione di:

$$\text{mg. } \frac{0{,}358 \pm 0{,}012}{171} = \text{mg. } 0{,}00209 \pm 0{,}00007.$$

Correzione dell'effetto osservato. — Nella esperienza così eseguita intervengono però parecchie cause, che, sovrapponendosi con i loro effetti a quelli del fenomeno ricercato, ne modificano notevolmente il risultato. Non posso in questa rapida esposizione discutere minutamente tali cause; ma di esse, quelle che dànno effetto sensibile, sono riportate nella seguente tabella, ciascuna col proprio segno:

Effetto constatato	+ mg. 0,00209	± 0,00007
„ newtoniano dell'Hg. sulla tara	— „ 0,00085	
„ dei serbatoi di Hg.	+ „ 0,00007	
„ del galleggiante K e K' . .	— „ 0,00034	
„ dell'Hg. sul giogo	„ 0,00000	
Correzione per lo spostamento dello zero	+ „ 0,00001	
Errore massimo ammissibile per dissimmetrie	„	± 0,00009
Effetto netto ϵ =	mg. 0,00098	± 0,00016

Le tre correzioni qui sopra riportate per gli effetti newtoniani del mercurio e del galleggiante con il suo contrappeso, sono state calcolate rigorosamente. Il loro errore probabile è di molto inferiore all'errore probabile delle mie osservazioni.

L'errore massimo ammissibile per dissimmetrie nella posizione del mercurio, rispetto alla sfera di piombo, computato a mg. 0,00009, è certamente superiore al vero; ho voluto esagerare nell'ammetterlo, per far vedere che esso non può coprire il fenomeno trovato.

Si ha dunque una netta diminuzione di peso della sfera di piombo la cui massa è gr. 1274, di mg. 0,00098, cioè del $7,7 \cdot 10^{-10}$ del suo valore, per il fatto di essere stata la sfera circondata da mercurio.

Possibilità di altre cause di errore. — Nella descrizione dettagliata di queste esperienze, che sarà pubblicata da me in altra sede, discuto minutamente la possibilità di altre cause di errore; qui mi limito ad accennarle:

I. Perturbazioni di carattere meccanico, come: effetto del peso del mercurio sulla posizione della bilancia, delle lampade di projezione, delle scale, ecc.; oppure, deformazione del vaso contenente il mercurio, aumento per compressione della densità di questo verso il basso, ecc.

II. Perturbazioni di carattere calorifico.

III. Azioni radiometriche.

IV. Azioni elettrostatiche.

V. Azioni magnetiche.

VI. Azioni elettromagnetiche.

E dirò solo, che tali cause di errore, se intervengono, non possono modificare il risultato avuto, sensibilmente.

Determinazione della costante h. — La constatata variazione di peso permette di calcolare il valore della costante universale di smorzamento h, almeno dentro certi limiti di approssimazione.

Mi servo delle relazioni (8), (9). Occorre però introdurre una ipotetica semplificazione, nella eseguita esperienza, se non si vuole incorrere in grandissime difficoltà di calcolo. D'altronde, per una prima indagine del genere, ciò può essere permesso. Suppongo la massa m di piombo pesante gr. 1274, concentrata in un punto; suppongo inoltre la massa di kg. 104 di mercurio, trasformata da cilindrica a sferica, pur contenendo sempre nel suo interno l'involucro sferico V (fig. 3). Il raggio della sfera di

mercurio così risultante, sarà di cm. 12,35. Infine lo spessore di mercurio traversato dalle singole azioni gravitazionali emananti dal piombo (od arrivanti ad esso) si può supporre, sempre con grossolana approssimazione, uguale alla differenza dei raggi della sfera di mercurio e dell'involucro V. Ciò corrisponde a:

$$\text{cm. } 12{,}35 - 3{,}95 = \text{cm. } 8{,}40.$$

Nella formula (9) è dunque:

$$\epsilon = \text{gr. } 9{,}8 . 10^{-7}; \quad m_v = \text{gr. } 1274; \quad \vartheta = 13{,}60; \quad r = 8{,}40.$$

Si ha quindi:

$$h = \frac{9{,}8 . 10^{-7}}{1274 . 13{,}60 . 8{,}4} = 6{,}73 . 10^{-12};$$

e l'ordine di grandezza di questa determinazione coincide con quello previsto precedentemente.

Applicazione del risultato sperimentale al caso del sole. — Il risultato ottenuto proviene principalmente dalla ipotesi che la densità astronomica del sole, qui chiamata apparente, possa essere inferiore ad una certa altra densità, che abbiamo chiamata vera. Sempre facendo la semplificazione derivante dall'ipotesi della costanza della densità vera solare, si può pensare che questa resti determinata per l'esperienza eseguita. Diciamo infatti R_s il raggio solare, ϑ_{vs}, ϑ_{as} le due densità (apparente e vera). Poichè si è detto $p = RH = Rh\vartheta$, si ha per il sole:

$$p_s = h \vartheta_{vs} R_s .$$

Al valore p_s corrisponde un determinato valore Ψ_s, della funzione Ψ, desumibile dalla fig. 2, se fosse conosciuta ϑ_{vs}.

Ora dalle (6) si ha:

$$\vartheta_{vs} = \frac{\vartheta_{as}}{\Psi_s},$$

e quindi:

$$p_s \Psi_s = h R_s \vartheta_{as} .$$

Essendo $R_s = 6{,}95 . 10^{10}$ cm., $\vartheta_{as} = 1{,}41$, ed $h = 6{,}73 . 10^{-12}$, si ha ancora:

$$p_s \Psi_s = 6{,}73 . 10^{-12} . 6{,}95 . 10^{10} . 1{,}41 = 0{,}660.$$

Questa condizione deve risultare soddisfatta. Esaminando la curva Ψ della fig. 2, si rileva che per il punto $p = 2,0$, si ha $\Psi = 0,33$, ed avviene quindi tale verifica. Dirò dunque $p_s = 2,0$, $\Psi_s = 0,33$; e se ne deduce:

$$\vartheta_{vs} = \frac{\vartheta_{as}}{\Psi_s} = \frac{1,41}{0,33} = 4,27;$$

cioè: la densità vera del sole risulta il triplo di quella conosciuta dagli astronomi (1,41).

Ma quantunque ritenga attendibile il risultato generico di una densità vera superiore all'apparente, non dò soverchio peso al preciso valore della fatta determinazione. Il problema della ricerca della densità vera, così posto, si presenta alquanto incerto. Infatti, basta ammettere anche un errore relativamente lieve, nella determinazione di ϵ, perchè il valore di ϑ_{vs} venga notevolmente mutato. Ciò risulta dalla seguente tabella:

ϵ	h	ϑ_v	
0,0007	$4,80 . 10^{-12}$	2,42	
0,0009	$6,18 . 10^{-12}$	3,27	
0,00098	**$6,73 . 10^{-12}$**	**4,27**	(determinaz.ne sperim.le)
0,0011	$7,55 . 10^{-12}$	10,04	
0,0012	$8,23 . 10^{-12}$	—	

Se, p. es., si ammette $\epsilon = 0,0011$, la densità vera sale da 4,27 a 10,04; per $\epsilon = 0,0012$, essa sarebbe immaginaria.

Ma l'esame della funzione Ψ, porta ad una interessante conseguenza: non è possibile che la costante h sia superiore a $7,65.10^{-12}$; infatti, se ciò fosse, dovrebbe essere nel caso del sole:

$$\frac{p_s \Psi_s}{R_s \vartheta_{as}} > 7.65 . 10^{-12}, \qquad \text{cioè} \qquad p_s \Psi_s > 0,75,$$

e tale condizione non può mai essere verificata dalla (4), che al più, per grandi valori di h, dà $p\Psi = \frac{3}{4}$.

In altre parole, si può anche dire: poichè il sole ha una densità apparente di 1,41, il coefficiente di smorzamento h non può essere superiore a $7,65.10^{-12}$.

L'esperienza dà $6,73.10^{-12}$, per cui vi è, sinora, accordo tra i fatti e la teoria da me proposta.

Termino queste considerazioni facendo rilevare che, ammesse le ipotesi dell'assorbimento gravitazionale, la trattazione fatta per il sole con la semplificazione della costanza di densità non può condurre a risultati troppo erronei. Infatti, se si sostituisce all'ipotesi della densità costante un'altra legge di variazione della densità, questa ultima sarà necessariamente più grande al centro che sulla superficie.

Per cui, da un canto, l'accumularsi della materia verso il centro farebbe sì che lo smorzamento di più gran parte di questa si verifichi a traverso spessori maggiori, dovendo l'azione gravitazionale passare principalmente dagli strati profondi alla superficie e dopo all'esterno; ma dall'altro canto, la massa esteriore è di densità ridotta e quindi lo smorzamento stesso diminuisce. Sono dunque due cause opposte, che certamente non potranno in generale compensarsi esattamente, ma che si sottraggono nei loro effetti, lasciando la densità media vera, non troppo differente da quella da me trovata.

Sommario e conclusione. — Partendo dall'esame della legge di Newton, sono venuto nell'idea che la forza gravitazionale possa affievolirsi, per assorbimento da parte della materia.

Questa potrebbe quindi appalesarsi con una massa vera e con una massa apparente. Con altri ragionamenti, sono arrivato a sospettare che la materia che scherma la forza gravitazionale possa riscaldarsi. Benchè tale concezione risolverebbe in modo nuovo la vecchia controversia dell'origine del calore solare, io la formulo con tutte le riserve.

Ho poi intrapreso la trattazione teorica del caso di una massa sferica a densità costante, soggetta all'assorbimento della propria forza gravitazionale, e da essa ho tratto elementi per l'esecuzione di un controllo sperimentale della mia ipotesi.

Questa esperienza è stata da me realizzata, pesando nel vuoto una sfera di piombo di 1274 gr., simmetricamente circondata da 104 kg. di mercurio. Avendo evitato tutte le possibili cause di errore, sono venuto nella conclusione che *la sfera di piombo perde il* $7,7.10^{10}$ *del suo peso, per la presenza del mercurio.* Tale risultato porta alla *determinazione della costante di*

smorzamento della forza gravitazionale per unità di densità ed unità di lunghezza, nella misura di $6{,}73 . 10^{-12}$.

Applicando infine questo risultato al caso del sole, calcolo la densità vera di questo astro nella misura di 4,27.

L'importanza di questa ricerca è evidente, e non credo si possano trovare facili ragioni di critica. Ad ogni modo, siccome io per il primo desidero controllare con ogni mezzo possibile gli annunziati risultati, dichiaro che è mia intenzione rinnovare le mie esperienze con congegni più grandiosi. All'uopo, nel laboratorio di Fisica del Politecnico di Torino da me diretto, è in corso di allestimento una disposizione che permetterà di sperimentare con 10000 kg. di piombo, al posto dei 104 kg. di mercurio, già adoperati. Sui risultati che con essa otterrò, riferirò a suo tempo.

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

CLASSI UNITE

Adunanza del 7 Dicembre 1919

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti,

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali, i Soci Salvadori, Segre, Jadanza, Parona, Mattirolo, Grassi, Sacco e Majorana;

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche, i Soci De Sanctis, Einaudi, Baudi di Vesme, Schiaparelli, Patetta, Vidari, Prato, Cian, Pacchioni e Stampini, Segretario della Classe, che funge da Segretario delle Classi unite.

È scusata l'assenza dei Soci Brondi e Valmaggi.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza straordinaria del 6 luglio u. s.

Il Presidente dà facoltà di parlare al Socio Patetta, il quale, anche a nome del Socio De Sanctis, informa l'Accademia dell'esito dell'adunanza, tenutasi nella seconda metà dell'ottobre u. s., della *Union Académique* in Parigi, confermando quanto già era stato esposto dal Socio De Sanctis nell'adunanza precedente della Classe di Scienze morali, cioè che l'art. IV dello Statuto fu modificato nel senso desiderato dalla nostra Accademia. Si riserva di dare altri ragguagli, quando sarà giunto il testo definitivo dello Statuto predetto. Intanto l'Accademia vota un plauso unanime all'opera dei Soci De Sanctis e Patetta

che tanto degnamente la rappresentarono, come suoi delegati, al convegno della *Union Académique.*

L'Accademico Tesoriere Einaudi dà alcune informazioni circa le nuove restrizioni deliberate dal Consiglio d'Amministrazione relativamente alla stampa degli *Atti*, così per riguardo alle *Note* dei Soci come per quelle delle persone estranee alla Accademia, a causa dell'enorme nuovo rincaro della carta e della mano d'opera tipografica. E poichè non si vede ancora la fine di tale disastroso rincaro, e i mezzi finanziari dell'Accademia si vanno sempre più assottigliando, restringendosi così sempre più la sua funzione di promuovere gli studi scientifici per mezzo delle sue pubblicazioni, il Socio Stampini propone che sia rinnovato al Governo — il quale pur troppo non ha finora dato alcun segno di averlo ascoltato — il voto espresso dalle Classi Unite nella loro adunanza del 4 maggio u. s., inviando di nuovo al Ministero il testo dell'ordine del giorno del Tesoriere Einaudi, allora votato all'unanimità, insieme con quelle aggiunte che sono rese necessarie dal nuovo gravissimo rincaro della stampa degli *Atti* accademici. La proposta del Socio Stampini è approvata all'unanimità; e il testo del nuovo ordine del giorno con le aggiunte accennate risulta il seguente:

" La Reale Accademia delle Scienze di Torino, nella sua adunanza a Classi unite del 7 dicembre 1919, udita la esposizione dell'Accademico Tesoriere in aggiunta a quelle già fatte nella adunanza del 4 maggio u. s.;

" — considerata la somma e crescente importanza della pubblicazione dei volumi delle *Memorie* e degli *Atti*, divenuti, in tanto moltiplicarsi di pubblicazioni d'occasione od aventi relazione con problemi applicati, mezzo per talune discipline quasi esclusivo e desideratissimo di portare a conoscenza del mondo scientifico i risultati degli studi di carattere più severamente teorico compiuti non soltanto nella regione piemontese;

" — considerato che, nonostante siasi tenuta ferma, con sacrifici su tutti gli altri capitoli di spese, la somma destinata

alla stampa, l'incremento straordinario del costo della carta e delle tariffe di lavorazione, che non è destinato a cessare, ha già da non pochi mesi costretto il Consiglio di Amministrazione a decretare la sospensione della stampa delle *Memorie* e ad imporre vincoli sempre più rigidi all'accettazione di Note per gli *Atti*;

" — considerata l'urgenza di riprendere, sia pure in misura ridotta, l'attività scientifica sua, riaffermantesi essenzialmente nella possibilità fornita agli studiosi, soci ed estranei, di portare a notizia degli scienziati singoli e delle altre Accademie ed Istituti, con cui essa tiene commercio intellettuale, i risultati delle proprie indagini e scoperte;

" — considerata la necessità di non rimanere, il che sarebbe persino contrario al decoro della Patria, estranea ai convegni internazionali destinati a riorganizzare il lavoro scientifico nel dopo guerra;

" — constatato, in fine, che recentemente si verificò un nuovo e grave aumento delle spese di stampa degli *Atti*, così che da lire 67,70 per ogni foglio di pagine 16 in 8° sono giunte oggi a lire 276, senza calcolare la non lieve spesa ulteriore occorrente per gli estratti da darsi, pur in misura limitata, agli autori delle *Note*, e senza tener conto di altro probabile inasprimento di tariffe da parte della tipografia a partire dall'imminente anno; sì che, se non si viene in soccorso all'Accademia da parte del Governo, essa dovrà, in breve volger di tempo, ridurre a pochissimi fogli il volume degli *Atti*, con incalcolabile detrimento della scienza;

" — presa nota che *l'attuale assegno netto residuasi a cifra monetaria inferiore a quella stessa che la munificenza del Sovrano fondatore aveale assegnato nel 1783* ed è in sostanza incapace di fronteggiare *anche solo un quarto di quelle spese di stampa a cui largamente si provvedeva con la dotazione originaria*;

" fa caldissimi voti affinchè il Governo voglia non soltanto ripristinare la cifra della dotazione in quella *normale* di

bilancio di lire 18.700, ma aumentarla in guisa da renderla meno disuguale, in valore intrinseco, da quella originaria e più consona agli scopi scientifici, sempre vivi ed importantissimi, a cui è ufficio dell'Accademia di attendere costantemente „.

Si procede alla votazione per la elezione dell'Accademico Tesoriere per il triennio dal 1° luglio 1919 al 30 giugno 1922. I votanti sono 19. Risulta ad unanimità proposto per la elezione il Socio Prato. Il Presidente pertanto proclama eletto, salva l'approvazione sovrana, a Tesoriere dell'Accademia il Socio Prato, il quale ringrazia. L'Accademia unanime vota in fine un caloroso ringraziamento al Socio Einaudi, che per due trienni, quanti lo Statuto accademico comportava, tenne quel difficile e delicato ufficio.

Gli Accademici Segretari
Carlo Fabrizio Parona
Ettore Stampini

SAVERIO BELLI

nato il 25 maggio 1852, morto il 7 aprile 1919.

PUBBLICAZIONI FATTE SOTTO GLI AUSPICI DELL'ACCADEMIA

Il Messale miniato del card. Nicolò Roselli detto il cardinale d'Aragona. Codice della Biblioteca nazionale di Torino riprodotto in fac-simile per cura di **C. Frati, A. Baudi di Vesme** e **C. Cipolla.**

Torino, Fratelli Bocca editori, 1906, 1 vol. in-f° di 32 pp. e 134 tavole in fotocollografia.

Il codice evangelico *k* della Biblioteca Universitaria nazionale di Torino, riprodotto in fac-simile per cura di **C. Cipolla, G. De Sanctis** e **P. Fedele.**

Torino, Casa editrice G. Molfese, 1913, 1 vol. in-4° di 70 pagg. e 96 tav.

SOMMARIO

Presidenti della Reale Accademia delle Scienze di Torino dalla sua fondazione . . . . Pag. III
Elenco degli Accademici residenti, Nazionali non residenti, Stranieri e Corrispondenti al 31 Dicembre 1919 . . . . . „ V
Pubblicazioni periodiche ricevute dall'Accademia dal 1° Gennaio al 31 Dicembre 1919 . . . . „ XXXIII

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 30 Novembre 1919 . Pag. 1
Mattirolo (Oreste). — Commemorazione di Saverio Belli . „ 4
Picone (Mauro). — Sul cambiamento della variabile di integrazione nell'integrale di Lebesgue . . . . „ 27
Sibirani (Filippo). — Espressioni analitiche che definiscono più funzioni analitiche ad area lacunare . . . . . . „ 42
Colosi (Giuseppe). — Ricerche anatomo-istologiche sugli Eufausiacei. Il cuore di *Nematoscelis megalops* G. O. Sars. . . . . „ 47
Brusotti (Luigi). — Sulla scomposizione di una forma binaria biquadratica nella somma di due quadrati . . . . . . „ 59
Majorana (Quirino). — Sulla gravitazione . . . . . . „ 65

Classi Unite.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 7 Dicembre 1919 . Pag. 85

Tip. Vincenzo Bona – Torino

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. LV, Disp. 3ª, 1919-1920

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 3.
1920

DISTRIBUZIONE DELLE SEDUTE

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

nell'anno 1919-920

divise per Classi

Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali	Classe di Scienze morali, storiche e filologiche
1919 - 16 novembre	1919 - 23 novembre
» - 30 »	» - 7 dicembre
» - 14 dicembre	» - 21 »
» - 28 »	1920 - 14 gennaio
1920 - 11 gennaio	» - 18 »
» - 25 »	» - 1 febbraio
» - 8 febbraio	» - 15 »
» - 22 »	» - 29 »
» - 7 marzo	» - 14 marzo
» - 21 »	» - 28 »
» - 11 aprile	» - 18 aprile
» - 25 »	» - 2 maggio
» - 9 maggio	» - 16 »
» - 23 »	» - 30 »
» - 13 giugno	» - 20 giugno

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 14 Dicembre 1919

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci D'Ovidio, Direttore della Classe, Salvadori, Segre, Peano, Jadanza, Foà, Guidi, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Ponzio, Sacco, Majorana e Parona Segretario.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Presidente comunica una lettera del Commissario prefettizio sig. Conte Olgiati che annunzia di avere assunte le funzioni di Amministratore del Comune di Torino.

Il Socio Grassi presenta in omaggio la quarta edizione (vol. I) del suo *Corso di Elettrotecnica*; ed il Socio Peano presenta pure come omaggio, per incarico dell'A. prof. L. Berzolari, nostro Socio corrispondente, il *Manuale di Geometria analitica* (I. *Il Metodo delle Coordinate*) e ne fa gli elogi. Il Presidente ringrazia.

Presentazione di Note, che sono accolte per la stampa negli *Atti*:

dal Socio Sacco, *Le oscillazioni glaciali*;

dal Socio Jadanza, *I concetti moderni sulla figura matematica della Terra. Appunti per la storia della geodesia*, Nota nona, *Il divario fra l'ellissoide e la terra fluida*, dell'Ing. Ottavio Zanotti-Bianco;

dal Socio Parona, *Osservazioni cristallografiche sull'azzurrite di Gonnesa (Cagliari)*, della dott. Fausta Balzac.

Raccoltasi poscia la Classe in seduta privata procede alla votazione per l'elezione del Segretario della Classe ed è riconfermato per un nuovo triennio il Socio Carlo Fabrizio Parona, salvo l'approvazione Sovrana.

LETTURE

L'abito fogliare nelle siepi di Ligustro

Nota del Dott. LUIGI ZOPPETTI

Argomento di questo studio, suggeritomi dall'ill.mo professore O. Mattirolo, che amorosamente mi guidò nel lavoro, è la *profonda variazione di abito fogliare* che presentano i *Ligustri* delle numerose siepi ornamentali dei giardini torinesi in confronto di quelli che crescono all'Orto Botanico o dovunque il loro libero sviluppo non è soverchiamente contenuto da numerose potature (1). Le numerose osservazioni che riferisco brevemente, rivelarono diversi ordini di fenomeni indipendenti, che però convergono nel loro complesso a dar la ragione del fatto che mi son proposto di spiegare.

1. — La caduta delle foglie.

La differenza fra le siepi potate e i Ligustri cresciuti liberamente prende speciale rilievo all'inoltrarsi dell'inverno, perchè mentre il processo della caduta fogliare sembra iniziarsi ugualmente, più tardi si fa evidente il contrasto fra gli arboscelli dai lunghi rami scheletriti e le siepi densamente fogliose. Seguiamo le modalità della caduta fogliare: cadono prima, sempre, quelle alla base del ramo, poi man mano le altre. È la regola generale: le foglie più vecchie, le prime sbocciate dalla gemma,

(1) La sistematica dei Ligustri non è ancora ben stabilita dagli Autori: ciò spiega come le denominazioni dei Giardinieri siano tra loro in allegra discordanza. La specie ornamentale più diffusa da noi e a cui specialmente si riferisce questa Nota è il *L. ovalifolium* Hasskarl (" Catal. hort. Bogor. ", 1844).

precedono nella caduta le superiori, più giovani; e anche nei Ligustri più spogli è rara la scomparsa totale di questi ultimi rappresentanti degli organi assimilatori. Grande influenza su questo fenomeno esercitano l'esposizione e la località in cui si trova la pianta. Ligustri cresciuti liberamente, ma ben protetti da alti muri di cinta, si conservano densamente fogliosi tutto l'inverno. Anche gli Autori sono abbastanza concordi nel riconoscere alle foglie del Ligustro la capacità di svernare (1).

Facciamo ora un primo rilievo: i soggetti non potati hanno rami lunghetti e foglie piuttosto discoste: poche che ne cadano, la pianta appare sfrondata. Invece nelle siepi potate, ricche di rami brevi dalle foglie accostate, la caduta delle inferiori, quasi nascoste dalle superiori, non è resa manifesta da un cambiamento nell'aspetto della chioma. Non saremmo però nel vero se concludessimo affermando che il simpatico carattere ornamentale delle siepi potate non dipenda minimamente dalla minor caducità delle foglie, perchè le osservazioni continuate attraverso l'irrigidirsi dell'inverno dimostrano che nei soggetti molto potati la caduta fogliare si svolge con intensità molto minore. Prima però di dare a questa maggior persistenza il valore d'un problema anatomico o fisiologico, cerchiamo di trovar una spiegazione in fatti d'ordine generale e ben noti. Essendo la caduta delle foglie in relazione con l'età loro, bisogna anzitutto stabilire se le fogliolíne delle siepi in esame non siano da ascrivere a periodi diversi di fasi vegetative in confronto delle foglie dei Ligustri liberi. I giardinieri m'assicurarono che le siepi più belle vengono potate ripetutamente, anche in agosto e settembre; e la pianta reagisce sempre, sviluppando anche tardi le sue gemme nelle fogliolíne tipiche, il cui ulteriore sviluppo viene poi l'inverno ad arrestare.

Il Ligustro non è, rigorosamente, una pianta *sempreverde* (*immer-grüne*); solo, le sue foglie sono più o meno *svernanti* (*winter-grüne*). Quando, infatti, col risveglio della vegetazione si aprono le prime gemme, le foglie che mantennero verde la siepe

---

(1) Per i Francesi e gli Inglesi questa proprietà sarebbe caratteristica di una varietà del *L. vulgare* (*L. sempervirens*), influenzati forse da Miller (" The Gardner's Diction. " London, 1768) che vide una specie distinta (*L. Italicum*) nel comportamento che ha da noi questa pianta.

durante l'inverno scompaiono rapidamente, e non per il solito meccanismo, ma per un processo di marcescenza che le investe dai margini, tanto più là dove il gelo le aveva maggiormente colpite conferendo loro una tinta bruno-cupa.

2. — Grandezza e forma delle foglie.

Le dimensioni fogliari del Ligustro variano grandemente; anche Schneider C. (" Ill. H. d. Laubholzkunde ", II, pag. 794) osserva che con foglie di mm. 90 $\times$ 25 se ne trovano di mm. 15 $\times$ 10; io ne misurai anche di più grandi e di più piccole.

Quello però che desta particolare interesse non è la variabilità di dimensioni, ma piuttosto un fatto di vera *eterofillia*, di cui nessun accenno ho trovato nella letteratura (eccetto forse Schlechental, *Flora Berolin.*, 1823, I, pag. 3), e che consiste in un passaggio dalla forma tipica *ovato-acuta* ad una forma *ovato-ottusa* fino a quella *obcordata* (1). Il rapporto numerico della lunghezza alla larghezza del lembo fogliare esprime nel modo più semplice questa discordanza di forme. Le numerose misurazioni fatte mi diedero tutti i valori intermedî tra quelli massimi e quelli minimi, e di nessuno di questi valori notai una frequenza rimarchevole. Conclusi pertanto che il passaggio alle due forme estreme è graduale, ed esclude l'esistenza di due *tipi distinti* pur legati da forme di passaggio, perchè l'esistenza di più forme fondamentali sarebbe certo rilevata dalla maggior frequenza di determinati rapporti. Il valore massimo è raggiunto dalle foglie più acute e più grandi ($2,_5$), e si scende, con le foglie smussate, fino ad $1,_1$.

Il vero fatto notevole che fu messo in evidenza dalle osservazioni predette è che la *variazione di grandezza e di forma* è legata alla *posizione della foglia* sul ramo, indipendentemente dal maggiore o minor sviluppo del ramo stesso. Alla base stanno sempre le foglie più smussate e anche, rispetto alle superiori,

(1) Fatti spiccati di dimorfismo fogliare si riscontrano in parecchie altre Oleacee, con *profonda alterazione nel contorno* del lembo; di essi non mi sono occupato, perchè penso appartengano a tutt'altro ordine di fenomeni.

più piccole; salendo lungo il ramo le foglie diventano gradualmente più acute e anche più grandi. Questa constatazione indiscutibile che si può fare in qualsiasi nostro Ligustro, potato o no, ci porta a istituire un problema a parte indipendente dai fenomeni peculiari alle siepi assai potate. Molte circostanze inducono a porre in relazione le foglie piccoline smussate con le perule della gemma, e fanno nascere il dubbio che, esaurito il loro ufficio protettivo, alcune perule nel caso nostro, invece di cadere, persistano più o meno assumendo le funzioni d'una foglia (*perule-foglie*). Le perule più interne (3° 4° paio) hanno lo stesso contorno *lanceolato* delle foglie superiori; ma nella parte anteriore, in punta, gli elementi verdi sono alterati per un certo tratto, che delimita, internamente, il contorno caratteristico delle foglie obcordate.

Una netta distinzione fra perule e foglie manca nel Ligustro; dopo le prime due o tre paia, che sono scaglie brunastre caduche, appare una coppia che nella porzione basale, rimasta protetta dalle squame esterne, rinverdisce e cresce alquanto, mentre la porzione esterna apicale, esplicante la funzione protettiva e pigmentata, muore e si distrugge; ecco così comparse, alla base del ramo, due foglioline obcordate. Le perule (o foglie) più interne acquistano sempre meglio l'attitudine a svilupparsi in nomofilli; la parte anteriore di esse, che nella gemma restava scoperta e pigmentata, va sempre più riducendosi, e di conseguenza il processo di mortificazione che prima intaccava la foglia fino a renderla obcordata, s'approfondisce poi sempre meno, fino a lasciare intatto il contorno primitivo della foglia ovale-lanceolato.

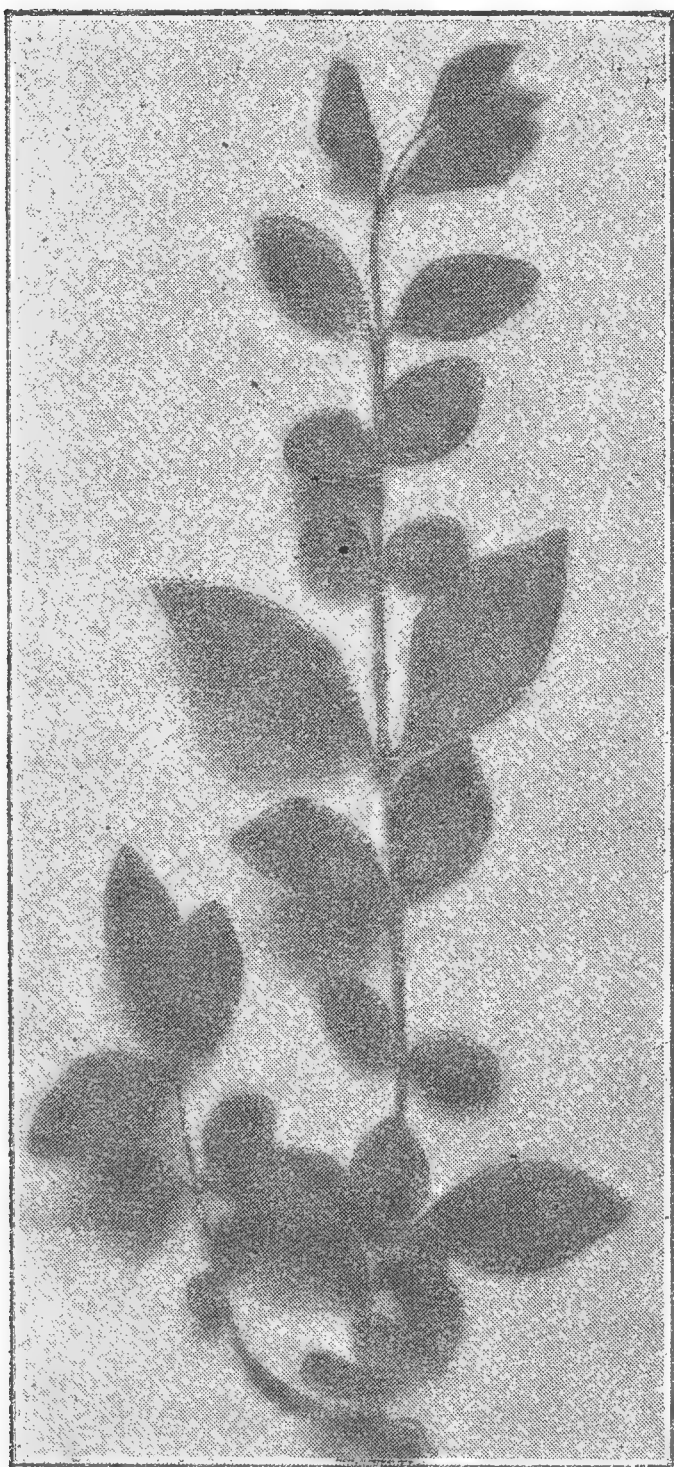
In appoggio a questo modo di vedere sta pure la constatazione che, come tetrastiche sono le perule, tali sono pure le foglie d'un ramo appena sbocciato, e, quasi sempre, quelle dei brevissimi rami dei soggetti molto potati; più tardi il ramo, sviluppandosi notevolmente in lunghezza, porta le foglie in posizione distica, ma un paio alla base ricorda quasi sempre la disposizione primitiva.

3. — Anatomia delle foglie.

Se le ripetute potature hanno per effetto non soltanto di metter in maggior evidenza o di modificare dei fenomeni che avvengono normalmente nel Ligustro, ma producono un *fatto nuovo*, questo non deve certo sfuggire alla ricerca anatomica. Lo studio dei tessuti fogliari non mi presentò alcunchè di particolarmente interessante; si tratta sempre del comune tessuto a palizzata, generalmente a due strati e che occupa circa due terzi della sezione. Un po' più interessanti sono i dati riguardanti lo spessore della foglia: è un fatto costante che, sullo stesso ramo, lo spessore fogliare cresce andando dal basso all'alto a quel modo che crescono pure le dimensioni del lembo. Le osservazioni fatte su individui o rami diversi e foglie di vario tipo dànno risultati così varî che non permettono di risalire a nessuna legge costante.

4. — La formazione della siepe.

Solo dopo molti anni le siepi di Ligustro acquistano quel carattere ornamentale che diede fondamento a questo studio; le forbici del giardiniere s'esercitano su di esse parecchie diecine di volte prima che i virgulti diritti e largamente fogliosi si lascino sostituire dal cespuglio che ricorda il mirto. E qui è il caso di mettere in rilievo la vigoria di questo arbusto che a quattro o cinque potature annuali risponde con produzione esuberante di rami e foglie, e trova facilmente condizioni favorevoli a germogliare: pochi giorni di serra bastano a rinverdirne un ramo anche in gennaio. Questa facile successione di quiescenze e di risvegli delle gemme, sì normali che avventizie, è resa manifesta dal ripetersi, su di uno stesso ramo, della seriazione fogliare tipica che abbiamo studiato più sopra; cosicchè alcuni rami dell'annata, lunghi anche 40 cm., possono presentare ogni tre o quattro coppie di foglie normali acuminate un ritorno brusco alla perula-foglia, più piccola e smussata. La figura annessa mostra assai bene quanto siam venuti ora esponendo e illustra nello stesso tempo il caso di eterofillia di cui

s'è parlato a lungo. Il piccolo ramo in basso mostra assai bene la seriazione dalle perule-foglie a quelle normali. Nell'altro ramo più lungo è facile osservare la successione di tre fasi vegetative della gemma terminale: nella prima, corrispondente al risveglio dopo il riposo invernale, è anche molto evidente la disposizione tetrastica; questa appare meno nelle altre due fasi, dove però la presenza di nodi sotto le fogliolíne del tipo cordato significa che le prime perule-foglie sono presto cadute.

La storia d'una siepe suggerisce alcuni naturali rilievi. Gli apici vegetativi dei virgulti primitivi furono asportati dalla potatura; le gemme sottostanti al taglio avrebbero dovuto teoricamente sviluppare rami vigorosi a foglie grandi, ed è questo in realtà l'effetto che la potatura produce nelle siepi giovani, " in formazione „, che appaiono perciò sempre coronate da lunghi getti dalle foglie grandi, e anche nell'interno della siepe parecchi rami indisturbati si slanciano discretamente e portan foglie di notevoli dimensioni. Ma le potature ripetute nell'annata stessa e nelle successive obbligano a svilupparsi le gemme sottostanti; queste, essendo in istato di sviluppo meno avanzato, non possono formare che rami meno vigorosi e foglie più ridotte. Si direbbe anzi che la potatura insistente, invece di far convergere i materiali nutritizî nelle prime gemme sotto il taglio, provochi, dirò così, un'esplosione di tutte le gemme del caule per modo che la capacità vegetativa della pianta si fraziona in numerosi rami: il loro sviluppo non può essere quale lo raggiungerebbero se fossero molto più pochi. Nè credo sia da trascurare la tendenza di questa pianta a produrre abbondanti in-

fiorescenze: qualcuna ne presenta anche a dispetto delle forbici. Ne conseguirebbe quanto lo stesso prof. Mattirolo (1) (studiando un argomento di ben più alto interesse per l'agricoltura) ebbe occasione di constatare, che cioè " l'asportazione continuata dei fiori provoca uno sviluppo straordinario del sistema vegetativo „.

Tutto ci porta a pensare ad un fenomeno di *correlazione*, analogo a quello per cui un giovane faggio devastato dalle capre assume la nota forma cespugliosa caratteristica. È principio ammesso in fisiologia che una *riduzione numerica* di rami e di foglie porta per riflesso allo sviluppo di rami e foglie più grandi; a me pare che ne consegua anche il principio inverso, che cioè un *aumento numerico* debba apportare una riduzione nelle dimensioni.

Riassumendo, la siepe acquista lentamente il suo valore ornamentale in quanto che i rami, contenuti sempre nei loro tentativi d'espansione, si lasciano raggiungere dai germogli delle gemme più arretrate; la moltitudine di questi nuovi ramoscelli, arrestata a sua volta, s'infoltisce con lo sviluppo di altri ancor più brevi, e ne risulta un groviglio di getti cortissimi, vera rete vivente su cui si stende la zolla sempreverde delle foglie piccoline.

CONCLUSIONE

1° Comune a tutti i Ligustri e non peculiarità di quelli coltivati a siepe è un caso di *eterofillia*, che, dopo quanto s'è osservato, trova una spiegazione molto semplice nel passaggio graduale dalla perula alla perula-foglia e alla foglia normale.

2° L'abito fogliare dei Ligustri nelle siepi ben formate non importa nè profonde alterazioni fisiologiche, nè comparsa di nuove forme anatomiche. Neppure si deve dire che le foglie della siepe siano più atte a svernare. Là dove la siepe sente più forte il rigore dell'inverno spesso si sfronda completamente, mentre non di rado una buona esposizione mantiene fogliosi i

---

(1) O. Mattirolo, *Sulla influenza che l'estirpaz. dei fiori esercita sui tubercoli delle leguminose.* Genova, 1900.

Ligustri espansi liberamente. Pure circostanze *esterne* favoriscono nella siepe la persistenza delle foglie, e la protezione che altrove dànno i muri o le piante vicine, qui sta nel groviglio stesso dei rami: specie di auto-protezione, che la densità della siepe, maggiore perifericamente, esercita su tutta la pianta, resistendo efficacemente ad una rapida penetrazione del gelo. Altro motivo, anche più importante, è che gran parte delle foglie della siepe son sbocciate più tardi, sono più giovani e in conseguenza più persistenti.

3° La *riduzione delle dimensioni dei rami e sopratutto delle foglie* è l'unico fatto che caratterizza i Ligustri coltivati a siepe. L'associazione costante di questi due dati dimostra che le stesse cause che frenano lo sviluppo del ramo arrestano pure l'espansione delle foglie. Questi brevi rami (1-2 cm.), con poche paia di foglie, han tutta l'aria di gemme appena sbocciate; e infatti le foglioline che tengon verde la siepe nell'inverno provengono da gemme risvegliatesi tardi, in agosto o settembre, nè è raro trovare rami minuscoli all'ascella di foglie più grandi e certamente più vecchie, che a loro volta son nelle stesse condizioni rispetto ad altre sottostanti. Ecco così una

prima spiegazione: *Rami e foglie dalle proporzioni ridotte perchè sviluppatisi tardi*, e arrestati dal freddo nel loro sviluppo. Una

seconda spiegazione (che trova essa pure fondamento nelle osservazioni fatte) l'abbiamo richiamandoci a quelle formazioni non infrequenti che sono il prodotto di gemme dette dagli Autori " avventizie ", non originate da meristemi primarî e quindi assai meno vigorose. Le ripetute potature, sopportate dal *Ligustrum* fino al limite estremo, *provocano tutta una ramificazione* che direi pure *avventizia*, e che deve necessariamente presentarsi *in proporzioni ridotte.*

Questo è il segreto delle siepi deliziose, che se non arreca un contributo di novità alla scienza, è però una riprova della arrendevolezza con cui le piante si trasformano per l'uomo in pure sorgenti di gioia.

Torino, luglio 1919. Laboratorio del R. Orto botanico.

Le Oscillazioni glaciali

Nota del Socio nazionale residente Prof. FEDERICO SACCO

(con una tavola)

Non è lontano il tempo in cui si credeva che i ghiacciai delle nostre montagne fossero masse fisse, costituenti ammanti immobili, più o meno ampi; come pure si credeva che nella Storia della Terra si fosse verificata una sola Epoca glaciale, quella famosa che precedette il grande sviluppo dell'Umanità sulla Terra.

In questi ultimi anni le minute osservazioni degli studiosi dei fenomeni alpini, nonchè le pazienti ricerche dei geologi in tutte le regioni del mondo, hanno poco a poco svelato una tale quantità di importanti fatti glaciologici, recenti ed antichi, che il concetto sul glacialismo terrestre si è profondamente modificato, anzi quasi totalmente mutato.

Giacchè oggi possiamo con sicurezza considerare il glacialismo come partecipante anch'esso, e nel modo più chiaro, a quella legge generale delle oscillazioni ritmiche, più o meno regolari, la quale dirige i fenomeni dell'Universo.

Inoltre devesi ricordare che, mentre gli studiosi di fenomeni geologici constatavano i movimenti dei ghiacciai terrestri, gli Astrofisici scoprivano pure oscillazioni di sviluppo nelle calotte glaciali polari di alcuni globi celesti, specialmente di Marte, meglio così confermando l'universalità del fenomeno.

Sembra quindi ora opportuno di considerare con occhio sintetico questo complesso di fenomeni glaciologici, da quelli speciali, minuti, di ordine inferiore e di breve durata, su su attraverso a quelli sempre più importanti, più estesi e di più lungo sviluppo, sino a quello veramente generale che, riferendosi a

tutta la superficie terrestre ed a milioni d'anni, abbraccia tutta la serie cronologica della fase sedimentaria della Terra.

Esaminiamo in breve, successivamente, ciascuno dei vari casi, cominciando da quelli minori recenti, più facilmente studiabili ed interpretabili, risalendo poi nel tempo a quelli sempre più antichi ed importanti, sino a giungere a quello più esteso, grandioso e generale.

Anzitutto possiamo ricordare i movimenti di oscillazioni annue corrispondenti semplicemente alle differenze stagionali e quindi in stretto rapporto con un noto fenomeno astronomico.

Naturalmente tali oscillazioni presentano una certa regolarità generale, salvo il caso di fatti straordinari, come stacco di masse del ghiacciaio, valanghe, nevicate invernali o ablazioni estive straordinarie, ecc.

Come esempio presento (fig. I) il diagramma riferentesi alle oscillazioni della fronte del ghiacciaio del Rodano, come fu ricavato da misure precise fatte dal 1887 al 1910 mediante rilevamenti mensili (1) mentre detto ghiacciaio era in fase di complessivo regresso. In tale grafico osservasi nettamente che la fronte glaciale presenta nella stagione estiva un regresso forte e rapido a cui succede un progresso lento e limitato nella stagione invernale, con una transizione brusca tra i due regimi, donde il curioso aspetto di denti di sega che viene ad assumere il grafico in questione.

Mentre riesce difficile ed incerto il riconoscere i mutamenti glaciologici nei lontani secoli trascorsi, giacchè allora l'uomo generalmente non solo non si occupava dei ghiacciai ma persino se ne teneva possibilmente discosto pel timore ch'essi gli incutevano, invece da circa un secolo la penetrazione degli studiosi nella regione alpina permise di conoscere alcune delle principali oscillazioni glaciali, specialmente là dove le lunghe lingue di ghiaccio scendono in fondo valle sin presso a centri d'abitazione, come sarebbero per es. Chamonix e Courmayeur pel gruppo del Monte Bianco, Gressoney e Macugnaga pel gruppo del Monte Rosa, ecc.

---

(1) *Vermessungen am Rhongletscher*, 1874-1915 (" Neue Denkschriften d. Schw. Naturforsch. Gesellsch. ", Band LII, 1916).

Naturalmente, siccome gli studii glaciologici precisi si iniziarono solo in questi ultimi anni, così, volendo costruire grafici relativi a tali oscillazioni anche solo attraverso agli ultimi cento anni, essi non possono riescire dettagliati ma solo un po' comprensivi, non comparendovi le oscillazioni minute che certamente si verificarono. Ne presento due esempi, riguardanti, uno il gruppo del M. Bianco (secondo le ricerche del Mougin), l'altro quello del M. Rosa, secondo le osservazioni di Forbes, Stoppani, Dainelli, ecc. (fig. II).

Senza discendere qui a dettagli, che sarebbero fuori luogo, ricordo soltanto che, comparando fra loro le oscillazioni dei ghiacciai alpini anche di uno stesso gruppo montuoso, si osserva che esse, mentre mostrano generalmente una specie di isocronismo complessivo (come indicano appunto i due diagrammi presentati), differenziano però spesso nei dettagli; ciò che è naturalmente in rapporto colle svariate differenze di esposizione, altimetria, ampiezza di bacino, forma della valle, importanza della massa glaciale, coi venti e quindi colla quantità e qualità delle precipitazioni atmosferiche, ecc., ecc.

Ad ogni modo riesce evidente il fatto che da un secolo i ghiacciai alpini, pur oscillando nel loro sviluppo (con un massimo verso il 1818-20, forti oscillazioni positive verso il 1850-65, una minore verso il 1890-94, e viceversa con forti oscillazioni negative verso il 1840-45, il 1880-85 e verso il 1905-12), mostrarono di essere in una fase di complessivo regresso; tale fenomeno glaciologico sembra in rapporto abbastanza notevole con un lieve miglioramento climatologico e con diminuzione nelle precipitazioni atmosferiche (essenzialmente in quelle nevose) verificatisi in complesso durante il secolo XIX, almeno nelle Alpi Occidentali.

Volendo compilare grafici abbraccianti periodi di parecchi secoli addietro, naturalmente le incertezze riescono sempre maggiori, diventando sempre più scarsi e spesso dubbiosi i dati storici di appoggio. Tuttavia per diversi ghiacciai alpini, come per es. quelli di Grindelwald (Aar), del Rodano, di parecchi del Monte Bianco, ecc., si possono ricavare grafici approssimativi risalenti sino alla metà del secolo XVI, come risulta dagli studi di Forel, Rabot, Mougin, ecc.

Per esempio riassumendo i dati riferentisi alle oscillazioni dei principali ghiacciai del gruppo del Monte Bianco, specialmente di quelli del lato francese studiati dal Mougin, potei ricavare il grafico sintetico (fig. III) che già pubblicai nella monografia sopra *I Ghiacciai italiani del gruppo del Monte Bianco, 1918.*

Tale grafico ci mostra abbastanza chiaramente una specie di periodicità nella curva delle ondulazioni o pulsazioni positive, sia maggiori, quasi secolari (come quelle del 1605-10, del 1716-20 e del 1818-20), sia in quelle minori, verificantisi ogni 30-40 anni all'incirca. Tali fatti glaciologici, che, essendo connessi con quelli meteorologici, potrebbero collegarsi coi così detti cicli oscillatorî (di circa 35 anni) di piovosità e nevosità secondo Bruckner, sono tuttora di interpretazione alquanto incerta. Ad ogni modo constatiamo intanto il fatto di queste lunghe ed alte onde glaciali, suddivisibili ciascuna in onde minori e che sembran seguire una specie di legge di periodicità relativa.

Se vogliamo spingere le ricerche glaciologiche oltre 4 o 5 secoli addietro, i dati storici un po' sicuri vengono sempre più a mancare. Sappiamo bensì che durante gran parte del Medioevo il glacialismo alpino non fu molto espanso (generalmente meno che negli ultimi tre secoli), tanto che parecchi valichi transalpini (divenuti poi assai difficili) riescivano allora relativamente comodi, permettendo così frequenti passaggi anche di varii gruppi etnici, colonizzatori, come quelli tedeschi che dal Vallese discesero in parecchie valli italiane del M. Rosa; quelli, che da Val Soana passarono in Val di Cogne, ecc.; ciò che spiegaci quindi i frequenti commerci transalpini, le relative relazioni politiche, religiose, tradizionali, ecc., nonchè la coltura agricola e l'abitabilità allora assai più estese nelle valli alpine di quanto siasi verificato generalmente in seguito.

Sappiamo inoltre che anche nel periodo storico precedente, romano, largamente inteso, le condizioni climatologiche delle regioni alpine erano in complesso migliori (e quindi il glacialismo probabilmente meno espanso) che non in questi ultimi secoli; come sarebbe dimostrato dalla penetrazione (e dal notevole sviluppo) di varie popolazioni nell'interno delle Alpi, dove vennero fondate persino notevoli città (come per es. Aosta sino dal 1° millennio av. Cr.), nonchè dall'incremento dei lavori mine-

rari persino in alte regioni delle Alpi, del resto anche dalle antiche, estese, ripetute e quindi relativamente facili invasioni celtiche e simili attraverso la catena alpina.

È inoltre interessante osservare a questo riguardo che già dal periodo del Bronzo, risalente a circa quattromila anni fa, nelle Alpi marittime i ghiacciai si erano già tanto ritirati (od anche scomparsi) che sulle superfici rocciose di alta montagna da essi mirabilmente levigate e poi lasciate libere, l'uomo preistorico o protostorico potè incidere quelle migliaia di svariati disegni che troviamo attorno al M. Bego, tra i 2000 ed i 2500 metri circa di altitudine; fatto assai notevole e che ci indica fin d'allora condizioni climatologiche assai buone, analoghe probabilmente a quelle odierne e già ben diverse da quelle precedenti del Plistocene.

Nè tale diminuzione pluvio-glaciale negli ultimi Millennii deve essersi verificata solo in Europa, giacchè residui di antiche grandiose Civiltà (come per es. alcune asiatiche) in regioni ora piuttosto aride, assai poco favorevoli allo sviluppo umano, nonchè segni oroidrografici e biologici varii indicanti condizioni climatologiche antiche già ben diverse dalle attuali, ci dimostrano che le precipitazioni atmosferiche andarono in complesso più o meno diminuendo, da alcuni Millennii fa ad oggi, su vaste regioni della superficie terrestre.

Ma se tuttociò ci permette di ammettere pel glacialismo generale negli ultimi 4 o 5 Millennii una grande fase di depressione o di regresso, certamente straordinario rispetto ai periodi glaciali precedenti (che ricorderemo fra breve), tuttavia non abbiamo più elementi per delinearne le ondulazioni che debbono esservisi verificate un po' analogamente a quelle positivamente constatate nel glacialismo degli ultimi 3 o 4 secoli.

Però, se ci mancano dati precisi e diretti sul glacialismo antico, storico, possiamo per ben altra via giungere a conoscere le oscillazioni climatologiche, e quindi indirettamente anche glaciologiche (quantunque di sviluppo più o meno attenuato e ristretto), attraverso gli ultimi tre Millennii.

Ciò si può ottenere, ad es., per l'Asia centro-occidentale basandosi sulle variazioni dei livelli critici del Mar Caspio, ricavandosene, con tale correttivo caspiano, la curva, per quanto sintetica e solo approssimativa ed alquanto incerta, segnata

punteggiata nella fig. IV. Del resto è anche da considerarsi che le grandi ondate di emigrazioni, di invasioni, ecc., verificatesi specialmente durante il Neolitico e nel periodo dei metalli, dall'Asia subcentrale verso le regioni circostanti d'Europa, debbono in parte attribuirsi a cause climatologiche, prevalentemente allo accentuarsi dell'aridità con tutte le sue naturali conseguenze fisiche e biologiche.

Ma ben più sicuramente e minutamente possiamo conoscere tali antiche ondulazioni climatologiche seguendo il metodo iniziato nel 1901 dal Dott. A. E. Douglass (*A method of estimating Rainfall by the growth of Trees*) per certi Pini e sviluppato specialmente nel 1914 dal Prof. E. Hungtington (*The climatic Factor as illustrated in Arid America, 1914*) per le Sequoie della California, ove esse raggiungono anche età plurimillenaria (s'è constatato un esemplare di 3210 anni): cioè tenendo conto del modo e dell'entità di sviluppo degli anelli del fusto di tali piante, sviluppo che fu naturalmente vario ogni anno secondo le contemporanee condizioni climatiche (temperatura, precipitazioni atmosferiche, ecc).

Con tale ingegnosa guida fitologica, le ricerche paleometeorologiche si possono spingere sino ad un po' più di tre Millennii addietro, e ricavarne la curva climatologica abbastanza dettagliata indicata nella fig. IV.

Orbene esaminando e confrontando tali due curve anzitutto possiamo constatare alcuni fatti interessanti, cioè:

1° una certa corrispondenza fra di esse, ciò che ci indica una analogia e quindi una contemporaneità nelle variazioni climatologiche fra l'Asia centro-occidentale e l'America nord-occidentale, almeno per regioni di analoghe condizioni geografiche, di altitudine, latitudine, ecc. Analoghi sincronismi climatologici si osservano pure talora fra l'Europa ed il Nord America, del resto anche recentemente, come per es. nell'arida estate del 1911.

2° un progressivo decrescimento climatologico (essenzialmente di pluviosità) dal I° Millennio av. Cr. ai due Millennii seguenti.

3° una serie di ondulazioni climatiche minori, direi decennali o pluridecennali, e di ondulazioni maggiori (plurisecolari) cioè verificantisi con intervalli di uno o più secoli, come p. es. quelle positive del 1300-1200, del 950, del 700 circa e

del 400 av. Cr., del principio dell'Era volgare, del 200, del 600, del 900, del 1000, del 1350, ecc., oltre ad ondulazioni di tipo intermedio.

Le ondulazioni climatiche non presentano cicli regolari fissi, ma assai vari, cioè (come indicano i suaccennati autori) di anni 2, 5, 11, 19, 21, sino a 150; sappiamo che il ciclo di Brückner è di 35 anni, altri però lo riduce a 33; il Dott. W. I. S. Lokyer nella sua *Discussion of Australian Meteorology - 1909*, trovò nelle variazioni delle pressioni barometriche un ciclo di circa 19 anni. È poi importante notare che il ciclo di anni 11 o 11,4 delle macchie solari (però con oscillazioni anche da 7 a 16 anni) corrisponde abbastanza bene con quello di una serie di fenomeni terrestri, sia magnetici, sia termici, sia ciclonici, sia in generale meteorologici (come p. es. le precipitazioni atmosferiche), che alla loro volta naturalmente influiscono più o meno nettamente su quelli biologici, p. es. sull'accrescimento degli alberi, come indicano gli interessanti grafici presentati dal Douglass e dall'Hungtington.

Anche le recenti ricerche dell'Arctowsky, dell'Humphrey, dell'Hungtington, ecc. (1), mostrano le analogie esistenti fra le variazioni della costante solare e la temperatura terrestre, nonchè le corrispondenze meteorologiche esistenti fra regioni (specialmente a clima equatoriale) anche molto lontane fra loro, ciò che pure indicherebbe una vera influenza solare. Anche il Newcomb nel suo accuratissimo lavoro *A Search for fluct. in the Sun's termal Radiation thr. their influence on terrestr. Temper. - 1908,* pur considerando come piccola l'influenza delle macchie solari, indica che esiste una corrispondenza fra le fluttuazioni della temperatura media e quelle di dette macchie.

Ora è a considerarsi come l'atmosfera sia un elemento così mobile e sensibile ed in tale instabilità di equilibrio, che bastano variazioni, anche piccole, di temperatura, di pressione o simili, per produrre fenomeni anche relativamente estesi ed importanti.

Quindi volendo investigare la causa delle oscillazioni me-

---

(1) Per tali questioni è bene ricordare gli antichi studi di Riccioli e Kircher e quelli posteriori di Herschel, Hahn, Stöne, Köppen, Nordmann, Clough, ecc.

teorologiche e conseguentemente anche glaciologiche sovraccennate, sembra abbastanza logico attribuirle, parzialmente almeno, alle variazioni delle macchie solari (1), che presentano appunto cicli di periodicità, bensì alquanto irregolari, ma un po' analoghi ai cicli climatici.

Quanto alla diminuzione nella piovosità (e quindi certamente anche nella glaciazione), che si verificò largamente dal primo Millennio av. Cr. in poi, essa è piuttosto interpretabile come in rapporto colla fase decrescente di quelle grandiose pulsazioni di origine tellurica che esamineremo nelle pagine seguenti. Del resto è anche ammissibile che alcune delle oscillazioni meteorologiche sovraccennate, specialmente le maggiori e meno regolari, possano attribuirsi a pulsazioni telluriche, orogenetiche.

Se ora, lasciando i periodi storici e protostorici, gettiamo uno sguardo più addietro nella storia geologica riguardo al glacialismo, subito ci appare grandiosa, imponente, la famosa Epoca o fase glaciale o diluvio-glaciale che giganteggia nell'Era quaternaria caratterizzandola, plasmandola quasi, colla imponenza dei suoi svariati fenomeni, e costituendo sulla superficie terrestre quasi una grandiosa espansione delle zone climatiche polari verso le regioni equatoriali.

Ma se questa Epoca glaciale quaternaria (essenzialmente del Plistocene) ci appare a primo tratto, come è realmente nel suo complesso, quale fase grandiosamente unica, studiata in dettaglio risulta invece come scindibile in numerose fasi più o meno importanti, le quali evidentemente corrispondono ad oscillazioni più o meno accentuate del glacialismo quaternario.

Così, per es., se noi discendiamo le nostre più grandi Valli

(1) Se le macchie solari rappresentano violente perturbazioni di carattere ciclonico, per cui il materiale solare più o meno profondo può giungere nella fotosfera, accrescendone la densità e diminuendo localmente la radiazione luminosa, termica, ecc, del globo solare, si comprende che tali macchie possano influire, peggiorandole, sulle condizioni climatiche della superficie terrestre. Data l'enorme, capitale influenza del Sole sulla Terra, si comprende perfettamente come variazioni, anche piccole, nella superficie solare possano influire molto su quella terrestre, la quale risente quindi l'effetto delle crisi o pulsazioni verificantisi più o meno periodicamente nell'attività solare.

alpine, dall'alto delle loro vallette secondarie a quella assiale seguendo poi questa sino al suo termine, vediamo che alle morene storiche (del secolo XIX o degli ultimi secoli), ora più o meno vicine alle attuali fronti glaciali, succedono verso il basso in diversi punti successivi più o meno distanti fra di loro, e quindi sempre più a valle, speciali formazioni moreniche foggiate ad irregolari archi semplici o complessi, finchè allo sbocco della Valle alpina sulla prospiciente pianura vediamo spesso importanti, grandiosi Anfiteatri morenici costituiti da numerosi (anche oltre una ventina) cordoni morenici più o meno alti e potenti, gli interni (di aspetto ancora piuttosto fresco) più bassi, gli intermedi (ancora ben conservati) assai potenti ed elevati, gli esterni (che sono i più vecchi, come dimostra la loro profonda alterazione e la loro posizione) notevolmente espansi, ma relativamente depressi.

Tutto ciò ci prova nel modo più evidente che l'epoca glaciale presentò una serie di periodi glaciali più o meno importanti, divisi da periodi più o meno lunghi di relativo regresso glaciale, detti perciò interglaciali (1). Ma se nelle regioni alpine tali successive formazioni moreniche restarono più o meno disturbate dallo stretto ambiente vallivo e da varie altre cause locali, invece nelle libere, amplissime aree dell'Europa e dell'America Settentrionale dove il glacialismo si è sviluppato nel modo più vasto e grandioso, i geologi riescirono a meglio distinguere i diversi periodi glaciali ed interglaciali.

Senza voler scendere a particolari qui inopportuni e tenendoci ad una linea sintetica ed approssimativamente riassuntiva di svariate ricerche ed opinioni tuttora dibattute, ricordiamo che, arretrando dal periodo protostorico a quelli sempre più lontani da noi, incontriamo, riguardo al glacialismo che ci interessa:

1°) il periodo *Dauniano*, che risale a circa 5-7 Millenni fa, quando, in un ambiente biologico e fisico già un po' analogo

(1) In realtà i periodi interglaciali credo rappresentino le condizioni normali (quindi di relativamente lungo periodo cronologico) della climatologia terrestre, mentre i periodi glaciali costituiscono quasi solo momenti speciali, critici, anormali (relativamente più o meno brevi) in corrispondenza a rapidi, spesso subitanei, più o meno intensi, movimenti pulsatorii orogenetici.

all'attuale, sviluppavasi in Europa l'uomo *neolitico*, mentre svolgevansi altrove le prime Civiltà, come per es. quelle egiziane e mesopotamiche, che precedettero di 2-3 Millenni quella europea in generale;

2°) i successivi periodi glaciali, detti rispettivamente *Gschnitziano* e *Buhliano*, risalenti ad oltre una diecina e forse anche una quindicina di Millenni fa, quando l'uomo ancora *paleolitico* (specialmente *maddaleano*) si estendeva su gran parte dell'Europa, frammezzo ad una Flora piuttosto forestale e ad una Fauna di tipo eurasiatico, ancora con Renne, Mammouth, Rinoceronti villosi, ecc., ma già con tendenza verso i tipi moderni di Cervidi, Equidi, piccoli Roditori, ecc., mentre intanto il clima andava gradatamente migliorando.

Detti tre periodi glaciologici corrispondono a fasi di qualche avanzamento e di arresto durante la lunga fase di complessiva regressione glaciale detta postwurmiana o postglaciale, in riguardo alla grande fase glaciale precedente, che accenneremo fra breve.

Naturalmente tali periodi glaciali (Dauniano, Gschnitziano, Buhliano) furono tra loro separati da periodi di regresso od interglaciali di varia importanza. Ma tra il periodo Buhliano e la precedente grande Epoca glaciale si verificò una lunga fase interglaciale (detta *aacheniana*), che, per la relativa dolcezza del clima e pei connessi fenomeni fisici e biologici, permise ad una razza umana superiore (*aurignaciana*, ecc.), cioè a quella dell'*Homo sapiens* (l. s., fossile o prisco), di giungere e gradatamente estendersi in Europa, assieme a nuove forme biologiche, specialmente di Mammiferi a tipo prevalentemente asiatico.

Giungiamo così, arretrando di oltre una ventina di Millennii, alla grande fase che caratterizzò veramente la cosidetta Epoca glaciale plistocenica, la quale nelle regioni subalpine è rappresentata in gran parte dai giganteschi Anfiteatri morenici (1), ma che in realtà è assai complessa, risultando da varie ed

---

(1) Gli studi che ho fatto in questi ultimi anni sui grandi Anfiteatri morenici italiani mi portano ad ammettere che essi risultano generalmente dalla somma dei depositi wurmiani, rissiani e mindeliani; questi ultimi (e non già i rissiani, come per lo più ora si crede) sarebbero rappresentati dalle morene esterne più o meno ferrettizzate passanti al *Diluvium*. Le morene rissiane costituirebbero la parte generalmente più elevata, mentre le morene wurmiane formerebbero solo la parte più interna e depressa degli Anfiteatri.

importanti fasi glaciali ed interglaciali, cioè: dapprima l'importantissimo periodo *Wurmiano* (*Mecklemburgiano* o *Visconsiano* secondo gli autori e le regioni) a grande sviluppo glaciale, per cui nell'Europa, ridotta in gran parte allo stato di tundre, steppe e foreste, in un clima umido e freddo, viveva miseramente una razza umana inferiore, l'*Homo primigenius* (*neanderthalensis* o *mousteriensis*) paleolitico, assieme ad una Fauna di tipo artico-alpino (Renne, Camosci, Marmotte, ecc.) e con numerosi animali cavernicoli (Orsi, Jene, Leoni, ecc.), nonchè Uri, Bisonti, grandi Cervidi, Mammouth, Rinoceronti villosi, ecc., comprovanti la grandissima umidità e la temperatura un po' bassa del clima d'allora.

L'intenso glacialismo wurmiano fu preceduto da una lunga fase interglaciale, *Riss-wurmiana* (*Chelleana*, *Neudeckiana*, *Sangamoniana*, ecc.), a clima relativamente dolce, che favorì lo sviluppo, in Europa, dell'uomo primigenio *(Acheuleano - Chelleano)*, in un ambiente biologico di tipo un po' misto, temperato-dolce.

Il precedente periodo *Rissiano* (*Polandiano*, *Jowiano*, *Illinoiano*, ecc.) costituì un altro importante periodo di grandissima estensione glaciale, che corrispose naturalmente, in Europa, ad una notevole depressione nella flora e nella fauna in parte a tipo di tundra e di steppa, coll'apparsa del Mammouth, di numerosi e grandi Cervidi, del Bisonte, dell'Uro, ecc.

Invece, prima del Rissiano, si verificò generalmente una lunghissima fase interglaciale *Mindel-Rissiana* (*Elveziana*, *Jarmouthiana*, ecc.), il cui clima abbastanza dolce o temperato contribuì probabilmente alla comparsa, in Europa, di una primitiva razza umana *prechelleana*, quella dell'*Homo heidelbergensis*, mentre si sviluppava intanto una Flora di tipo temperato-caldo assieme ad una Fauna asiatico-africana ad Elefanti (*H. antiquus*), Rinoceronti (*Rh. Merckii*), Ippopotami (*H. major*), Felini diversi, ecc.

Un precedente periodo glaciale, il *Mindeliano* (*Saxoniano*, *Kansaniano*, ecc.), durante il quale forse l'uomo, causa il clima poco favorevole, ancora non erasi avanzato in Europa (oppure vi era apparso solo col basso tipo eolitico), inizierebbe, secondo me, l'Era quaternaria, pur non essendo il primo periodo glaciale della serie in esame.

Infatti nella fase interglaciale che precedette il Mindeliano e che fu denominata *Gunz-Mindeliana* (*Norfolkiana*, *Cromeriana*,

Aftoniana, ecc.) viveva in Europa una fauna ad *Elephas meridionalis*, *Rhinoceros etruscus*, *Equus Stenonis*, ecc., di tipo caldo, afro-asiatico, schiettamente pliocenico, quantunque vi sia ora tendenza a considerarla come quaternaria.

Quindi, secondo il mio modo di vedere, il periodo glaciale verificatosi prima della fase interglaciale Gunz-Mindeliana e che fu detto *Gunziano* (*Scaniano*, *Nebraskano*, *Subaftoniano*, ecc.), pur rappresentando una prima fase di glacialismo, sarebbe da collocarsi nel Pliocene superiore alla fine dell'Era terziaria, costituendo esso quasi il preludio o primo forte impulso di quel fenomeno glaciologico che si ripetè poi tanto intenso e frequente nell'Era quaternaria da caratterizzarla e da farla quindi denominare Epoca glaciale per antonomasia.

Considerato in complesso, il glacialismo quaternario, per la sua intensità e la sua estensione, determinò nella Flora e nella Fauna una specie di depressione o *Crisi plistocenica* o *diluvio-glaciale*, che produsse la distruzione di molte forme organiche continentali, però promovendo l'evoluzione superiore, umanoide.

Secondo i sovraccennati cenni sintetici, si potrebbero delineare graficamente le ondulazioni della complessa fase glaciale in questione come segnai schematicamente nella fig. V, dove, oltre alle quattro oscillazioni principali, segnai anche, teoricamente, in generale le oscillazioni minori che dovettero certamente pure verificarsi, come indicano i tanti cordoni morenici degli Anfiteatri, nonchè gli archi morenici postglaciali.

Come si è sopraccennato, la grande fase glaciale o diluvio-glaciale o plistocenica dell'Era quaternaria ebbe già il suo inizio alla fine del Terziario, nel Pliocene; ma se esaminiamo la serie terziaria o cenozoica vediamo che essa presenta sovente pure cenni più o meno notevoli di fenomeni diluviali e quindi probabilmente glaciali nelle regioni elevate, come indicano i depositi grossolani più o meno ciottolosi dell'Oligocene e del Miocene in molte regioni specialmente circum-alpine, le formazioni *antilleane* o mesomioceniche d'America, ecc., e come meglio precisarono per es. le ricerche dell'Atwood nell'Eocene del Colorado con tipici ciottoli striati, ecc. Tale diluvio-glacialismo cenozoico, che dovette avere una notevole influenza sull'evoluzione organica, specialmente superiore, sia vegetale sia animale, ebbe

maggiore intensità in certi speciali momenti, derivandone parte di quei caratteri (litologici e biologici) che servirono alla classica distinzione della serie cenozoica nei grandi periodi detti: Eocene, Oligocene, Miocene e Pliocene (1).

Se l'Era mesozoica, per la sua fisionomia essenzialmente marina e quindi a continenti prevalentemente ristretti e poco elevati, a clima piuttosto oceanico, ecc., non si prestò, in generale, allo sviluppo glaciale, ne presentò tuttavia qualche cenno al suo principio (nel Trias), ma specialmente al suo termine (nel Cretaceo passante all'Eocene), iniziando qua e là l'importante *Crisi* oroidrografica detta *alpina* (o *laramica* od *oregoniana* od anche *postcomancheana* pel Nord America) che, mentre accelerò la decadenza dei Rettili, favorì invece intensamente la rapida, mirabile evoluzione, quasi si potrebbe dire esplosione, della Flora superiore a fiori o angiospermica, e della Fauna continentale, specialmente avioidea e mammaloidea.

Invece la lunga Era primaria o paleozoica presentò tre grandi fasi di glacialismo, cioè:

1°) Una terminale, grandiosa, che, iniziandosi nel Carbonifero, culminò nel Permiano fino a chiudersi nel Trias inferiore e che si sviluppò in quasi tutte le regioni della Terra, segnalandosi coi tipici caratteri di massi erratici, ciottoli striati, terreno morenico (*drift*), ecc., accompagnati da una speciale Flora a *Glossopteris*; fase glaciale che partecipò alla grande, lunghissima *Crisi permo-carbonifera*, *antracolitica* o *erciniana* o *armoricano-varisciana* od anche *arkansiano-armoricana*, la quale (pei suoi fenomeni climatologici, oro-idrografici, ecc.) tanta importanza ebbe, sia negativa, depressiva, distruggitrice nei riguardi della Fauna marina littoranea, sia positiva, direi quasi creatrice, nella immensa meravigliosa Flora terrestre (che originò gran parte dell'odierno Carbon fossile), nonchè nella Fauna continentale che vide sorgere i Rettili ed iniziarsi l'evoluzione promammaloidea.

2°) Una fase glaciale di mezzo, meno importante, che lasciò traccie nei depositi, sia dall'Ordoviciano al Siluriano (donde il nome di fase *ordoviciana* o *taconica*), sia specialmente dal Siluriano al Devoniano nel Canadà, nell'Europa settentrio-

(1) Specialmente al principio di tali periodi, nonchè due o tre volte nel Miocene.

nale e nell'Africa meridionale; fase corrispondente alla *Crisi* che si può denominare *eodevonica* o *predevonica* o *caledoniana* o *brunswickiana*, la quale favorì l'evoluzione anfibioidea dei Vertebrati.

3°) Una prima fase glaciale sviluppatasi (bensì degradando) nel Cambriano, ma iniziatasi e svoltasi in modo ampio ed intenso specialmente verso la fine dell'Era proterozoica; fase che lasciò notevoli residui in varie regioni, più o meno circumarctiche d'Europa, d'Asia e d'America, nonchè nell'India e nella parte meridionale dell'Africa e dell'Australia. Questo antichissimo glacialismo fece parte della *Crisi* detta *eocambrica* o *precambrica* (o *huroniana* od anche *penokeana* o *postkeeweniana* o *algonkiana* pel Nord America), che dovette influenzare notevolmente l'evoluzione organica, sia delle Crittogame, sia degli Invertebrati, allora essenzialmente marini.

Passando infine alla potentissima serie arcaica della Stratosfera terrestre, dobbiamo purtroppo constatare che, per l'immensa antichità della sua deposizione, che rimonta a tante decine di milioni d'anni fa, e quindi pel profondo metamorfismo che vi ha quasi completamente obliterato od alterato i depositi originari, riesce molto difficile ed incerto riconoscervi ancora le eventuali traccie del glacialismo; tanto più che le condizioni d'allora (clima oceanico, mari ampî, ecc.) non dovevano essere molto propizie al suo sviluppo più caratteristico; alle quali difficoltà si aggiunge spesso quella della incerta interpretazione cronologica di questa grandiosa serie cristallina, dove mancano i fossili per orientarsi nella complicata e sconvolta sua stratigrafia.

Tuttavia cenni di glacialismo furono già riscontrati nello Huroniano medio (fase *mesohuronica* o *mesabianica*) e specialmente nell'Huroniano inferiore e nella zona di passaggio dall'Archeozoico al Proterozoico, in alcune regioni dell'Europa, nell'America settentrionale e nell'Africa meridionale; ciò in corrispondenza con una specie di *Crisi eohuronica* o *prehuronica* o *laurenziana* o *archeana* che sembra siasi allora verificata con varia e ripetuta intensità, forse provocando l'evoluzione delle Tallofiti e degli Invertebrati marini inferiori dallo stato protistico in cui doveva ancora trovarsi prima la materia organica primordiale.

La fig. VI schematizza le grandiose oscillazioni glaciali concomitanti alle sovraccennate maggiori crisi fisico-biologiche della Terra.

Dai dati riassuntivi sommariamente esposti nelle pagine precedenti e che cercai di sintetizzare coi grafici annessi, possiamo ben comprendere l'importanza del glacialismo geologico e la parte che esso ebbe nelle numerose, successive crisi, grandi o piccole, lunghe o corte, che tanto fortemente interessarono l'evoluzione terrestre; ma rimane ancora da indicarne la causa.

Riguardo alle ondulazioni minori, decennali o pluridecennali, secolari o plurisecolari, già si accennò alla probabile influenza delle macchie solari, ma per spiegare il fenomeno dei grandi sviluppi glaciali sulla superficie terrestre detta causa appare insufficiente; perciò si volle da molti ricorrere a grandiosi fenomeni astronomici varii, mentre credo che la causa sia insita nella Terra stessa, come già esposi in una speciale Memoria sopra "Le condizioni meteoro-idrologiche dell'Era quaternaria e la causa dei periodi glaciali „ (R. Accad. dei Lincei - 1919), alla quale quindi rimando per ogni dettaglio.

La spiegazione da me sostenuta come la più semplice e naturale e che può denominarsi *teoria ipsometrica* o *dell'elevazione* od *orografica* o *della deformazione crostale* o semplicemente *crostale* o, meglio ancora, *orogenica*, è in brevi parole la seguente.

Le energie termo-dinamiche insite nel globo terrestre possono rimanere più o meno a lungo sopite od apparentemente inattive, per cui, corrispondentemente, sulla superficie della Terra si verificano fasi di calma, di tranquillità orogenetica e quindi anche sismico-vulcanica. Anzi generalmente verificasi allora (per naturale tendenza gravitazionale) una più o meno ampia e profonda depressione (quasi un accasciamento o abbassamento) crostale, che fa estendere le aree oceaniche colle relative conseguenze: nella sedimentazione, prevalentemente marina, fine, piuttosto argilloso-calcarea, spesso trasgressiva sulle formazioni più antiche; nel clima piuttosto dolce e subuniforme; nelle precipitazioni atmosferiche a tipo prevalentemente oceanico. Perciò anche l'Evoluzione biologica in tali *fasi anorogeniche* (*pliotermiche* del Ramsay), relativamente lunghe, con notevole assorbimento dell'anidride carbonica, può svolgersi in modo più o meno lento, graduale, regolare ed uniforme, a tipo, direi, *darwiniano*; l'attività organica presentasi allora specialmente notevole nelle aree marine tanto ampie, donde il grande sviluppo delle formazioni calcaree, ecc.

Ma intanto, durante detta fase di relativa tranquillità, a tipo che si potrebbe denominare *attualistico*, si vanno naturalmente accumulando in profondità le energie potenziali endogene, finchè la somma delle loro varie tensioni riesce a vincere la resistenza crostale della Litosfera.

Allora si verifica una nuova e ben diversa fase, deformativa, *diastrofica*, *orogenica* l. s. (*miotermica* sec. Ramsay), con prevalente sollevamento crostale; ciò per fenomeni, sia orogenici (corrugamenti e quindi sollevamenti di catene montuose, ecc.), sia epeirogenici (elevazioni e quindi emersioni continentali); fenomeni naturalmente accompagnati da fratturazioni e nuovi assettamenti crostali, quindi dall'intensificazione del seismo, del plutonismo e del vulcanismo, colle connesse grandi emissioni di vapori acquei, di anidride carbonica e di polveri vulcaniche che si spargono nell'atmosfera diminuendo notevolmente (1) l'effetto della radiazione solare sulla Terra, cioè la media intensità di insolazione, ed aumentando la quantità e la condensazione dei vapori acquei e quindi le precipitazioni atmosferiche. Cosicchè detta fase può anche talora apparire nel suo assieme come cataclistica.

Inoltre detto complesso fenomeno di sollevamento (dal quale naturalmente derivano pure importanti cangiamenti nelle correnti marine ed atmosferiche, grandiosi mutamenti oro-idrografici, climatici, ecc.) deve produrre anche, per diretta conseguenza, il fatto che su certe regioni continentali, ben più vaste e più elevate di prima, si accentuano notevolissimamente le condensazioni e quindi le precipitazioni atmosferiche a regime piuttosto continentale che non oceanico, sia pluviose (donde grandiosità delle correnti acquee continentali, spesso diluviali, potenza delle erosioni, spessore e grossolanità nelle sedimentazioni, accumuli carboniosi, ecc.), sia, a qualche altitudine, nevose (con grande abbassamento della linea delle nevi persistenti e

(1) Vedi le recenti ricerche di Abbot e Fowle (*Volcanoes a. Climate*, 1913) e di Humphreys (*Vulcanic Dust a. other Factors in the production of Climatic Changes a. their possible relation to Ice Ages*, 1913) sopra gli effetti climatici di alcune esplosioni vulcaniche dal 1750 ad oggi, per le quali (pur essendo minori di quelle ben più numerose e grandiose, del passato) fu diminuito persino del 10 al 20 per cento l'effetto della radiazione solare sulla superficie terrestre.

quindi con un enorme ampliamento dell'area di sviluppo di questi manti od accumuli nevosi permanenti), derivandone naturalmente la costituzione e lo sviluppo dei ghiacciai.

Da tutto questo complesso di grandiosi fenomeni oro-idrografici, endogeni, sedimentari, meteorologici, climatologici, ecc. (di cui si hanno le prove sicure litologiche, tettoniche, ipsometriche [specialmente pel Neogene], ecc.) naturalmente anche l'Evoluzione biologica rimane fortemente influenzata (oltre che notevolmente accelerata), sia in senso negativo, per es. colla distruzione di forme non adattantisi ai nuovi ambienti, sia in senso positivo, provocando per es. la trasformazione più o meno rapida (direi *devriesiana*) delle forme più plastiche e quindi l'apparsa di nuove specie ed anche di nuovi gruppi organici; dal che derivano in massima parte quei maggiori cangiamenti paleontologici (talora persino coll'aspetto di crisi o rivoluzioni biologiche, già credute nuove creazioni) su cui si basano essenzialmente e giustamente i geologi nella suddivisione della serie sedimentaria della Crosta terrestre.

Dopo una tale fase più o meno intensa ed estesa, orogenica, di diastrofismo (generalmente suddivisa in varii periodi) con tutte le sue sovraccennate conseguenze fisico-biologiche, dato sfogo, direi, temporaneamente alle energie termo-dinamiche subcrostali, si ritorna ad una nuova, più o meno lunga fase anorogenica, di relativa calma e quindi di graduale e regolare evoluzione fisico-biologica; finchè l'accumulo lento ma continuo di dette energie (tensioni, ecc.) endogeiche permette un nuovo sforzo orogenico, occasionando una nuova fase diastrofica e così di seguito.

Tali fasi verificansi (riguardo all'intensità, alla durata, ecc.) tanto in grande quanto in piccola scala, derivandone quindi le distinzioni maggiori (Ere) e minori (Epoche o Periodi) della cronologia terrestre.

Da quanto si è sommariamente esposto nelle pagine precedenti sul Glacialismo terrestre parmi si possa concludere che le minori oscillazioni climatiche, e quindi glaciali, uni o pluridecennali, e forse parecchie di quelle uni o plurisecolari, sono probabilmente dipendenti, almeno in parte, dalle variazioni delle macchie solari che sappiamo influire più o meno nettamente

sopra diversi fenomeni terrestri, come il magnetismo, la temperatura, i cicloni, nonchè in generale sulla meteorologia terrestre.

Invece le ben più grandiose, intense ed estese oscillazioni climatico-glaciali positive verificatesi sulla superficie della Terra in periodi diversi, tra loro più o meno lontani (millennii ed anche centomillennii), oscillazioni generalmente concomitanti coi fenomeni orogenetici, costituendo un episodio od una fisionomia parziale, ma importante, delle grandi e complesse crisi geiche, sono piuttosto da ritenersi di origine tellurica, cioè attribuibili essenzialmente all'intensificarsi del diastrofismo crostale. Quindi i periodi glaciali, cioè le maggiori intensificazioni del Glacialismo geologico, corrisponderebbero alle fasi, direi, positive o di sollevamento, delle ondulazioni o pulsazioni più o meno ritmiche che tante volte si verificarono successivamente nell'esplicazione delle forze termodinamiche della Terra e che ancora si verificheranno in avvenire, finchè non si affievoliranno sino al loro spegnimento tali gigantesche Energie interne del Globo terrestre.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA GRAFICA

Fig. I. — Oscillazione stagionale della fronte del ghiacciaio del Rodano nel suo complessivo regresso dal 1887 al 1899.

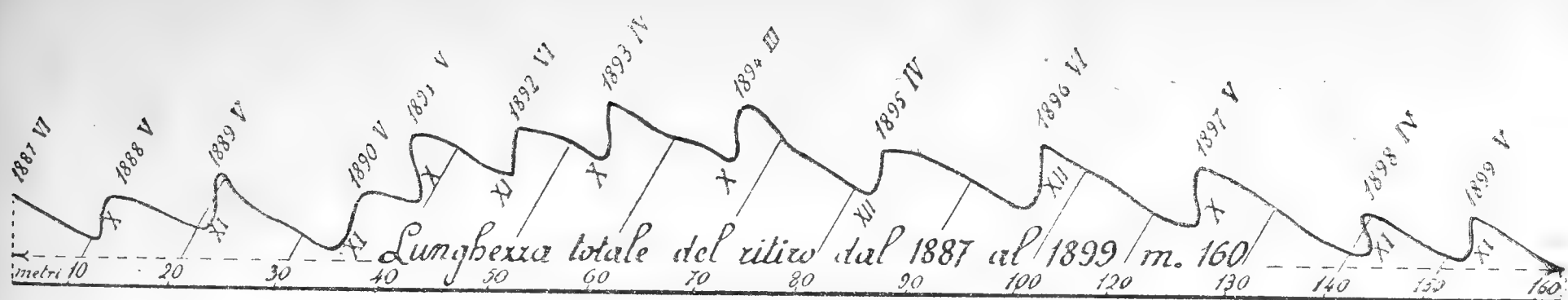
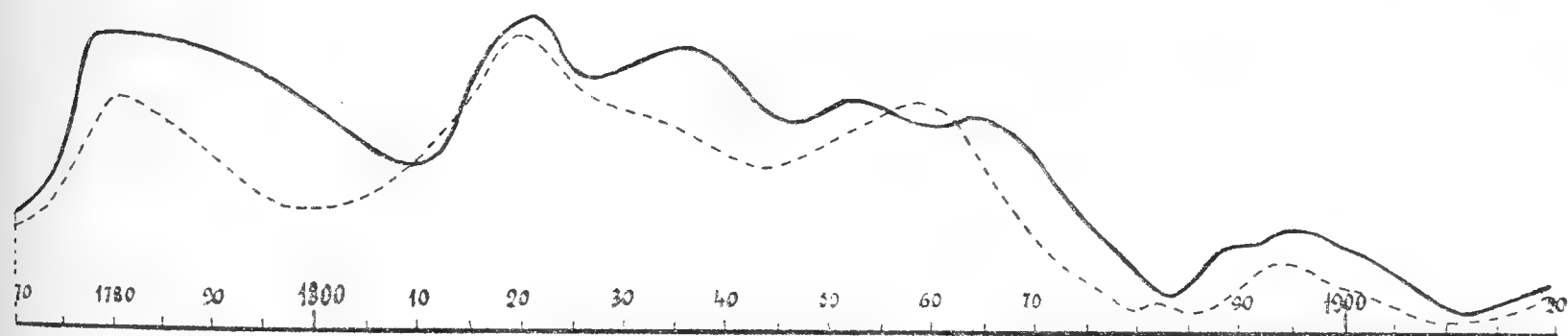
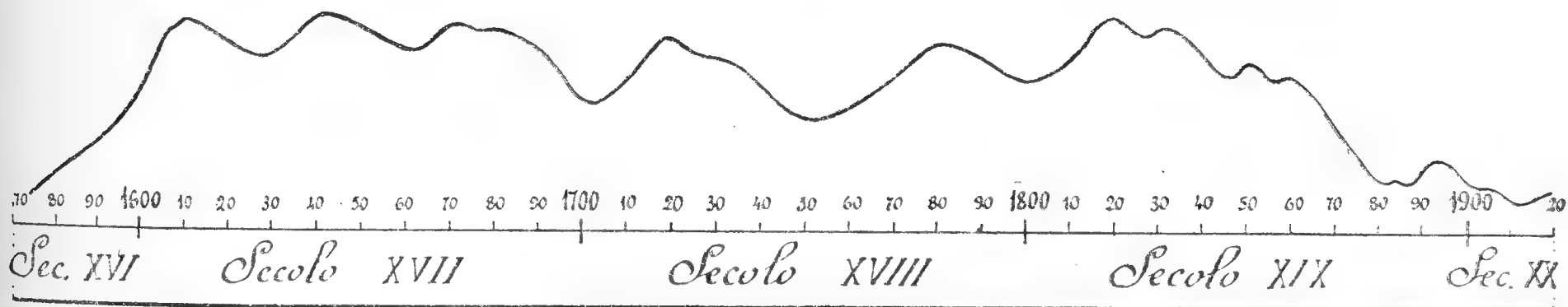
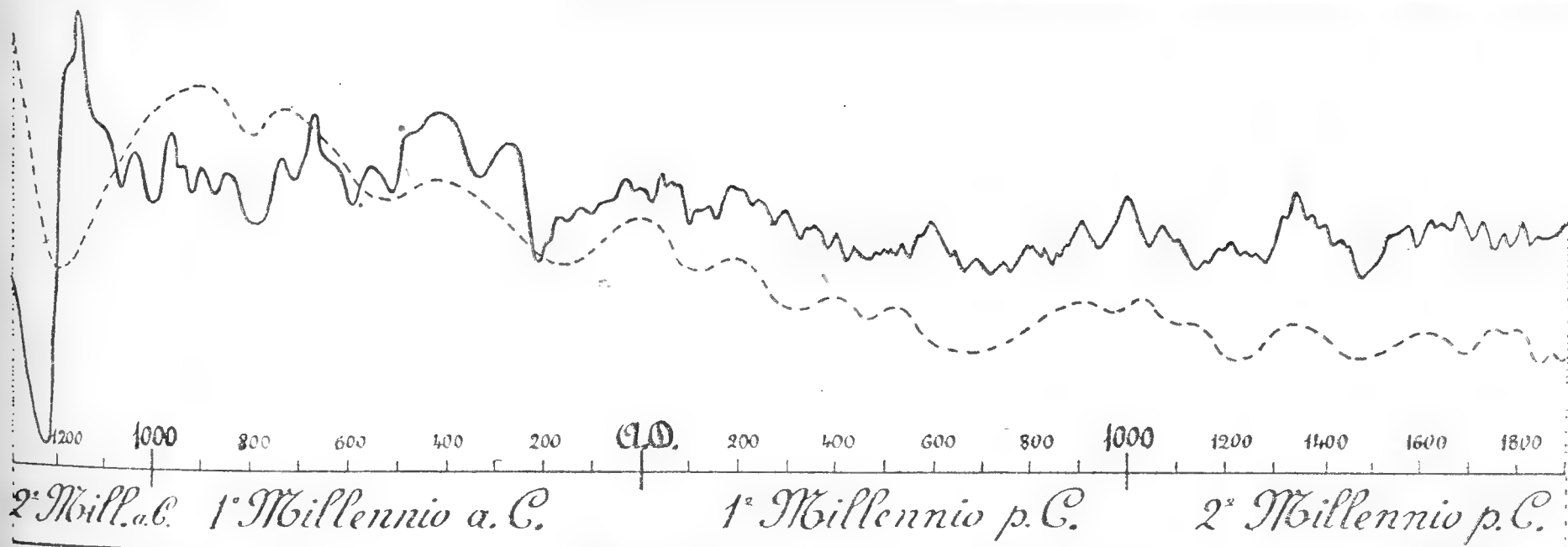
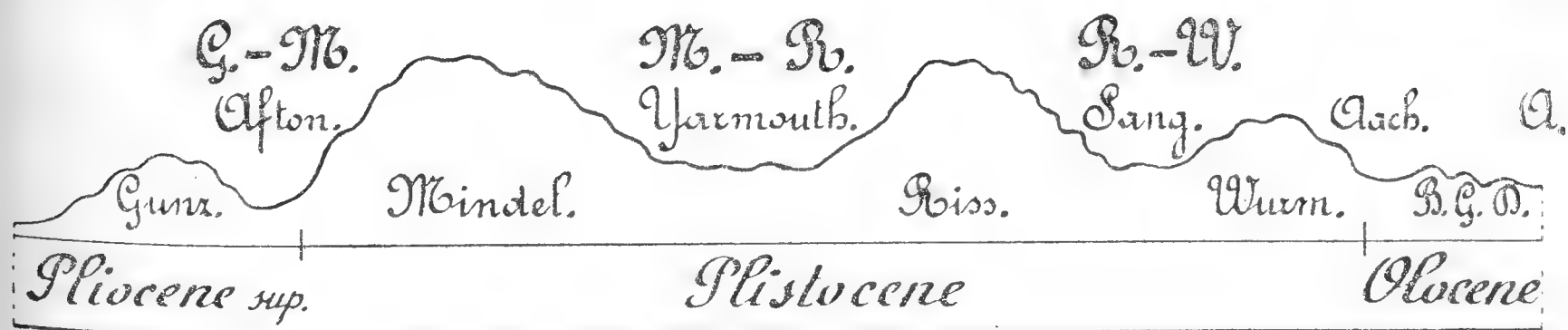
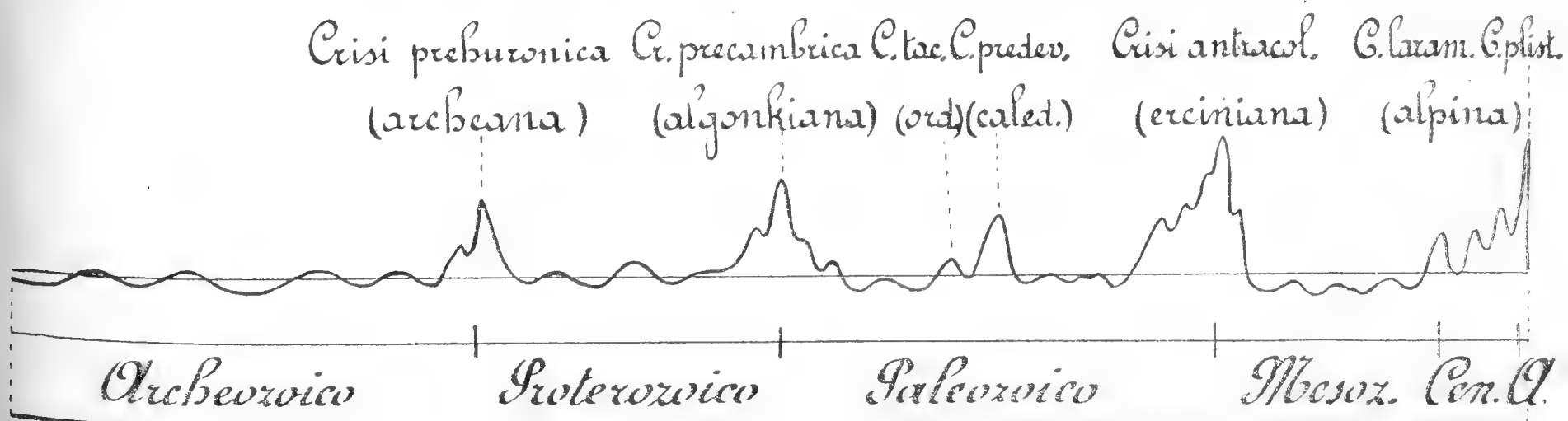
„ II. — Oscillazione dei ghiacciai dell'Argentière (M. Bianco) (—) e di Macugnaga (M. Rosa) (.....) specialmente durante il sec. XIX.

„ III. — Oscillazione media dei ghiacciai del M. Bianco durante gli ultimi secoli.

„ IV. — Oscillazioni climatiche, durante gli ultimi tre Millennii, nel Nord-America occidentale (—) e nell'Asia centroccidentale (....).

„ V. — Oscillazioni glaciologiche in generale sulla Terra dalla fine dell'Era Terziaria ad oggi.

„ VI. — Oscillazioni glaciologiche in generale sulla Terra attraverso tutta la serie delle Ere geologiche.

I
Lunghezza totale del ritiro dal 1887 al 1899 m. 160
II
III
Sec. XVI
Secolo XVII
Secolo XVIII
Secolo XIX
Sec. XX
IV
2° Mill. a.C.
1° Millennio a. C.
1° Millennio p. C.
2° Millennio p. C.
V
G.-M.
Afton.
M.-R.
Yarmouth.
R.-W.
Sang.
Aach.
A.
Gunz.
Mindel.
Riss.
Wurm.
B.G.D.
Pliocene sup.
Plistocene
Olocene
VI
Crisi preburonica
(archeana)
Cr. precambrica
(algonkiana)
C. tac.
(ord.)
C. predev.
(caled.)
Crisi antracol.
(erciniana)
C. laram.
C. plist.
(alpina)
Archeozoico
Proterozoico
Paleozoico
Mesoz.
Cen.

I concetti moderni sulla figura matematica della Terra. Appunti per la storia della geodesia.

NOTA IX

Il divario fra l'ellissoide e la terra fluida

dell'Ing. OTTAVIO ZANOTTI BIANCO (1)

I.

Ipotesi fondamentale del problema del quale stiamo per occuparci è che la Terra fosse originariamente fluida; è noto d'altronde, specialmente per la teoria della precessione e nutazione dell'asse terrestre, che la densità della materia costituente il globo terrestre, va crescendo dalla superficie al centro: è intieramente ignota per contro la legge secondo la quale quella densità cresce colla profondità. Di queste leggi ne furono proposte non poche, naturalmente non basate sull'osservazione; ma bensì sopra considerazioni teoriche essenzialmente matematiche. In tale stato di cose si sa che la Terra fluida non può avere rigorosamente la forma di una ellissoide schiacciata alle estremità dell'asse di rotazione, ma si ammette che essa prenda la forma di uno sferoide di poco differente dall'ellissoide, e simmetrico, ove non si avverta il contrario rispetto all'equatore.

Il problema enunciato ha per iscopo di determinare di quanto, lungo il raggio vettore di un dato punto, lo sferoide sovrasti o sia depresso rispetto all'ellissoide concentrico e di eguali assi.

Per quanto io mi so, il primo che abbia trattato il nostro problema è Giorgio Biddel Airy, nel suo lavoro intitolato *On*

---

(1) Spero in una prossima Nota di poter completare la storia dell'argomento che forma oggetto della presente.

the Figure of the Earth, stampato nella parte III del volume pel 1826 delle *Philosophical Transactions* di Londra (vol. CXVI, p. 548). E fu il primo, perchè fu anche il primo, se non erro, a considerare nei calcoli la figura della terra spingendo l'approssimazione fino alla seconda potenza dello schiacciamento, necessaria alla natura del problema.

Darwin (G. H.), figlio al celebre naturalista, scrive le linee seguenti circa i risultati ottenuti da Airy pel problema che ci occupa.

" Airy poi conchiuse che la superficie della terra (*the Earth's*
" *surface*) deve essere depressa sotto il livello del vero ellis-
" soide nelle latitudini medie. Egli non diede alcun apprezza-
" mento numerico di questa depressione, ma espresse l'opinione
" che deve essere molto piccola „ (1).

Thomson nel vol. II della *Natural Philosophy* sua e di Tait, p. 371, scrive quanto segue: " Nel caso poi di piccola devia-
" zione dalla figura sferica, che solo interessa in riguardo alla
" teoria della figura della terra e della sua costituzione interna,
" la superficie limite, e la superficie di egual densità e pres-
" sione, sono molto prossimamente ellissoidi di rivoluzione schiac-
" ciate. Airy ha stimato 24 piedi la massima deviazione della
" superficie esterna da un vero ellissoide „. Questa affermazione di Thomson e Tait è ricordata da Helmert a pag. 141 del volume secondo della sua grande opera *Theorieen der Höheven Geodäsie.* È difficile conciliare le due asserzioni di Darwin e di Thomson e Tait (2).

Darwin scrive genericamente l'equazione di un'ellissoide di semiassi a, $a\,(1 - e)$ e di schiacciamento e così

$$r^2 \left(\frac{\cos^2 \theta}{(1 - e)^2} + \operatorname{sen}^2 \theta \right) = a^2,$$

(1) *Monthly notices of the Royal Astronomical Society*, LX, 1900, pp. 82-124 e *Scientific Papers*, vol. III, p. 78.

(2) Vedi al riguardo una lettera dell'autore del presente scritto al giornale inglese *Nature*, e la risposta del Dr C. G. Knott in *Nature*, vol. 102, pag. 384, 16, I, 1919. Avverto ancora che è strano che Todhunter nella sua magistrale opera *History of the theory of attraction and the figure of the Earth*, non menziona l'importantissima memoria di Airy della quale si discorre nel testo.

ove r è il raggio vettore e θ la colatitudine contata dall'asse di rotazione; svolgendo in serie e trascurando le potenze di $e > 2$, si ha

$$r = a\left(1 - e\cos^2\theta - \frac{3}{2}e^2\cos^2\theta\,\text{sen}^2\theta\right).$$

Poi considera uno sferoide rappresentato dall'equazione generica

$$r = a\left(1 - e\cos^2\theta + \left(f - \frac{3}{2}e^2\right)\text{sen}^2\theta\cos^2\theta\right).$$

Questa superficie avrà pure uno schiacciamento e, e l'eccesso del suo raggio vettore su quello dell'ellissoide è $af\,\text{sen}^2\theta\cos^2\theta$. Il massimo eccesso si verifica alla latitudine geocentrica di 45° ed è $\frac{1}{4}af$. Darwin osserva che quella grandezza che egli ha designato con $-f$ è designato da Airy con A. Darwin designa con a, e, F stampatella i valori di a, e, f, corrispondenti alla superficie limite esterna della terra.

Airy pure trova per deviazione massima tra ellissoide sferoide alla latitudine geometrica di 45° $\frac{1}{4}aA$; e siccome A ed F sono dello stesso ordine di grandezza, così tradotti in numeri dovrebbero mantenersi tali; invece Airy dà $A = 0{,}000064$ che darebbe, come osserva Knott (*Nature*, p. 384), per deviazione massima 334 piedi. Darwin ha $F = 0{,}00000205$ che lo conduce ad una deviazione massima di $-3{,}26$ metri, cioè circa 11 piedi. Evidentemente l'A di Airy e l'F di Darwin non sono dello stesso ordine di grandezza. Non ho rifatto i calcoli di Airy, ma quelli di Darwin sono esatti.

Dopo Airy si occuparono del nostro problema Hargraeve, in uno scritto intitolato *On the calculation of attractions and the figure of the earth*, e pubblicato nel volume CXXXI, 1841, delle *Philosophical Transactions*, pp. 75-98, senza però giungere a risultati numerici. Questo lavoro è menzionato da Helmert (*Theorieen*, II, p. 141), ma non da Darwin. Helmert menziona anche alcuni sviluppi di Schmidt nei quali si tien pur conto della seconda potenza dello schiacciamento: ma neppure in essi si giunge a numeri (*Lehrbuch der mathematischen und physischen Geographie*, Göttingen, 1829, vol. I, p. 339).

Bruns nella sua classica *Figur der Erde* (pp. 16-18) ha risolto il problema di trovare quale è il massimo distacco fra il geoide ed un'ellissoide di eguale schiacciamento. Il *geoide*, come si sa, non è che uno sferoide di livello passante per un punto della superficie fisica terrestre, e costituisce la superficie matematica della terra. Bruns pone a rappresentare il geoide l'equazione

$$(1) \qquad U_0 = \frac{M}{r} + \frac{MK}{2r^3}(1 - 3\,\mathrm{sen}^2\,\varphi) + \frac{\omega^2 r^2}{2}\cos^2\varphi$$

dove r e φ sono la distanza dal centro e la latitudine geocentrica del punto generico, M è la massa terrestre e K è tale che se MA, MB, MC sono i tre momenti principali d'inerzia della terra si ha $K = C - \frac{1}{2}(A + B)$. Si può dimostrare, come segue, l'asserzione di Bruns, che la superficie rappresentata dalla (1) è del 14° ordine. U_0 è una costante e si ha

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2},$$

e

$$x = r\cos\varphi\cos\lambda\,, \quad y = r\cos\varphi\,\mathrm{sen}\,\lambda\,, \quad z = r\,\mathrm{sen}\,\varphi\,.$$

L'equazione (1) si può scrivere così

$$\left(U_0 - \frac{\omega^2}{2}(x^2 + y^2)\right) r^5 = Mr^4 + \frac{Mk}{2}(x^2 + y^2 - 2z^2)\,,$$

che elevata al quadrato diviene razionale ed è del 14° ordine; ω è la velocità angolare della terra. La superficie del 14° ordine qui considerata diversifica di pochissimo da un'ellissoide; e la si può riguardare, lo dicemmo, per quanto concerne la figura della terra, come il rappresentante tipico del geoide. Siano r_1, g_1 il raggio e la gravità equatoriali; r_2, g_2 quelli polari, sia $r_1 - r_2 = r_1\alpha$, α rappresentando lo schiacciamento. Bruns ritiene senza esitazione sufficiente al suo scopo il porre

$$\alpha = \frac{\omega^2 r_1}{g_1} = \frac{1}{289} = \frac{1}{(17)^2}\,.$$

Colle notazioni precedenti si ha rispettivamente per l'equatore ed il polo

$$U_0 = \frac{M}{r_1} + \frac{MK}{2r_1^3} + \frac{1}{2}\omega^2 r_1^2 ; \qquad U_0 = \frac{M}{r_2} - \frac{MK}{r_2^3} ,$$

$$g_1 = -\frac{\partial U}{\partial r_1} = \frac{M}{r_1^2} + \frac{3}{2}\frac{MK}{r_1^4} - \omega^2 r_1 ,$$

$$g_2 = -\frac{\partial U}{\partial r_2} = \frac{M}{r_2^2} - \frac{3MK}{r_2^4} .$$

Da queste, con semplici operazioni e trascurando termini di ordine più elevato, egli ottiene il teorema di Clairaut sotto la forma

$$\frac{5\omega^2 r_1}{g_1}\left(1 - \frac{\alpha}{5}\right) = \alpha(1+\alpha) + \frac{g_2 - g_1}{g_1} .$$

Poi Bruns scrive questa osservazione importante, perchè generalmente seguìta tranne in alcuni lavori speciali.

" Quando si utilizza il teorema di Clairaut per la determinazione dello schiacciamento a mezzo delle osservazioni pendolari, si possono sopprimere i termini di secondo ordine, poichè la loro influenza è molto più debole di quella delle perturbazioni della gravità ".

Già dicemmo che Airy e Darwin tennero conto anche dei termini di secondo ordine: vedremo che ciò fu fatto anche dal matematico tedesco Wiechert. Colle precedenti condizioni si ottengono le relazioni

$$\frac{g_2 - g_1}{g_1} = \frac{3\alpha}{2}(1-\alpha), \qquad M = r_1^2 g_1\left(1 + \frac{\alpha}{2}\right),$$

$$MK = r_1^4 g_1 \frac{\alpha}{3}(1+\alpha), \qquad K = r_1^2 \frac{\alpha}{3}\left(1 + \frac{\alpha}{2}\right),$$

$$U_0 = r_1 g_1\left(1 + \frac{7\alpha}{6}\right) = r_1 g_2\left(1 - \frac{\alpha}{3}\right) = r_2 g_2\left(1 + \frac{2\alpha}{3}\right).$$

Per avere la distanza massima tra lo sferoide $U = U_0$, e l'ellissoide concentrico di semiassi r_1 ed r_2, riprendo l'equazione (1) sotto la forma

$$(2) \qquad r = \frac{M}{U_0}\left(1 + \frac{K}{2r^2}(1 - 3\,\text{sen}^2\varphi) + \frac{\omega^2 r^3}{2M}\cos^2\varphi\right),$$

che è come prima approssimazione, l'equazione polare della curva che colla sua rotazione attorno all'asse polare genera il geoide.

Supponiamo ora che r sia svolto in una serie ordinata secondo le potenze di $\operatorname{sen}^2 \varphi$, così $r = r_1 (1 - \alpha_2 \operatorname{sen}^2 \varphi + \alpha_4 \operatorname{sen}^4 \varphi \ldots)$ (3). All'equatore $\varphi = 0$ ed $r = r_1$, al polo $\varphi = 90^\circ$ ed $r = r_1 (1 - \alpha_2 + \alpha_4 \ldots) = r_2$, così che lo schiacciamento $\alpha = \frac{r_1 - r_2}{r_1} = \alpha_2 - \alpha_4 + \ldots$

Sostituisco ad r la sua espressione data dal secondo membro della (3), avrò, svolgendo nel secondo membro trascurando le potenze di r superiori alla seconda, nonchè quelle di $\operatorname{sen}^2 \varphi$ superiori alla seconda

$$\begin{aligned} r_1 (1 - \alpha_2 \operatorname{sen}^2 \varphi + \alpha_4 \operatorname{sen}^4 \varphi \ldots) = \\ = \frac{M}{U_0} \Big\{ 1 + \frac{K}{2 r_1^2} (1 - 3 \operatorname{sen}^2 \varphi)(1 + 2\alpha_2 \operatorname{sen}^2 \varphi) + \\ + \frac{\omega^2 r_1^3}{2M} (1 - \operatorname{sen}^2 \varphi)(1 - 3\alpha_2 \operatorname{sen}^2 \varphi) + \ldots \Big\}, \end{aligned}$$

ed eguagliando i coefficienti che nei due membri affettano rispettivamente $\operatorname{sen}^2 \varphi$ e $\operatorname{sen}^4 \varphi$, e sostituendo nell'espressione $r = r_1 (1 + \alpha \operatorname{sen}^2 \varphi + \alpha_4 \operatorname{sen}^4 \varphi \ldots)$, avendo sostituito α ad α_2, il che è consentito dall'approssimazione adottata, avrò

$$r = r_1 \Big\{ 1 - \alpha \left(1 + \frac{\alpha}{2}\right) \operatorname{sen}^2 \varphi + \frac{\alpha^2}{2} \operatorname{sen}^2 \varphi + \ldots \Big\}.$$

Per un'ellisse di semiassi r_1 ed r_2 si ha

$$r' = r_1 \Big\{ 1 - \alpha \left(1 + \frac{3\alpha}{2}\right) \operatorname{sen}^2 \varphi + \frac{3\alpha^2}{2} \operatorname{sen}^4 \varphi + \ldots \Big\},$$

per cui

$$\begin{aligned} r - r' &= r_1 \alpha^2 \operatorname{sen}^2 \varphi - r_1 \alpha^2 \operatorname{sen}^4 \varphi + \ldots \\ &= r_1 \alpha^2 \operatorname{sen}^2 \varphi \cos^2 \varphi + \ldots \end{aligned}$$

che è massima per $\varphi = 45^\circ$, e si ha $\frac{r_1 \alpha^2}{4} = 19^m{,}1$; quindi lungo il parallelo di 45° il geoide abbraccia l'ellissoide di egual schiacciamento e ne dista di $19^m{,}1$.

Helmert nelle pp. 79-80 del volume 2° ha riprodotto quello svolgimento di Bruns alquanto modificato e a p. 90 ne riferisce il risultato numerico.

L'espressione cui giunge Helmert per la sopraelevazione dello sferoide normale o geoide sull'ellissoide di eguale schiacciamento è $\frac{1}{24} a \{ \alpha (\alpha + 2\beta) \}$, pp. 80 e 83, ove è

$\alpha = \frac{a - b}{a}$ schiacciamento,

$\beta = \frac{g_p - g_e}{g_e}$ differenza fra la gravità g_p al polo e quella g_e all'equatore divisa per quest'ultima, e si pne

$q = \frac{\omega^2 a}{g_e}$ rapporto fra la forza centrifuga all'equatore e la gravità equatoriale.

Egli adotta come espressione della gravità alla latitudine geografica B l'espressione $g = 9{,}7806\,(1 + 0{,}0052 \operatorname{sen}^2 B)$, per cui al livello del mare si ha: $g_e = 9{,}7806$ e $\beta = 0{,}0052$, e prendendo con Bessel $a = 6377397$ m. ha $q = \frac{1}{288{,}41}$. Indi applicando reiteratamente il teorema di Clairaut trova $\alpha = 0{,}0034512$.

Si rammenti che il teorema di Clairaut fornisce la forma non la grandezza dell'ellissoide normale o del geoide, e che questo è appunto tale da soddisfare alla legge di gravità trovata dalla quale è dedotto. Coi soprascritti dati numerici Helmert trova per la massima elevazione del geoide sull'ellissoide 12,7 m.

A risultati numerici ancora giunse Helmert nelle pagine 136-140 del detto volume. Egli propone il problema nel titolo del paragrafo: *Estimo del divario della superficie di una terra fluida dalla forma di un'ellissoide di rivoluzione.* Nella soluzione egli si giova del teorema noto seguente: *una massa fluida, pressochè sferica, rotante, deve avere la forma di una superficie di rivoluzione...* che gli permette di limitare la sua soluzione alla ricerca del divario fra le due curve meridiane generatrici della superficie di una terra fluida e dell'ellissoide di rivoluzione, s'intende, di eguale schiacciamento. Dopo l'enunciato del problema Helmert scrive quanto segue:

" Poichè la densità della terra è variabile, e precisamente " cresce verso l'interno, così una terra fluida, non può, come si " può mostrare, assumere, avere una superficie foggiata ad el- " lissoide di rivoluzione „.

" Noi non vogliamo qui procedere ad un computo accurato " del divario fra le due superficie; ma staremo contenti ad esporre

" alcune considerazioni, che ci permettono di ricavare una *grosso-*
" *lana* misura di quel divario, con tenue applicazione di sviluppi.

Egli esprime il raggio r vettore di un punto generico del corpo di latitudine geocentrica φ colla formola

$$r = R\,(1 + \alpha_1 K_2 + \alpha_2 K_4 + \ldots),$$

ove R è una costante, e cioè il raggio equatoriale dello sferoide e K_2, K_4 funzioni sferiche di φ, tralasciando K_1 e K_3, perchè si limita a considerare superficie di rotazione simmetriche rispetto all'equatore, e tali che è

$$K_2 = \operatorname{sen}^2\varphi - \frac{1}{3}\,; \quad K_4 = \operatorname{sen}^4\varphi - \frac{6}{7}\operatorname{sen}^2\varphi + \frac{3}{35}\,,$$

e

$$K_2^2 = K_4 + \frac{4}{21}K_2 + \frac{4}{45}\,.$$

Applicando poi noti teoremi delle funzioni sferiche all'espressione

$$v = \frac{k^2\theta}{r'}\int\left(\frac{r^3}{3} + \frac{r^4}{4}\frac{P_1}{r'} + \frac{r^5}{5}\frac{P_2}{r'^2} + \frac{r^6}{6}\frac{P_3}{r'^3} + \frac{r^7}{7}\frac{P_4}{r'^4} + \ldots\right)$$

(ove P_1, P_2... sono funzioni sferiche di φ) del potenziale dell'attrazione di uno sferoide di densità θ, egli procede a trovare l'equazione della superficie della terra fluida. Egli la suppone costituita, come appare dal seguente suo periodo: " Ammettiamo
" ora che la terra sia formata da uno sferoide omogeneo inte-
" riormente compenetrato da strati omogenei sferici concentrici
" allo sferoide, col centro comune nel centro di gravità „. Questi strati siano di densità maggiore di quella generale dello sferoide. Chiama M la massa totale della terra, M_1 quella dello sferoide omogeneo, applica allo sferoide l'espressione del potenziale che egli ha trovato, e pel complesso degli strati sferici quella semplice di *Massa: distanza dal punto attratto*, e trova per equazione di quella superficie di livello

$$\begin{aligned} w_0 = &\left\{\frac{k^2 M}{R}\left(1 + \frac{4}{45}\alpha_1^2\right) - \frac{4}{25}\alpha_1^2\frac{k^2 M_1}{R} + \omega^2 R^2\left(\frac{1}{3} - \frac{4}{45}\alpha_1\right)\right\} - \\ - &\frac{K^2}{R}\left\{k^2 M\left(\alpha_1 - \frac{4}{21}\alpha_1^2\right) - k^2 M_1\left(\frac{3}{5}\alpha_1 - \frac{4}{35}\alpha_1^2\right) + \omega^2 R^3\left(\frac{1}{2} - \frac{10}{21}\alpha_1\right)\right\} - \\ - &\frac{K_4}{R}\left\{k^2 M(\alpha_2 - \alpha_1^2) - k^2 M_1\left(\frac{1}{3}\alpha_2 - \frac{4}{5}\alpha_1^2\right) + \omega^2 R^3 \alpha_1\right\}, \end{aligned}$$

k^2 essendo la costante dell'attrazione.

Scrive la condizione che annulla i coefficienti di K_2 e K_4, e da esse eliminando ω, trascurando i termini in α_1^3, trova la espressione approssimata

$$(a) \qquad \alpha_2 = 3\alpha_1^2 \frac{3 - 2\frac{M_1}{M}}{3 - \frac{M_1}{M}};$$

e poichè α ed α_1 coincidono fino a quantità dell'ordine di α^2, così Helmert scrive α^2 al posto di α_1^2 nella (a), col che, tralasciando i termini in α^3, trova l'espressione

$$(b) \qquad \alpha_2 = 3\alpha^2 \frac{3 - 2\frac{M_1}{M}}{3 - \frac{M_1}{M}}.$$

E quindi per uno sferoide di schiacciamento α e di raggio equatoriale a: $r = a(1 - [\alpha + \alpha_2] \operatorname{sen}^2 \varphi + \alpha_2 \operatorname{sen}^4 \varphi + ...)$.

Per un'ellisse di eguale schiacciamento α si ha per la distanza dal centro r di un punto di latitudine geocentrica φ, come già si vide più indietro,

$$r = a\left(1 - \left[\alpha + \frac{3\alpha^2}{2}\right] \operatorname{sen}^2 \varphi + \frac{3\alpha^2}{2} \operatorname{sen}^4 \varphi + ...\right).$$

Per cui la distanza fra lo sferoide e l'ellissoide lungo il parallelo di latitudine geocentrica φ, misurata lungo il raggio, è

$$r_s - r_e = \frac{1}{4}\, a\left(\frac{3}{2}\alpha^2 - a_2\right) \operatorname{sen}^2 2\varphi,$$

e tenendo conto della (b) si avrà che il massimo di questa differenza, che si verifica per $\operatorname{sen}^2 \varphi = \frac{1}{2}$, è

$$(r_s - r_e)_{\text{mas.}} = -\frac{9}{8}\, a\alpha^2 \frac{1 - \frac{M_1}{M}}{3 - \frac{M_1}{M}}.$$

La densità media della terra è 5,6, quella alla superficie è 2,8. Quindi il minimo valore che può avere la massa dello sferoide omogeneo è $M_1 = \frac{1}{2} M$ e prendendo per a ed α i valori di Bessel $a = 6377397$ ed $\alpha^2 = 0{,}00001117$ si ha $(r_s - r_e)_{\text{mas.}} = -16$.

Dopo ciò Helmert scrive: " Ma questo valore potrebbe essere " troppo grande. Noi vedremo che la densità da principio cresce " rapidamente e che già alla profondità di circa $a:4$ è uguale " a 5,6. Poniamo quindi per base uno sferoide omogeneo di densità $\frac{1}{2}(2{,}8+5{,}6)$, allora sarà $M_1=\frac{3}{4}M$ ed $(r_s-r_e)_{mas.}=-9$. " Noi vedremo che lo schiacciamento degli strati di egual densità " diminuisce probabilmente andando verso l'interno. Quindi la " massima distanza primamente trovata potrebbe essere troppo " grande, giacchè essa in certo qual modo implica la supposizione " di una rapidissima variazione dello schiacciamento fino a zero. " Il secondo valore mostra che un moderato ingrandimento " della densità superficiale diminuisce notevolmente la differenza " $(r_s-r_e)_{mas.}$. In ogni caso le distanze fra l'ellissoide e lo sfe- " roide sono minime „.

Helmert poi osserva che se si confrontano gli ultimi risultati con quello di Bruns, si avverte che, per uguali grandezze degli assi, lo sferoide normale e lo sferoide dianzi considerato si distaccano dall'ellissoide di quantità del medesimo ordine, ma in senso opposto. E cioè, lo sferoide normale o geoide abbraccia o avvolge alle latitudini medie l'ellissoide: lo sferoide considerato da Helmert, cioè la Terra fluida, è a quelle medesime latitudini depresso sotto l'ellissoide. " Ciò non deve meravi- " gliare „, scrive Helmert, " poichè deviazioni anche molto tenui " della distribuzione della massa nell'interno della terra da " quella dello strato fluido sono sufficienti a produrre una tale " differenza. Ma indubbiamente la terra è solida fino ad una " certa profondità, e se poi anche qui, a cagione di deviazioni " della distribuzione della massa, dalla condizione fluida si ge- " nerano tensioni, le quali da ultimo producano una distribuzione " prossima a quella, ciò non si può tuttavia estendere a frazioni " del raggio, della grandezza dell'ordine di α^2 „.

In appoggio di questa sua affermazione Helmert adduce due esempî irrefutabili. Egli si valse delle formole per la variazione della gravità al livello del mare date da Borenius e da Paucker (1),

---

(1) " Bulletin de la Classe physico-mathématique de l'Académie des Sciences de St-Pétersburg „, tome I, 1843; ibidem, tome 12, pp. 120-128; tome 13, pp. 49-89 e 225 237, particolarmente la p. 227.

e applicando il teorema di Clairaut per avere lo schiacciamento e gli altri coefficienti della sua formola, ottenne per la massima distanza fra lo sferoide normale del geoide e l'ellissoide di eguale schiacciamento, e facendo $a = 6377397$, le espressioni seguenti, dedotte da due differenti espressioni trovate da Borenius, con osservazioni della gravità al suo tempo, rispettivamente

Sferoide sopra l'ellissoide al massimo $+ 9^m,3$

" " " " $- 76$;

dalla formola di Paucker ebbe

Sferoide sopra l'ellissoide al massimo $- 114^m$.

Nel 1900 Giorgio Darwin pubblicò nelle " Monthly Notices of the Royal Astronomical Society ", la Memoria già menzionata intitolata: *The Theory of the figure of the Earth carried to the second order of small quantities*: questa fu stampata poi anche nel volume dei *Scientific Papers* del medesimo autore (Cambridge, University Press, 1910), pp. 78-118. Nell'introduzione a questa Memoria il sig. Darwin scrive quanto segue: " Nel secondo volume della sua " *Höhere Geodäsie*, il dott. Helmert ha anche investigato la formola " per la gravità fino al secondo ordine di piccole quantità. L'espres- " sione della gravità che egli paragonò coi risultati degli espe- " rimenti del pendolo, fu presa come non avente alcun termine " dipendente dalla quarta potenza del seno della latitudine. I ri- " sultati degli esperimenti sono alquanto irregolari, e non vi " era alcun vantaggio nell'inclusione di un tal termine; conse- " guentemente il dott. Helmert ammise, che un tal termine è " di fatto evanescente, e accennò che ciò implica che la super- " ficie della Terra è elevata sul vero ellissoide, invece di essere " depressa sotto di esso, nelle latitudini medie. Non vi può, io " penso, esservi alcun dubbio che debba esservi una depressione, " e perciò sembra che sarebbe più sicuro di adottare una for- " mola tale quale io l'ho data al § 6 (41) per le future ridu- " zioni delle osservazioni pendolari ".

La formola per la gravità alla quale allude Darwin, che si riferisce al livello del mare, è la seguente:

$$g = g_e (1 + b \cos^2 \lambda - 0{,}0000295 \operatorname{sen}^2 \lambda \cos^2 \lambda)$$

ove g e g_e sono la gravità alla colatitudine λ e all'equatore $b = \frac{g_p - g_e}{g_e}$, g_p essendo la gravità al polo.

Per le formole della gravità proposte dopo quella di Darwin (1900), vedasi il nostro lavoro: *I concetti moderni sulla figura matematica della Terra*, note otto, negli " Atti dell'Accademia delle Scienze di Torino „, per gli anni 1904-6-7-8.

L'affermazione che Darwin attribuisce ad Helmert, nel passo che qui trascrivo a scanso di equivoci: " and pointed out that " this implies that the Earth's surface is elevated about the " true ellipsoid, instead of being depressed below it in middle " latitudes „, e che chiude il cenno sull'opera di Helmert su questo argomento, è senza dubbio contenuta nelle parole che qui traduciamo (*Theorieen*, II, p. 90), e che seguono l'esposizione del risultato di Bruns, da noi pur riferito più sopra: " Evidentemente a tutto rigore g al livello del mare non è più fornito " solo dall'espressione $g = g_e(1 + \beta \operatorname{sen}^2 B)$, ma si presentano " ancora termini in $\operatorname{sen}^4 B$ e seguenti, i quali però possono prendere solo valori molto piccoli, come d'altronde già segue dalla " tenue differenza fra le massime elevazioni 13 e 19 metri „. In nessun altro passo di Helmert trovo espressioni che giustifichino l'affermazione che Darwin gli attribuisce.

A risultati perfettamente concordanti con quello di Helmert da noi riferito a p. 167, giunse Callandreau in un suo notevole studio. Intorno ad esso, ecco quanto scrive Darwin a p. 79 del suo volume:

" Nel volume XIX (1889, pp. E, 1-84) degli ' Annales de " l'Observatoire de Paris ', il sig. Callandreau ha svolto un'elaborata investigazione dei problemi considerati in questo scritto. " La pubblicazione del mio lavoro avrebbe potuto, per fermo, " non essere necessaria, se non fosse che il mio procedimento " è a mio avviso più semplice del suo, e che le mie formole " sono presentate in una forma più trattabile. Tuttavia, per " qualche rispetto, ad esempio nella soluzione numerica delle " equazioni differenziali, ho portato il lavoro alquanto più lontano " di quanto egli abbia fatto; ma d'altra parte egli considerò " alcuni punti interessanti, che io non tocco. I nostri due metodi differiscono nei particolari dal principio al fine, e sarebbe " piuttosto fastidioso il confrontarli punto per punto. Io fui contento nel riconoscere che noi navighiamo lungo rotte parallele. Il sig. Callandreau scrisse anche una breve ma importante Nota sullo stesso argomento nel ' Bulletin Astronomique ' " pel 1897 „.

A p. 102 Darwin scrive:

" Il sig. Callandreau non risolse la sua equazione differen-
" ziale che corrisponde colla mia, ma egli conchiude che la de-
" pressione alla latitudine 45° deve essere minore di 5 metri ".

A p. 117 poi scrive ancora:

" Si è asserito nell'introduzione che il sig. Callandreau ha
" trattato questi problemi con metodi alquanto diversi dal mio.
" Egli concluse, ma senza risolvere definitivamente l'equazione
" differenziale, che la depressione alla latitudine di 45° deve
" essere minore di 5 metri ".

Quest'asserzione di Darwin si riferisce ad una nota a p. E. 51 dello scritto di Callandreau, che così è: " La dépression ne dé-
" passerait guère 5^m vers la latitude de 45° ". Ma nel testo alla pagina medesima si legge: " Une conséquence dans le cas de
" la Terre est que la dépression de l'ellipsoïde, maximum à
" 45 degrés de latitude ne saurait atteindre 7^m ". Ma di ciò Darwin non ha tenuto conto.

Il sig. Hamy, una delle più sicure e riconosciute autorità su questo argomento, da me interpellato al riguardo, ebbe la cortesia di scrivermi quanto segue, e molto ne lo ringrazio, a proposito dell'affermazione contenuta nella nota di Callandreau:
" Mais ce résultat fondé sur un calcul très critiquable ne saurait
" infirmer en rien la première conclusion. La limite de 7^m obtenue
" suppose admise une formule proposée par Radeau ".

Darwin ha ignorato l'esistenza di una nota di Callandreau pubblicata nei " Comptes-Rendus de l'Académie des Sciences ", tomo CX, 1890, intitolata: *Écart entre la surface de la Terre supposée fluide et celle d'un ellipsoïde de révolution ayant mêmes axes.* Il " Bulletin astronomique ", tomo VII, 1890, p. 239, così scrive di quella Nota di Callandreau: " L'écart en question est
" de l'ordre du carré de l'aplatissement; la théorie de Clairaut,
" étendue aux termes de l'ordre du carré de l'aplatissement,
" montre que la surface fluide est *déprimée* relativement à l'el-
" lipsoïde; et M. Callandreau trouve que le maximum de cette
" dépression pour la latitude de 45°, atteint au plus $9^m,1$: ce
" chiffre est précisément conforme aux évaluations de M. Helmert,
" dans sa *Géodésie Supérieure*, tom. II, chap. II, § 36, p. 136 ".
Il numero — 9^m, già da noi riferito, sta a p. 140.

Il sig. Hamy, al riguardo mi scrisse: " C'est en laissant

" toute supposition de côté que Callandreau a obtenu la limite " inférieure de 9^m, pour la dépression de l'ellipsoïde „.

Nel volume XXII pel 1890 (1893) del " Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik „, p. 1196, leggesi quanto segue: " In " seguito a lavori pubblicati da Tisserand e Radau nei ' Comptes-" Rendus ' pel 1884 e 1885, l'autore (Callandreau) viene a com-" pletare la sua Memoria contenuta nel volume XIX degli ' An-" nali dell'Osservatorio di Parigi '. La massima depressione della " terra fluida rispetto all'ellissoide di rivoluzione sotto la lati-" tudine di 45 gradi raggiunge al massimo 9^m,1, coincidente col " risultato che Helmert ottenne nel volume II della sua *Geo-" desia Superiore* „.

Helmert si valse varie volte sempre con citazioni dei risultati di Darwin, ma, per quanto mi consta, non ebbe mai neppure una parola circa l'asserzione di lui a suo riguardo, che dimostrammo infondata. Darwin, a sua volta, scrive di Helmert con molta deferenza e riguardo, e si dichiara a lui debitore di informazioni notevoli mentre egli stava scrivendo il suo lavoro.

Rimane quindi provato che Helmert ha ampiamente riconosciuto ed esattamente calcolato la *depressione* della Terra fluida rispetto all'ellissoide di eguali assi alle latitudini medie.

Helmert, il più grande geodeta, dopo Bessel, fu rapito alla scienza durante la guerra: ma sia detto a sua maggior gloria, egli non firmò il manifesto dei dotti tedeschi a giustificazione della guerra scatenata, flagello immane, sull'umanità dalla Germania. Nessuna nube offusca la gloria di quel grande, ed il nome di F. Roberto Helmert [1] suonerà alto e puro finchè la vera ed onesta scienza avrà culto fra gli uomini.

---

[1] F. Roberto Helmert nacque a Freiberg in Sassonia il 31 luglio 1843, morì a Potsdam il 15 giugno 1917.

Osservazioni cristallografiche sull'azzurrite di Gonnesa (Cagliari) (1)

Nota di FAUSTA BALZAC

Pochissimi giacimenti italiani di azzurrite sono stati finora descritti cristallograficamente.

Infatti, dopo il prof. Riva che nel 1899 trattò dell'azzurrite di Rosas nel Sulcis (2), descrivendo cristalli piccolissimi, costantemente allungati secondo l'asse *y*, ed il prof. Zambonini che nel 1907 ne descrisse alcuni provenienti dal Timpone Rosso, presso Lagonegro (3), non si ebbero che le notizie del Millosevich relative al giacimento del Castello di Bonvei, presso Mara (4), in cui l'azzurrite si presenta in struttura concentrico-lamellare, e nel 1913, infine, lo studio del prof. Manasse sull'azzurrite di Calabona, presso Alghero (5), i cui cristalli però, pur essendo, almeno in parte, abbastanza ricchi di faccie, presentano sempre l'abito più comune per la specie e tutte forme già note.

Ora, avendo il prof. Zambonini avuto dal dott. Crida un campioncino proveniente dal giacimento di Gonnesa, in provincia di Cagliari, con cristalli di *habitus* non comune, credette non privo d'interesse il farne fare la determinazione cristallografica,

---

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di mineralogia della R. Università di Torino, diretto dal prof. Ferruccio Zambonini.

(2) C. Riva, *Sopra la formazione diabasica e sopra alcuni minerali di Rosas nel Sulcis.* " Rendiconti R. Istituto Lombardo ", 1899, XXXII, 344.

(3) F. Zambonini, *Notizia cristallografica sull'azzurrite del Timpone Rosso presso Lagonegro.* " Rend. Acc. Lincei ", 1907, XVI, 2° sem., 737.

(4) F. Millosevich, *Appunti di mineralogia Sarda. Il giacimento di azzurrite del Castello di Bonvei.* " Rend. Acc. Lincei ", XV (1906), II, 732.

(5) E. Manasse, *Azzurrite di Calabona presso Alghero.* " Memorie Società Toscana di Scienze Naturali ".

e, cortesemente, me ne affidò l'incarico, del che mi è grato ringraziarlo.

I cristalli ch'ebbi in esame si prestano assai bene a misure goniometriche, avendo faccie lucentissime. Essi tappezzano le pareti delle fenditure di una roccia argilloso-quarzifera, molto ricca in venule e cristallini di quarzo.

Alcuni, tabulari secondo }001{, sono abbastanza ricchi di forme, in altri, tabulari secondo }100{, è notevole l'allungamento secondo l'asse *z*. I primi, secondo l'asse *y*, raggiungono al massimo la lunghezza di mm. 3, i secondi di mm. 5, lungo *z*.

Le forme complessivamente osservate sono le seguenti:

a }100{ *c* }001{ *b* }010{ σ }101{ θ }$\bar{1}01${ *v* }$\bar{2}01${

μ }$\bar{3}02${ *m* }110{ *p* }021{ *X* }032{ *h* }221{ *t* }$\bar{2}25${

fra le quali, la }010{ è rara, e la }032{ è nuova per l'azzurrite, almeno secondo la bibliografia che ho potuto consultare. Quanto a }$\bar{2}25${, essa è nuova per i giacimenti di Sardegna.

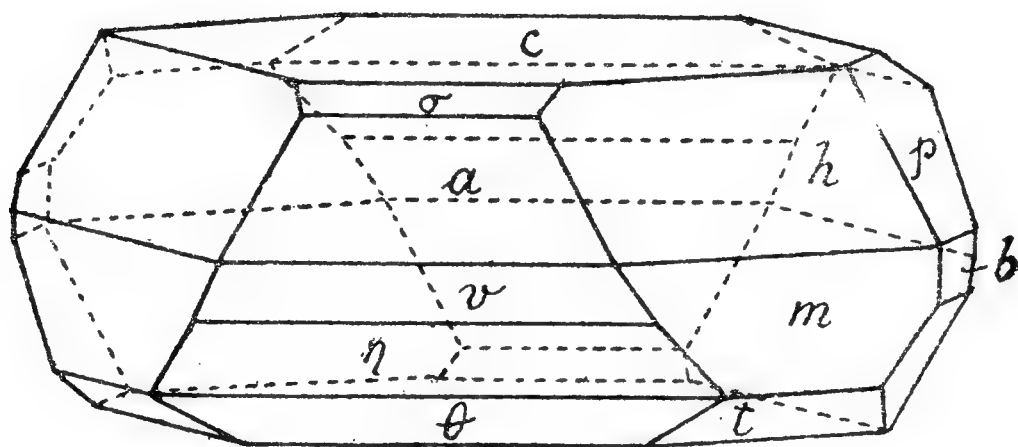



Fig. 1.

Nella fig. 1 ho rappresentato, ridotto a modello, il più caratteristico fra i cristalli allungati nella direzione dell'asse *y*, il quale raggiunge le dimensioni di mm. 3×2×2.

In esso tutte le faccie, abbastanza lucenti, hanno permesso misure discretamente buone. Estese quelle dei pinacoidi }001{ e }100{ e dei prismi }110{ e }221{, sono meno sviluppate quelle delle forme }021{ }101{ }$20\bar{1}${ }$30\bar{2}${ }$\bar{2}25${, e piccolissimo, poi, è il pinacoide }010{.

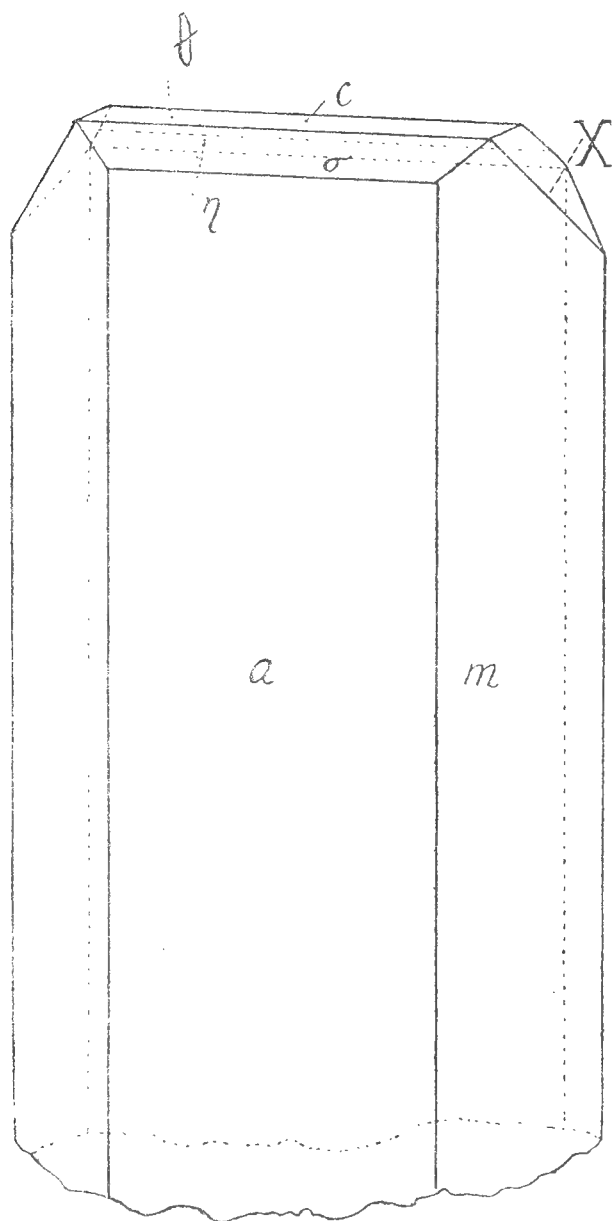
La forma }$\bar{2}25${ presenta un interesse tutt'affatto particolare, perchè è una delle più rare nella azzurrite. Fu osservata da Zippe e descritta nel 1831 nella sua memoria fondamentale

per la morfologia dell'azzurrite (1). Miller le assegnò erroneamente il simbolo }125{, ma Schrauf, nella sua ben nota monografia (2), notò che, in base al disegno ed ai legami di zona indicati nettamente dallo Zippe, alla forma osservata dal mineralista boemo spetta effettivamente il simbolo }$\bar{2}$25{ (}$\bar{1}$15{ nella orientazione di Schrauf).

Il prisma }$\bar{2}$25{ deve essere, certamente, assai raro, e non sembra sia stato più trovato. È una, infatti, delle pochissime forme non osservate personalmente dallo Schrauf; non è ricordata da Lacroix per i cristalli di Chessy (3), e non si trova riportata nemmeno nei lavori più importanti dell'ultimo trentennio, quali quelli di Farrington, di Zimanyi, di Hobbs, di Anderson, di Steiner, di Toborffy, ecc., sui cristalli dell'Arizona, del Laurion, del Wisconsin, dell'Australia e dell'Africa meridionale.

Fig. 2.

Nel mio cristallo io l'ho osservata con una nitida faccetta, che ha permesso una misura abbastanza buona.

Nella fig. 2 ho cercato, invece, di riprodurre al naturale uno dei cristalli allungati secondo l'asse verticale. Tale *habitus* raramente si osserva in cristalli di azzurrite provenienti da altri giacimenti. Infatti il Lévy (4) figura dei cristalli provenienti da Chessy, presso Lione, che hanno questo aspetto, ma presentano però combinate le sole forme }001{, }110{ e }111{.

---

(1) " Pogg. Ann. ", 1831, XXII, 393.

(2) " Sitzungsberichte Wiener Akad. der Wissensch. ", 1871, LXIV (1), 123.

(3) *Minéralogie de la France et de ses Colonies*, III, 751.

(4) *Description d'une collection de minéraux, etc.*, Fig. 2, Pl. LXIII dell'atlante.

I cristalli " prismatici „ di Chessy, figurati da Schrauf e da Lacroix, sono generalmente più o meno schiacciati secondo la base; quelli, pure detti " prismatici „, dell'Arizona, descritti dal Farrington (1), presentano molto estese le forme }110{, }221{, }101{.

Il cristallo da me osservato, invece, è molto allungato secondo *z* e, pur essendo tabulare secondo la }100{, ha abbastanza sviluppate le faccie del prisma }110{, un po' più ridotte ancora quelle di }101{, }001{, }$\bar{1}$01{ e }$\bar{3}$02{, ed esili, ma nitide, quelle del prisma }032{, nuovo per il minerale.

Sebbene queste ultime io le abbia misurate ad una sola estremità, essendo il cristallo impiantato per l'opposta di *z*, le misure sono assai buone, ed il nuovo simbolo rimane stabilito con certezza, come lo prova l'accordo discreto tra i valori ottenuti e quelli calcolati in base alle costanti proposte dal Manasse per l'azzurrite di Calabona, e che sono certamente migliori di quelle calcolate dallo Schrauf e generalmente adottate, l'inesattezza delle quali risultava già chiara dagli studi di Farrington e specialmente di Toborffy (2).

Angoli	Valori misurati	Valori calcolati
(032) : (110)	57° 28′	57° 24′ 1/2
(032) : (100)	88° 36′	88° 36′ 1/2.

Nella tabella che segue ho raccolte le misure che hanno servito all'identificazione delle forme precedentemente menzionate.

---

(1) *Crystallised Azurite from Arizona.* " Amer. Journ. Sc. „, 1891 (3), XLI, 300.

(2) *Ueber Kupferlasur und Weisbleierz von Tsumeb,* " Zeit. für Kryst. „, 1913, LII, 225.

Angoli	Misure medie	Valori calcolati
(001) : (101)	44° 37′	44° 48′
(001) : ($\bar{1}$01)	47° 8′	47° 12′
(001) : ($\bar{2}$01)	66° 8′	66° 7′
(001) : (302)	59° 7′	58° 52′
(001) : (110)	88° 9′	88° 14′
(001) : (021)	60° 27′	60° 36′
(001) : (221)	68° 10′	68° 19′
(001) : ($\bar{2}$25)	29° 0′	29° ½′
(001) : (100)	87° 40′	87° 41′
(100) : (101)	42° 58′	42° 53′
(100) : (10$\bar{1}$)	45° 11′	45° 7′
(100) : (20$\bar{1}$)	26° 12′	26° 12′
(100) : (30$\bar{2}$)	33° 15′	33° 26′ ½
(100) : (110)	40° 26′	40° 35′ ½
(100) : (032)	88° 36′	88° 36′ ½
(110) : (032)	57° 28′	57° 24′ ½

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

PUBBLICAZIONI FATTE SOTTO GLI AUSPICI DELL'ACCADEMIA

Il Messale miniato del card. Nicolò Roselli detto il cardinale d'Aragona. Codice della Biblioteca nazionale di Torino riprodotto in fac-simile per cura di **C. Frati, A. Baudi di Vesme** e **C. Cipolla.**

Torino, Fratelli Bocca editori, 1906, 1 vol. in-f° di 32 pp. e 134 tavole in fotocollografia.

Il codice evangelico *k* della Biblioteca Universitaria nazionale di Torino, riprodotto in fac-simile per cura di **C. Cipolla, G. De Sanctis** e **P. Fedele.**

Torino, Casa editrice G. Molfese, 1913, 1 vol. in-4° di 70 pagg. e 96 tav.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 14 Dicembre 1919 . *Pag.* 89

Zoppetti (Luigi). — L'abito fogliare nelle siepi di Ligustro . „ 91

Sacco (Federico). — Le Oscillazioni glaciali (con una tavola) . „ 99

Zanotti Bianco (Ottavio). — I concetti moderni sulla figura matematica della Terra. Appunti per la storia della geodesia. — Nota IX: Il divario fra l'ellissoide e la terra fluida . . „ 118

Balzac (Fausta). — Osservazioni cristallografiche sull'azzurrite di Gonnesa (Cagliari) . . . . „ 132

Tip. Vincenzo Bona — Torino

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. LV, Disp. 4ª, 1919-1920

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 3.
1920

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 28 Dicembre 1919

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci SALVADORI, SEGRE, PEANO, JADANZA, GUIDI, MATTIROLO, GRASSI, PANETTI, PONZIO, SACCO e PARONA Segretario.

Scusa l'assenza il Senatore D'OVIDIO, Direttore della Classe.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Socio JADANZA commemora il Socio corrispondente Vincenzo REINA, ed il Presidente lo ringrazia, rinnovando l'espressione di cordoglio per la morte immatura del compianto collega, e dice che la commemorazione sarà stampata negli *Atti*.

Il Socio SACCO presenta in omaggio tre sue pubblicazioni: *Ritorniamo alla Sorgente ... alla Natura; La formazione geologica dell'Italia; I serbatoi montani.* E tre pubblicazioni pure in omaggio offre il Socio PEANO: *Sulla forma dei segni di algebra; Le definizioni per astrazione; Tavole numeriche.* Il Presidente ringrazia.

Il Segretario, a nome del Senatore D'OVIDIO, presenta una Nota del Prof. F. GERBALDI, *Sulla scomposizione di una forma binaria biquadratica nella somma di due quadrati.*

Il Socio PANETTI presenta una Nota, *Ricerche sperimentali sui valori del titolo in benzina della miscela di alimentazione dei motori a scoppio,* dell'Ing. Guido GUIDI.

Le due Note sono accolte per la stampa negli *Atti.*

LETTURE

COMMEMORAZIONE

del Socio corrispondente

Prof. VINCENZO REINA

fatta dal Socio naz. resid. N. JADANZA

Il giorno 9 novembre 1919 moriva nella città di Como il nostro socio corrispondente Conte VINCENZO REINA, professore di Geodesia e Geometria pratica nella R. Scuola degli Ingegneri di Roma, a soli 57 anni!

La sua morte ha addolorato quanti sono i cultori della Geodesia in Italia ed è stata appresa con rammarico da quanti ebbero la ventura di conoscerlo.

Il prof. Reina era nato a Como il 22 novembre 1862 da *Francesco* ed *Antonietta de Orchi*. Allievo del Collegio Ghislieri di Pavia, ebbe in quella Università la Laurea di Dottore in Matematiche il 14 novembre 1885 con pieni voti e lode. Nel 1° ottobre 1887 fu nominato Assistente di Geodesia del prof. Pucci nella Scuola degl'Ingegneri di Roma, e negli anni scolastici 1890 e 1891 fu incaricato dell' insegnamento di esercitazioni matematiche in quella Scuola. In seguito alla morte del professore Pucci, avvenuta nel marzo 1891, ebbe l'incarico della Geodesia e della Geometria differenziale. Libero docente di Geodesia nel maggio 1892. Nell'aprile 1894, dopo la morte del professore Pitocchi, ebbe anche l'incarico della Geometria pratica. Nominato straordinario di Geodesia e Geometria pratica nel 1895, fu promosso ordinario il 6 novembre 1900 (*). Eletto socio corri-

(*) È degno di nota il seguente fatto. Il REINA fu nominato Straordinario *senza concorso* dal Ministro GUIDO BACCELLI. Un anno dopo fece aprire il concorso, che Egli vinse.

spondente dell'Accademia dei Lincei il 12 luglio 1905, divenne socio nazionale il 17 febbraio 1916, e Segretario aggiunto il 2 febbraio 1919. Fu Segretario della Società Italiana per il Progresso delle Scienze dal 23 ottobre 1918 in poi, e membro della R. Commissione Geodetica Italiana, di cui attualmente era uno dei Segretari.

L'attività scientifica del Reina si manifestò ben presto dapprima con note di matematica pura, quali sono quelle indicate coi numeri 1, 2, 3, 4 dell'annesso elenco, e poi con lavori attinenti specialmente alla Geodesia ed all'Astronomia geodetica. Sono relative alla Geodesia elementare o Geometria pratica le pubblicazioni notate coi numeri 5, 7, 8. È di somma importanza la Memoria sulla *Lunghezza del pendolo semplice a secondi in Roma*. In essa rende conto delle esperienze fatte in Roma dai professori *Pisati* e *Pucci*, che, per la loro morte immatura, non poterono pubblicarle. Tali esperienze, fatte con molta cura ed abnegazione dai due benemeriti Professori, ebbero una piena conferma da quelle fatte a *Potsdam* parecchi anni dopo, come rilevasi dalla nota che ha per titolo: *Confronto fra il valore assoluto della gravità determinato a Roma e quello determinato a Potsdam.*

Nel 1902 ebbe il premio Reale dell'Accademia dei Lincei per le determinazioni Astronomico-Geodetiche eseguite lungo il meridiano di Roma e conseguente determinazione del profilo del Geoide. Con l'apparato pendolare Sternek a mensola, da Lui modificato per rendere minima e misurabile la oscillazione del supporto, Egli ha fatto due campagne gravimetriche negli anni 1912 e 1913, i cui risultati si trovano esposti nelle due importanti Memorie pubblicate a cura della Commissione Geodetica Italiana, aventi per titoto:

Determinazioni di gravità relativa, compiute nel 1912 a Roma, Arcetri, Livorno, Genova, Vienna e Potsdam in collaborazione dell'ing. G. Cassinis.

Determinazioni di Latitudine astronomica e di gravità relativa eseguite in Umbria ed in Toscana nel 1913 da V. Reina e G. Cassinis.

Prese anche parte ai lavori geodetici per la *Società Glaciologica Italiana.*

Cultore di Matematica applicata, ebbe sempre in mente di rimuovere l'abuso che molti matematici puri facevano e fanno

a danno delle scienze applicate, e questa idea, che ora è invalsa nella maggior parte delle Scuole d'Ingegneri, secondo la quale le discipline matematiche che ivi s'insegnano, debbono limitarsi a quanto può essere utile nelle applicazioni, non tarderà ad estendere la sua influenza anche nelle scuole secondarie. Potrà così avverarsi ciò che il prof. Reina dice in un suo scritto *(Matematica di precisione e Matematica di approssimazione)*:

" Ora io vorrei formulare il voto che anche nelle scuole " medie la Matematica non si irrigidisca in forme puramente " scolastiche, non dimentichi le sue prime origini che sono spe- " rimentali, e, dal contatto colla natura e col regno dei fatti, " tragga vita e vigore ed alimento ad ulteriori progressi „.

Alla sua memoria mando un reverente saluto a nome di quanti hanno deplorato la sua immatura perdita e specialmente a nome della Commissione Geodetica Italiana, di cui era il maggiore decoro.

Dicembre 1919.

ELENCO DELLE PUBBLICAZIONI

del Prof. Vincenzo Reina.

1. *Sugli oricicli delle superficie pseudo-sferiche* (" Rend. Acc. Lincei „, vol. V, 1889).
2. *Di alcune proprietà delle linee caratteristiche* (" Rend. Acc. Lincei „, vol. V, 1889).
3. *Sulle linee coniugate di una superficie.* Note I e II (" Rend. Accad. Lincei „, vol. VI, 1° semestre 1890).
4. *Di alcune formule relative alla teoria delle superficie* (" Rend. Acc. Lincei „, vol. VI, 2° semestre 1890).
5. *Della Compensazione nel Problema di Hansen* (" Atti della R. Acc. Scienze di Torino „, 1891).
6. *Sulla determinazione dei raggi di curvatura di una superficie per mezzo di misure locali sopra di essa* (" Rend. Acc. Lincei „, vol. II, 2° semestre 1893).
7. *Collegamento della Specola geodetica di S. Pietro in Vincoli cogli Osservatorî astronomici del Collegio Romano e del Campidoglio* (" Rend. Acc. Lincei „, vol. II, 1° semestre 1893).

8. *Il calcolo di compensazione nel Problema generale di Hansen* (" Rivista di Topografia e Catasto ", 1894).
9. *Azimut assoluto di M.te Cavo sull'orizzonte della Specola geodetica di S. Pietro in Vincoli in Roma* (a cura della Commissione Geodetica Italiana, Padova, Tipografia del Seminario, 1894).
10. *Sulla lunghezza del pendolo semplice a secondi in Roma* (Esperienze eseguite dai professori G. Pisati ed E. Pucci pubblicate per cura di V. Reina) (" Memorie Acc. Lincei ", serie 5ª, vol. I, 1894).
11. *Sulla determinazione della distanza tra due punti per mezzo di misure angolari nei punti stessi* ("Riv. di Topogr. e Catasto", 1894).
12. *L'attrazione locale nella Specola geodetica di S. Pietro in Vincoli* (" Rend. Acc. Lincei ", vol. IV, 1º semestre 1895).
13. *Ricerche sul coefficiente di rifrazione terrestre eseguite in Roma nel 1895 in collaborazione col prof.* G. Cicconetti (" Memorie della Soc. delle Scienze, detta dei XL ", Serie 3ª, Tomo X, 1896).
14. *Una nuova forma di Tacheometro riduttore* (" Riv. di Topografia e Catasto ", 1896).
15. *Determinazione astronomica della latitudine di M.te Soratte nel 1900* (" Rend. Acc. Lincei ", vol. X, 1º semestre 1901).
16. *Determinazioni astronomiche di latitudine e di azimut eseguite lungo il meridiano di Roma* (Pubblic. della R. Commissione Geod. Ital., Firenze, 1903).
17. *Determinazioni astronomiche di latitudine eseguite a Venezia, Donada e Comacchio nel 1903* (" Rend. Accad. Lincei ", vol. XIII, 1º semestre 1904).
18. *Determinazioni astronomiche di latitudine e di azimut eseguite a Oderzo, Col Brombolo e Calolzo nel 1904* (" Rend. Acc. Lincei ", vol. XVI, 1º semestre 1906).
19. *Determinazioni astronomiche di latitudine e di azimut eseguite all'isola di Ponza ed a Monte Circeo nel 1905* (" Rend. Accad. Lincei ", 1907).
20. *Rilievo planimetrico e altimetrico di Villa Adriana, eseguito dagli Allievi della Scuola degl'Ingegneri di Roma nel 1905* (" Notizie degli Scavi ", anno 1906, fascicolo 8º).
21. *Confronto fra il valore assoluto della gravità determinato a Roma e quello determinato a Potsdam* (" Rend. Acc. Lincei ", vol. XV, 2º semestre).
22. *Sulla teoria delle proiezioni quantitative* (" Rend. Accad. Lincei ", vol. VI, 2º semestre 1897).
23. *Differenza di longitudine fra Milano* (Osservatorio di Brera) *e Roma* (Monte Mario), *in collaborazione con* E. Bianchi, L. Gabba *e* G. A. Favaro (Pubblicazioni della R. Commissione Geod. Ital., Bologna, 1912).

24. *Matematica di precisione e Matematica di approssimazione* (“ Atti del III Congresso della *Mathesis* „, 1913).

25. *Determinazioni di gravità relativa compiute nel 1912 a Roma, Arcetri, Livorno, Genova, Vienna e Potsdam, in collaborazione dell'ingegnere* G. Cassinis (Pubblicazioni della R. Comm. Geodetica Italiana, Roma, 1913).

26. *Commemorazione del Corrispondente prof.* Adolfo Venturi (“ Rend. Acc. Lincei „, vol. XXIV, 1° semestre 1915).

27. *Determinazioni di latitudine astronomica e di gravità relativa eseguite in Umbria ed in Toscana da* V. Reina *e* G. Cassinis (Pubblicazioni della R. Commissione Geodetica Ital., Roma, 1915).

28. *Strumenti Diottrici* (Manuale Hoepli, volume di pagine XIV-202 e 103 figure nel testo, 1908).

Sulla scomposizione di una forma binaria biquadratica nella somma di due quadrati

Nota del Prof. F. GERBALDI

La Nota del Prof. L. Brusotti, dallo stesso titolo di questa [" Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino „, vol. LV (1919-20), p. 63], parmi interessante non solo per il modo semplice, col quale egli dimostra un teorema sulla scomposizione di una forma binaria biquadratica nella somma di due quadrati, che io ho trovato incidentalmente nelle mie ricerche sulle frazioni continue di Halphen (*), ma più ancora per il complemento, che egli vi apporta, mercè il quale il teorema ora si può enunciare nella forma seguente:

" Una forma binaria biquadratica si può in infiniti modi " decomporre nella somma dei quadrati di due forme quadra- " tiche; in una *qualunque* di queste decomposizioni *ciascuna* " delle quadratiche ha per radici due punti, che appartengono " l'uno alla terza polare dell'altro rispetto al covariante sestico " della biquadratica „.

Quella Nota mi offre l'occasione di ritornare sull'argomento, per studiare altre proprietà delle forme quadratiche considerate nel teorema.

1. — Queste forme quadratiche si trovano già costruite nella citata mia Nota, ed in virtù dell'estensione data dal Brusotti al teorema, si possono tutte comprendere nell'espressione da me designata con A (l. c., pag. 777). Si ha:

$$A = \sqrt{p_0}\,[1 + q_1 s + \lambda s^2]\,;$$

(*) *Simmetria e periodicità nelle frazioni continue di* Halphen [" Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino „, vol. LIII (1918)].

e, siccome:

$$q_1 = \frac{2p_1}{p_0}, \qquad \lambda = \frac{p_2 - l}{p_0};$$

si può scrivere:

$$(1) \qquad A = \frac{1}{\sqrt{p_0}} (p_0 + 2p_1 s + p_2 s^2 - l s^2).$$

Qui l denota una qualunque delle radici l_1, l_2, l_3 della risolvente cubica:

$$(2) \qquad l^3 - \frac{1}{2} il - \frac{1}{3} j = 0;$$

inoltre:

$$s = x - \xi, \quad p_0 = X(\xi), \quad p_1 = \frac{1}{4} X'(\xi), \quad p_2 = \frac{1}{12} X''(\xi).$$

Sostituendo, si trova per A l'espressione esplicita:

$$(3) \quad A = \frac{1}{\sqrt{X(\xi)}} [(a_0\xi^2 + 2a_1\xi + a_2) x^2 + 2(a_1\xi^2 + 2a_2\xi + a_3) x + (a_2\xi^2 + 2a_3\xi + a_4) - l(x - \xi)^2],$$

ossia in notazione simbolica:

$$(3^{bis}) \qquad A = \frac{1}{\sqrt{X(\xi_1, \xi_2)}} [a_\xi^2 a_x^2 - l(\xi x)^2],$$

essendo:

$$X(x_1, x_2) = a_x^4 = a_0 x_1^4 + 4a_1 x_1^3 x_2 + \ldots + a_4 x_2^4.$$

2. — I polinomi A formano tre serie, caratterizzate dai tre valori sopradetti di l, quando si attribuiscono al parametro $\xi \left(= \frac{\xi_1}{\xi_2}\right)$ tutti gli infiniti valori, esclusi quelli che sono radici della biquadratica data. Denoterò con $A_\xi^{(i)}$ il polinomio che appartiene alla serie caratterizzata da l_i $(i = 1, 2, 3)$ ed ha il parametro ξ.

Intanto, per una qualunque decomposizione di X nella somma di due quadrati, si ha:

$$(4) \qquad X = A^2 + A'^2.$$

I due polinomi A, A', che entrano in una stessa decomposizione e che dirò *complementari*, appartengono ad una stessa serie. Infatti, se sussiste la (4) e se ξ, ξ' sono i parametri di A, A', per quanto ho stabilito al N. 4 della mia Nota sopra citata (pag. 776), A' ha per radice ξ e similmente A ha per radice ξ'; quindi, se si pone:

$$A = A_\xi^{(i)}, \qquad A' = A_{\xi'}^{(k)},$$

segue:

$$a_\xi^2 a_{\xi'}^2 - l_i (\xi\xi')^2 = 0\,, \qquad a_\xi^2 a_{\xi'}^2 - l_k (\xi\xi')^2 = 0\,;$$

tengasi presente che $(\xi\xi') \neq 0$; perchè, se fosse $(\xi\xi') = 0$, ne verrebbe $X(\xi_1, \xi_2) = 0$, ciò che è escluso; e si conclude $l_i = l_k$.

Da quanto precede si deduce inoltre: Se due polinomi $A_\xi^{(i)}$, $A_{\xi'}^{(i)}$ sono complementari, i loro parametri ξ, ξ' $(\xi \neq \xi')$ soddisfano l'equazione:

$$a_\xi^2 a_{\xi'}^2 - l_i (\xi\xi')^2 = 0\,, \tag{5}$$

ossia:

$$\begin{aligned} a_0 \xi^2\xi'^2 + 2a_1\xi\xi'(\xi + \xi') + (a_2 - l_i)(\xi^2 + \xi'^2) \\ + (4a_2 + 2l_i)\xi\xi' + 2a_3(\xi + \xi') + a_4 = 0. \end{aligned} \tag{5^{bis}}$$

Quest'equazione rappresenta, per $i = 1, 2, 3$, tre notevoli corrispondenze [2, 2] involutorie, che denoterò con *corrispondenze* $\}i\{$. Il polinomio $A_\xi^{(i)}$ ha per radici i due valori di ξ', che corrispondono al parametro ξ nella corrispondenza $\}i\{$.

3. — Considero il fascio di corrispondenze [2, 2] tutte involutorie:

$$a_\xi^2 a_{\xi'}^2 - l\,(\xi\xi')^2 = 0\,,$$

determinato dal secondo sistema polare rispetto alla biquadratica data e dal quadrato della corrispondenza identica. In questo fascio vi sono tre corrispondenze cicliche, con cicli di 4° ordine; esse sono precisamente le corrispondenze $\}i\{$. Infatti, si formi l'invariante i_3 d'una corrispondenza generica del fascio; esso è (*):

(*) V. la mia Nota: *Le frazioni continue di* Halphen *in relazione colle corrispondenze* [2, 2] *involutorie*, ecc. (“Rendic. Circ. Matem. di Palermo”, t. XLIII).

$$(6) \qquad D(l) = \begin{vmatrix} a_0 & 2a_1 & a_2 - l \\ 2a_1 & 4a_2 + 2l & 2a_3 \\ a_2 - l & 2a_3 & a_4 \end{vmatrix};$$

eguagliandolo a zero, si ha un'equazione di 3° grado in l, che, come si vede sviluppando il determinante, coincide colla risolvente cubica (2); d'altra parte si sa che quando si annulla l'invariante i_3 la corrispondenza è ciclica, con cicli di 4° ordine.

È notevole che ogni polinomio A si ottiene, a meno di un fattor costante, dal primo membro dell'equazione (5) delle dette corrispondenze cicliche, fissando in esso il valore d'una delle due variabili, ad es. $\xi_1 : \xi_2$, e allora il fattore è $\frac{1}{\sqrt{X(\xi_1, \xi_2)}}$, ed assumendo l'altra $\xi_1' : \xi_2'$ come variabile x.

4. — In una corrispondenza $\}i\{$ siano ξ, η i punti corrispondenti ad un dato punto ξ'; al punto η corrispondono il punto ξ' ed un altro punto η'; al punto η' corrispondono il punto η ed un altro punto, che coincide con ξ; perchè, essendo la corrispondenza ciclica, con cicli di 4° ordine, si ha la successione periodica:

$$\ldots \xi,\ \xi',\ \eta,\ \eta',\ \xi,\ \xi', \ldots$$

dove i due termini contigui ad un termine qualunque sono i corrispondenti di questo. Segue che i due polinomi $A_\xi^{(i)}$, $A_\eta^{(i)}$, di 2° grado in x, hanno entrambi le radici ξ', η'; quindi essi sono tra loro eguali a meno d'un fattore k:

$$A_\xi^{(i)} = k A_\eta^{(i)}.$$

Ponendo qui una volta $x = \xi$ e l'altra volta $x = \eta$, si deduce:

$$\begin{aligned} a_\xi^2 a_\eta^2 - l_i (\xi\eta)^2 &= k \sqrt{X(\xi_1, \xi_2) \,.\, X(\eta_1, \eta_2)} \\ &= \frac{1}{k} \sqrt{X(\xi_1, \xi_2) \,.\, X(\eta_1, \eta_2)}, \end{aligned}$$

donde $k = \pm 1$; e però si ha l'identità:

$$(7) \qquad \frac{1}{\sqrt{X(\xi_1, \xi_2)}} [a_\xi^2 a_x^2 - l_i (\xi x)^2] = \frac{1}{\sqrt{X(\eta_1, \eta_2)}} [a_\eta^2 a_x^2 - l_i (\eta x)^2].$$

Si conchiude che per ciascun polinomio A si hanno due valori del parametro; a ciascuna delle radici ξ', η' d'un polinomio $A^{(i)}$ corrispondono nella corrispondenza $\}i\{$ gli stessi due valori ξ, η, che sono i valori del parametro di quel polinomio. Se due polinomi A, A' sono complementari, le due radici dell'uno sono eguali ai due valori del parametro dell'altro.

5. — Siano ancora ξ, η i due punti che corrispondono ad un dato ξ' in una corrispondenza $\}i\{$; le coppie ξ, η al variare di ξ' costituiscono un'involuzione; si ottengono così tre involuzioni $(i = 1, 2, 3)$ ed i primi membri delle loro equazioni si esprimono razionalmente nei coefficienti della biquadratica e nelle radici l_i della risolvente cubica. Infatti, si denotino con $D_{\alpha\beta}$ minori di 2° ordine del determinante $D(l)$ e con $D_{\alpha\beta}^{(i)}$ il valore di $D_{\alpha\beta}$ quando si sostituisce per l il valore l_i. Allora si ha:

$$D_{11}^{(i)} : D_{12}^{(i)} : D_{13}^{(i)} = D_{21}^{(i)}\, D_{22}^{(i)} : D_{23}^{(i)} = D_{31}^{(i)} : D_{32}^{(i)} : D_{33}^{(i)}; \tag{8}$$

e posto:

$$P = a_0\xi'^2 + 2a_1\xi' + a_2 - l_i,$$
$$Q = 2a_1\xi'^2 + (4a_2 + 2l_i)\,\xi' + 2a_3,$$
$$R = (a_2 - l_i)\,\xi'^2 + 2a_3\xi' + a_4,$$

qualunque sia ξ', si hanno le tre identità:

$$D_{\alpha 1}^{(i)} P + D_{\alpha 2}^{(i)} Q + D_{\alpha 3}^{(i)} R = 0, \qquad (i = 1, 2, 3) \tag{9}$$

dove è indifferente che per indice α si prenda uno qualunque dei numeri 1, 2, 3.

D'altra parte ξ, η sono le radici dell'equazione:

$$Px^2 + Qx + R = 0,$$

che si deduce dalla (5^{bis}), donde:

$$P(\xi + \eta) = -Q, \qquad P\xi\eta = R;$$

e ora da queste e dalle (9) si ricavano le equazioni:

$$D_{\alpha 1}^{(i)} - D_{\alpha 2}^{(i)}(\xi + \eta) + D_{\alpha 3}^{(i)}\xi\eta = 0; \tag{10}$$

queste sono precisamente le equazioni delle tre involuzioni sopradette.

6. — Tenendo presente che, per quanto si è visto sopra (n° 4), i due punti ξ, η, che in una corrispondenza $\}i\{$ corrispondono ad un dato punto ξ', sono le radici del polinomio $A_{\xi'}^{(i)}$, e che per il teorema fondamentale le radici di un polinomio A appartengono l'una alla terza polare dell'altra rispetto al covariante sestico T della biquadratica data, si conchiude che i tre punti, che formano il terzo sistema polare d'un dato punto ξ rispetto a T, sono i coniugati di ξ nelle tre involuzioni (10) e perciò essi si calcolano razionalmente per mezzo delle (10), quando si conoscono le radici l_i della risolvente cubica (*).

Osservando ancora che i punti doppi delle tre involuzioni in discorso sono radici di T, si conchiude che

$$D_{\alpha 1}^{(i)} - 2 D_{\alpha 2}^{(i)} x + D_{\alpha 3}^{(i)} x^2 \qquad (i = 1, 2, 3) \tag{11}$$

sono, a meno di fattori costanti, i tre noti fattori quadratici φ, ψ, χ di T.

Ciò si conferma anche col seguente calcolo. Sia

$$H = 2(a_0 a_2 - a_1^2)x^4 + 4(a_0 a_3 - a_1 a_2)x^3 + 2(a_0 a_4 + 2a_1 a_3 - 3a_2^2)x^2 + \ldots$$

l'Hessiana della data biquadratica, si ha:

$$2(H + lX) = D_{33}x^4 - 4D_{23}x^3 + 2(D_{13} + 2D_{22})x^2 - 4D_{12}x + D_{11};$$

donde, tenendo presenti le (8), si deduce:

$$2 D_{\alpha\alpha}(H + l_i X) = (D_{\alpha 1}^{(i)} - 2 D_{\alpha 2}^{(i)} x + D_{\alpha 3}^{(i)} x^2)^2;$$

(*) Le equazioni (10) sono da ritenersi più semplici delle altre

$$H_\xi^3 H_\eta + l_i a_\xi^3 a_\eta = 0,$$

proposte dal Prof. BRUSOTTI, perchè queste ultime contengono un fattore estraneo, che è φ_ξ^2, o ψ_ξ^2, o χ_ξ^2.

ed ancora, avendo presenti le formole:

$$H + l_1 X = -2\varphi^2, \text{ ecc.}$$

si ricava:

$$(12) \qquad D_{\alpha 1} - 2 D_{\alpha 2} x + D_{\alpha 3} x^2 = 2 \sqrt{-D_{\alpha\alpha}^{(i)}}\, \varphi, \text{ ecc.};$$

7. — Chiamo *associati* due parametri ξ, ξ', che si corrispondono in una qualunque delle tre corrispondenze $\}i\{$; per guisa che ogni parametro ξ ne ha 6 associati. L'equazione, che dà tutti e 6 gli associati di ξ, si ottiene eliminando l dalle due equazioni:

$$a_\xi^2 a_{\xi'}^2 - l(\xi\xi')^2 = 0, \qquad l^3 - \frac{1}{2} i l - \frac{1}{3} j = 0,$$

ed è:

$$(13) \qquad (a_\xi^2 a_{\xi'}^2)^3 - \frac{1}{2} i (\xi\xi')^4 a_\xi^2 a_{\xi'}^2 - \frac{1}{3} j (\xi\xi')^6 = 0.$$

Giova mettere questo risultato sotto altra forma. Si faccia la sostituzione:

$$(a) \qquad x_1 = \xi_1 y_1 + \xi_1' y_2, \qquad x_2 = \xi_2 y_1 + \xi_2' y_2;$$

e si ponga per brevità:

$$a_\xi^4 = \alpha_0, \quad a_\xi^3 a_{\xi'} = \alpha_1, \quad a_\xi^2 a_{\xi'}^2 = \alpha_2, \quad a_\xi a_{\xi'}^3 = \alpha_3, \quad a_{\xi'}^4 = \alpha_4.$$

Si ha:

$$X = a_x^4 = \alpha_0 y_1^4 + 4\alpha_1 y_1^3 y_2 + \ldots + \alpha_4 y_2^4.$$

Siccome poi $(\xi\xi')$ è il modulo della sostituzione (a) e i, j sono invarianti di pesi 4, 6, si ha inoltre:

$$\frac{1}{2} i (\xi\xi')^4 = \alpha_0 \alpha_4 - 4\alpha_1 \alpha_3 + 3\alpha_2^2,$$

$$\frac{1}{6} j (\xi\xi')^6 = \alpha_0 \alpha_2 \alpha_4 + 2\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 - \alpha_2^3 - \alpha_0 \alpha_3^2 - \alpha_1^2 \alpha_4;$$

sostituendo nella (13) si deduce:

$$(14) \qquad 3\alpha_0 \alpha_2 \alpha_4 - 2\alpha_0 \alpha_3^2 - 2\alpha_1^2 \alpha_4 = 0.$$

Questa è una notevole relazione tra i valori α_0, $\alpha_1, \ldots$ delle successive forme polari della biquadratica data, calcolate per due parametri associati ξ, ξ'.

8. — Col mezzo di questa relazione possiamo facilmente dimostrare con calcolo diretto la formola (4), che dà la scomposizione della biquadratica nella somma di due quadrati.

Supposto che ξ e ξ' siano associati ($\xi \mp \xi'$), supposto cioè:

$$(15) \qquad a_\xi^2 a_{\xi'}^2 - l_i (\xi\xi')^2 = 0 ; \quad \text{ossia:} \quad \alpha_2 = l_i (\xi\xi')^2,$$

si tratta di verificare che si ha:

$$X = [A_\xi^{(i)}]^2 + [A_{\xi'}^{(ii)}]^2.$$

Facciasi ancora la sostituzione (a); tenendo presente la (5), si ha:

$$A_\xi^{(i)} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_0}} (\alpha_0 y_1^2 + 2\alpha_1 y_1 y_2) ,$$

$$A_{\xi'}^{(i)} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_4}} (2\alpha_3 y_1 y_2 + \alpha_4 y_2^2).$$

Quadrando e sommando e tenendo conto che in virtù della (14) si ha:

$$4\frac{\alpha_1^2}{\alpha_0} + 4\frac{\alpha_3^2}{\alpha_4} = 6\alpha_2 ,$$

si deduce:

$$\begin{aligned} [A_\xi^{(i)}]^2 + [A_{\xi'}^{(i)}]^2 &= \frac{1}{\alpha_0} (\alpha_0 y_1^2 + 2\alpha_1 y_1 y_2)^2 + \frac{1}{\alpha_4} (2\alpha_3 y_1 y_2 + \alpha_4 y_2^2)^2 \\ &= \alpha_0 y_1^4 + 4\alpha_1 y_1^3 y_2 + 6\alpha_2 y_1^2 y_2^2 + 4\alpha_3 y_1 y_2^3 + \alpha_4 y_2^4 \\ &= X(x_1, x_2). \end{aligned}$$

9. — In ciascuna corrispondenza $\}i\{$ i punti doppi sono le radici della data biquadratica, e queste (come sopra si è detto) non si possono assumere come valori di parametri per i polinomi A.

Ad un punto di diramazione della corrispondenza $\}1\{$ corrispondono due punti coincidenti in uno, che è radice di φ. Se x', x'' sono le radici di φ, nella corrispondenza $\}1\{$ al punto x' corrispondono due punti di diramazione ξ', η' ed al punto x''

gli altri due punti di diramazione. Il polinomio $A_{x'}^{(1)}$ ha le radici ξ', η'; ed il polinomio complementare è un quadrato colla radice doppia x', ecc. Segue che una biquadratica si può in 6 modi scomporre nella somma di un quadrato e di una quarta potenza; quest'ultima si annulla per una radice del covariante sestico (*).

Siano ora y' e y'' le radici di ψ; z' e z'' le radici di χ; le coppie y', y'' e z', z'' sono (come è noto) coppie di punti coniugati nell'involuzione, che ha per punti doppi le radici x', x'' di φ. Da quest'osservazione, per quanto si è stabilito sopra (n[i] 5, 6), segue che ψ e χ sono (a meno di fattori costanti) due polinomi A nella serie caratterizzata da l_1; dico di più che in questa serie tali due polinomi A sono complementari. Infatti, osservo anzitutto le relazioni:

$$(a\varphi)^2 a_\xi^2 = l_1 \varphi_\xi^2, \qquad (a\psi)^2 a_\xi^2 = l_2 \psi_\xi^2, \qquad (a\chi)^2 a_\xi^2 = l_3 \chi_\xi^2;$$

la prima delle quali discende dal fatto che, dato comunque ξ, le radici delle due equazioni di 2° grado in x:

$$a_\xi^2 a_x^2 - l_1 (\xi x)^2 = 0\,, \qquad \varphi_x^2 = 0\,,$$

si separano armonicamente, ecc. Ciò posto, considero la forma quadratica:

$$u = u_x^2 = a_z^2 a_x^2 - l_1 (zx)^2,$$

per la quale si ha:

$$(u\varphi)^2 = (a\varphi)^2 a_z^2 - l_1 \varphi_z^2 = 0\,, \quad \text{qualunque sia } z;$$

si ha inoltre:

$$(u\chi)^2 = (a\chi)^2 a_z^2 - l_1 \chi_z^2 = (l_3 - l_1)\, \chi_z^2;$$

donde:

$$(u\chi)^2 = 0\,, \quad \text{se } z \text{ è radice di } \chi.$$

Dunque, se z è una radice di χ, u è la jacobiana di φ e χ, e però coincide con ψ (a meno di un fattore); cioè nella serie

---

(*) Cfr. la mia Nota citata, a pag. 777, del vol. LIII degli " Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino ".

caratterizzata da l_1 e per i parametri z', z'' si ha un polinomio A, che (a meno di un fattore) coincide con ψ; similmente si vede che nella stessa serie e per i parametri y', y'' si ha un polinomio A, che (a meno di un fattore) coincide con χ; inoltre tali due polinomi sono complementari, perchè (n° 4) le radici dell'uno sono parametri dell'altro. Ciò è d'accordo colle note formole:

$$X = \frac{2}{l_3 - l_2}\psi^2 + \frac{2}{l_2 - l_3}\chi^2 = \ldots$$

sulle quali è basato un classico metodo per la risoluzione dell'equazione biquadratica; queste, come si vede, rientrano come caso particolare nelle formole di scomposizione della biquadratica nella somma di due quadrati; è chiaro che le formole più generali, di cui ci siamo qui occupati, si possono far servire allo stesso scopo.

Alagna-Sesia, settembre 1919.

Ricerche sperimentali sui valori del titolo in benzina della miscela di alimentazione dei motori a scoppio

Nota dell'Ing. GUIDO GUIDI

(Con 5 Tavole).

Oggetto della presente relazione è uno studio sperimentale avente per scopo la determinazione del titolo della miscela esplosiva fornita da un carburatore ai diversi regimi di marcia del motore.

È noto che per ottenere il massimo rendimento da un motore ad esplosione, a parità di altre condizioni, occorre alimentarlo con una miscela di combustibile e di comburente nella quale il rapporto fra i due elementi sia quanto più possibile costante, e prossimo a quello teoricamente richiesto per la combinazione chimica che si forma nella combustione: l'eccesso di uno qualunque di questi due elementi costituisce una massa inerte, che, oltre a non partecipare al fenomeno chimico, diminuisce la rapidità della combustione, perchè allontana fra di loro le molecole che debbono combinarsi. Conseguenza immediata, il rendimento del motore diminuisce, il suo consumo per cavallo ora aumenta.

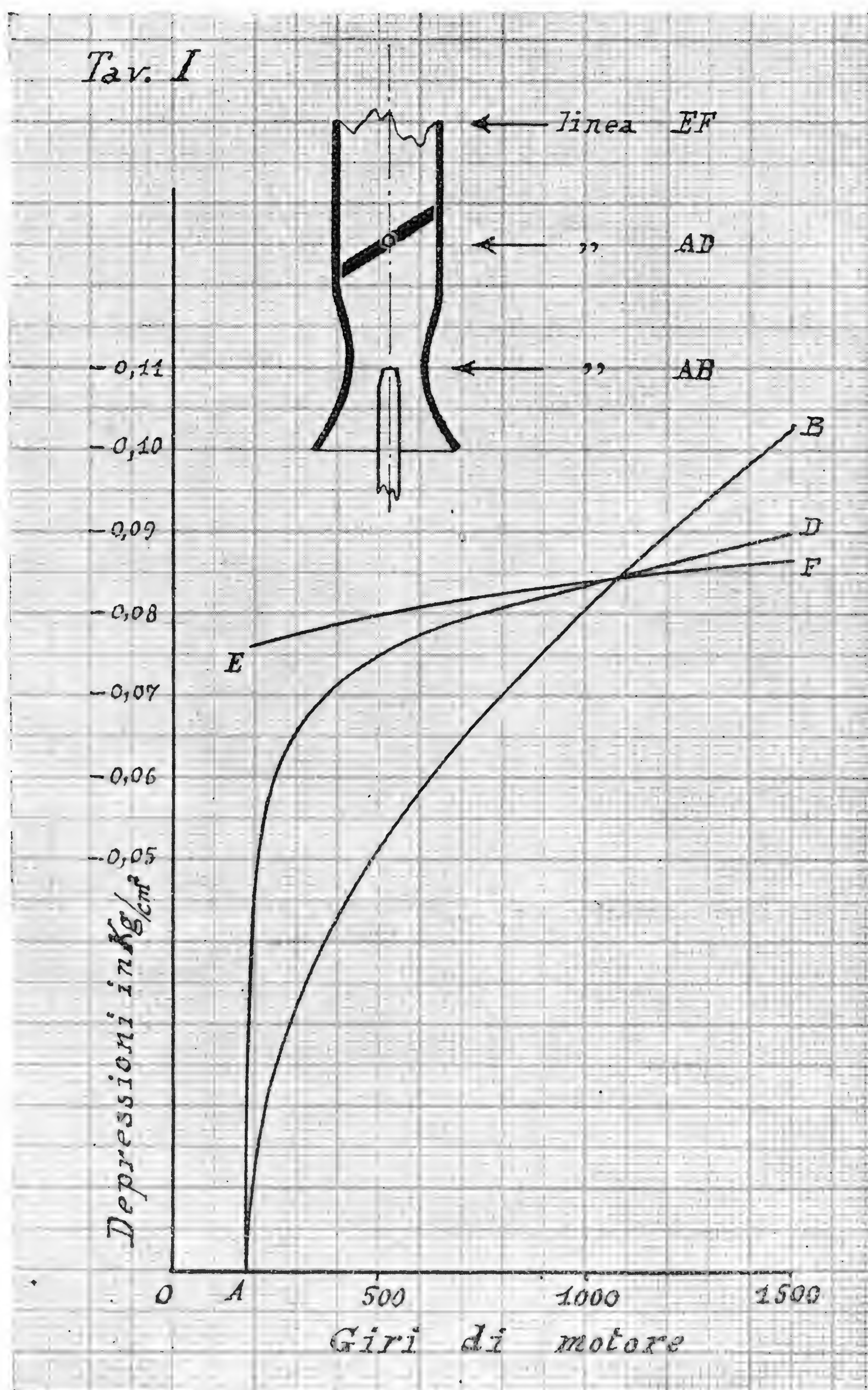
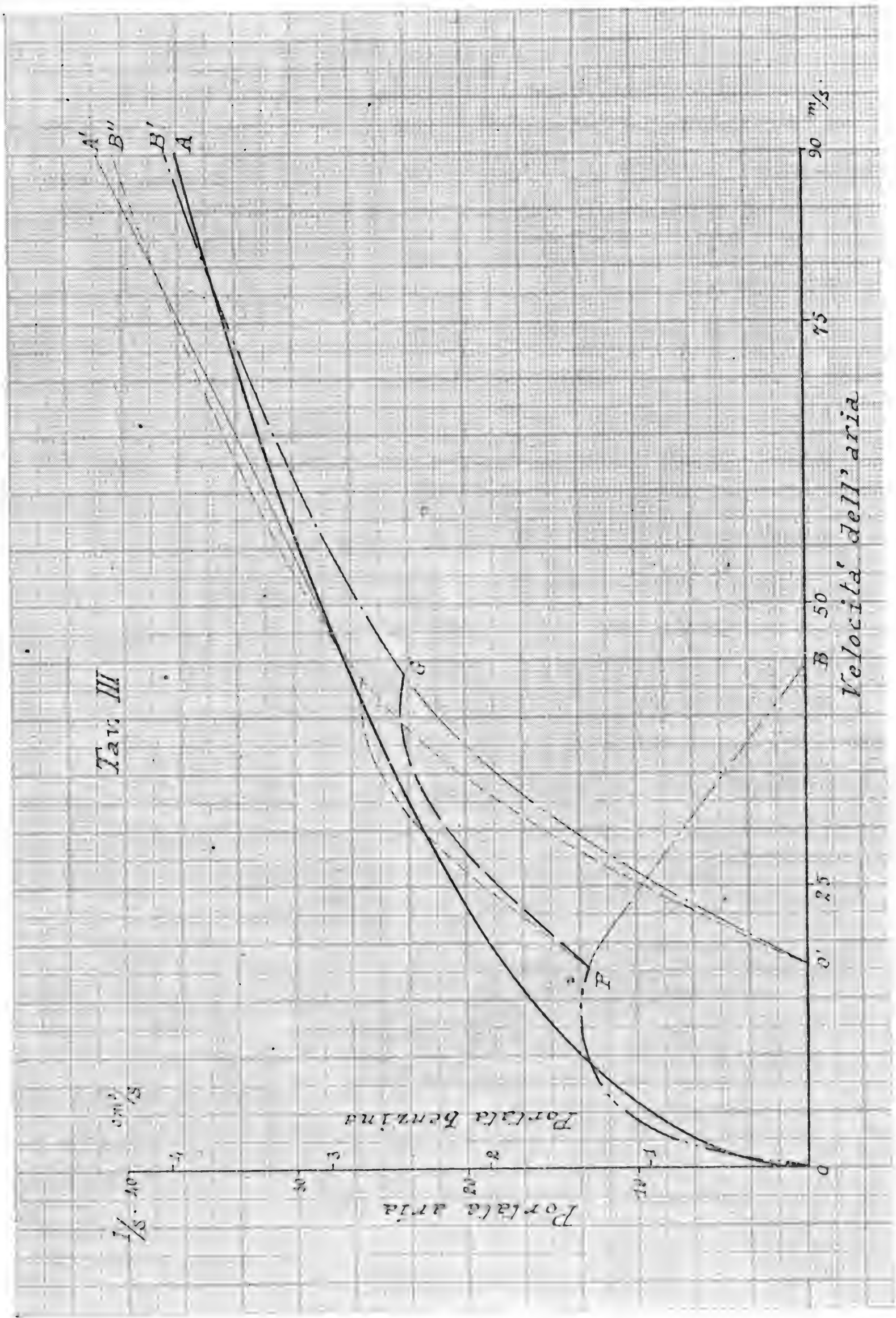
Per altro lato si comprende che, pur avendo ottenuto il titolo esatto per certi regimi di marcia, sia assai difficile il mantenerlo invariato per tutta la gamma estesissima di velocità e di volumi di aria, che il motore, durante il suo funzionamento, richiama attraverso le tubazioni di introduzione.

La soluzione di questo problema, essenziale per l'economia di marcia del motore, ha dato luogo ad una grande varietà di tipi di carburatori, nei quali, con mezzi adatti, si tende a

compensare l'incostanza del titolo della miscela, variando la portata di uno dei due elementi componenti.

Prescindiamo dai carburatori nei quali questa compensazione è affidata alla perizia del motorista, che può manovrare delle prese d'aria addizionali o dei riduttori di benzina: una oluzione non può ritenersi scientifica quando è affidata all'abilità individuale. Ci occupiamo invece dei carburatori a compensazione automatica; in essi la correzione del titolo avviene, come è noto, o per l'azione di dispositivi meccanici comandati dalla stessa depressione, o per la diversa portata di differenti getti ad azione simultanea od indipendente, oppure ancora per l'aspirazione assai variabile che l'aria esercita sul getto, passando in circuiti speciali, che entrano particolarmente in azione ai regimi minimi.

Nella presente relazione intendiamo particolarmente illustrare come furono condotte le esperienze per determinare il titolo della miscela, fornita da questi carburatori a compensazione automatica, nelle varie condizioni di marcia. Tale determinazione sarebbe difficilissima ad eseguirsi su di un motore in marcia, per le forti variazioni di temperatura, ma specialmente per il fatto che, variando anche di poco il titolo della miscela, il motore funziona irregolarmente, od anche si arresta. Per ciò si ritenne che non si sarebbe mai potuto, su di un motore in marcia, determinare, con sufficiente esattezza, il titolo della miscela, dotata di una velocità assai prossima ai 100 metri a secondo. Si pensò quindi di porre il carburatore nelle stesse condizioni di funzionamento, indipendentemente dal motore. A questo scopo si cominciò col determinare con la massima esattezza, in funzione delle velocità angolari del motore, la legge di variazione delle depressioni (Tavola I) create dal motore stesso, a monte, a valle, ed in prossimità dell'organo di chiusura del carburatore, costituito per lo più da una valvola a farfalla, o da un rubinetto cilindrico: i valori trovati sono, per i motori di automobile, sensibilmente uguali per i varî tipi; si intendono rilevati per motore marciante sotto carico normale, con regime variabile tra un minimo di 200 giri, oltre il quale il motore si arresta, ed un massimo di 1500 giri.

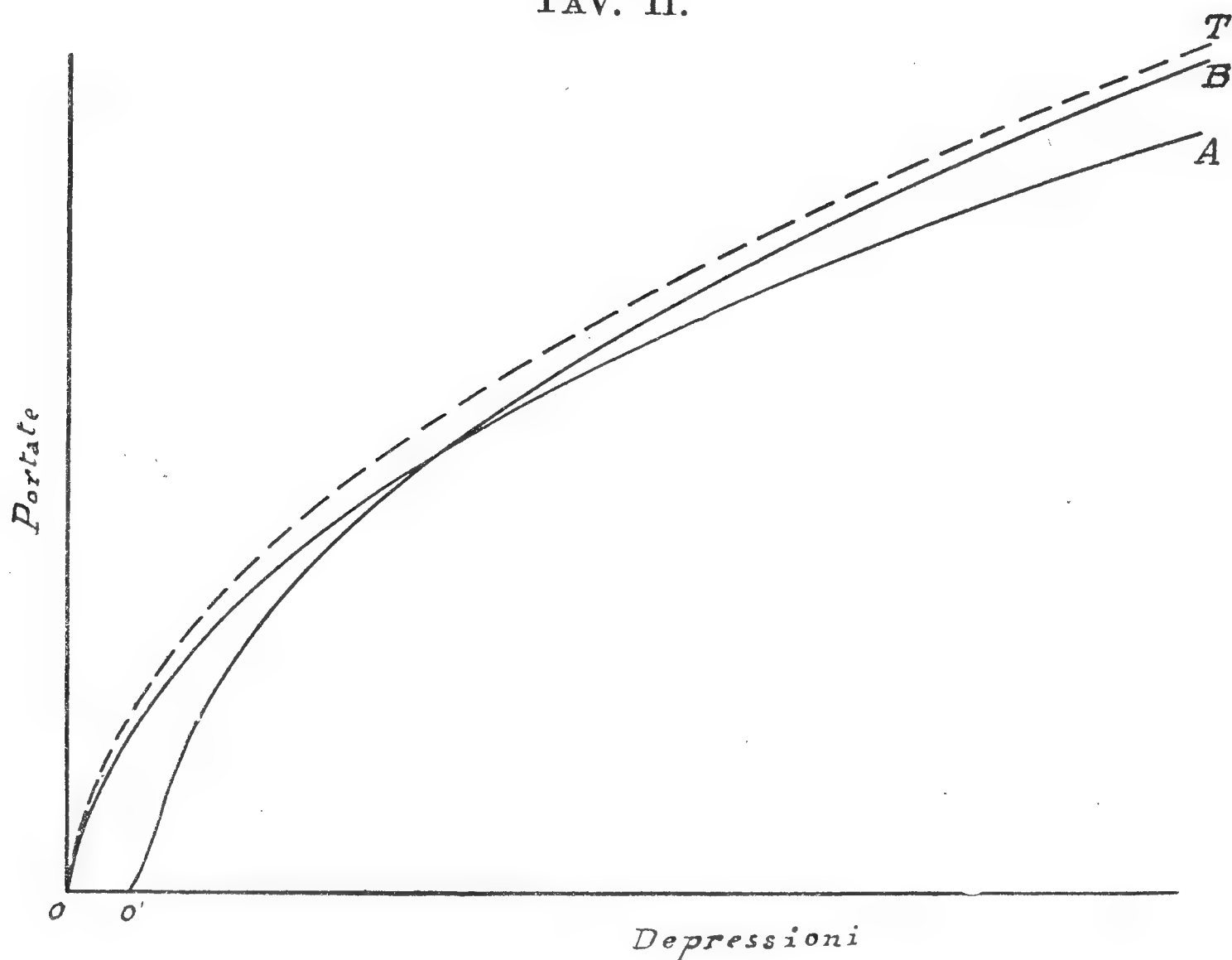
Queste stesse depressioni riscontrate durante il funzionamento del motore, si sono riprodotte con una pompa centrifuga

Tav. I. — Diagramma delle depressioni in funzione della velocità angolare del motore.

TAV. III. — **Diagramma di funzionamento di un carburatore a doppio gicleur.**

multipla, nei carburatori sottoposti alle prove, operando nelle condizioni più favorevoli per eseguire misure esattissime, sia eliminando le cause di errore derivanti dalla marcia del motore, sia mantenendo assolutamente costante la velocità della colonna d'aria, anche ad efflusso di benzina interrotto, o parzializzato, come nel caso di un carburatore a doppio *gicleur*, uno dei quali fosse stato otturato, per misurare la portata dell'altro. In corrispondenza della sezione a valle della valvola a farfalla, sezione indicata nella Tavola I col simbolo EF, si sono misurate le velocità dell'aria (e di conseguenza le portate, conoscendo le pressioni): partendo da questi valori, e riducendoli alla pressione atmosferica, si sono costruite le prime due colonne delle tabelle che seguono.

Si sono pure misurate le portate di benzina colla lettura del tempo occorrente per farne effluire delle quantità determinate: si determinarono assai comodamente le portate dei singoli passaggi di benzina nei carburatori muniti di dispositivi per la marcia al minimo, o di compensatori o di *gicleurs* multipli; i valori trovati sono riprodotti nelle tabelle, l'ultima colonna delle quali ci dà senz'altro il rapporto fra i volumi di benzina e di aria, rapporto che deve rimanere, per quanto è possibile, costante.

Nella Tavola II riportiamo, in forma assolutamente dimostrativa, l'andamento degli efflussi dell'aria e della benzina in un carburatore semplice non compensato. La curva OA rappresenta la portata dell'aria in funzione della depressione, la $O'B$ la portata della benzina, scegliendo le scale delle ordinate in modo che il loro rapporto a quelle dell'aria sia uguale al rapporto che i due elementi debbono avere nella miscela. Con questo sistema di rappresentazione da noi usato, le linee di efflusso della benzina, che in esatte proporzioni risulterebbero quasi coincidenti con l'asse delle ascisse, vengono ad essere assai facilmente paragonabili alle linee di efflusso dell'aria: a colpo d'occhio si può apprezzare se la carburazione è buona in ogni punto del diagramma, poichè è assai più facile stimare la sovrapponibilità di due curve, che non la proporzionalità delle loro ordinate, specialmente quando i loro valori sono molto differenti.

Così, ad esempio, la tavola II, benchè schematica, indica in maniera evidente che la miscela è troppo ricca di carburante in corrispondenza dei valori massimi delle depressioni, e delle portate, ed è troppo povera in corrispondenza dei minimi. Questo fatto, ben noto in pratica, ci dice che qualsiasi sistema di com-

Tav. II.

pensazione deve permettere di impoverire il titolo al massimo, e di arricchirlo al minimo.

Applicando i metodi sopra esposti, si sono rilevati i diagrammi di funzionamento di parecchi tipi di carburatori: ci limitiamo, per ragioni di spazio e di opportunità, a riportarne tre, scelti fra i più interessanti, ed uniamo le tabelle mediante le quali essi furono costruiti.

Spa tipo 6000 verticale, Anno 1912, Tavola III.

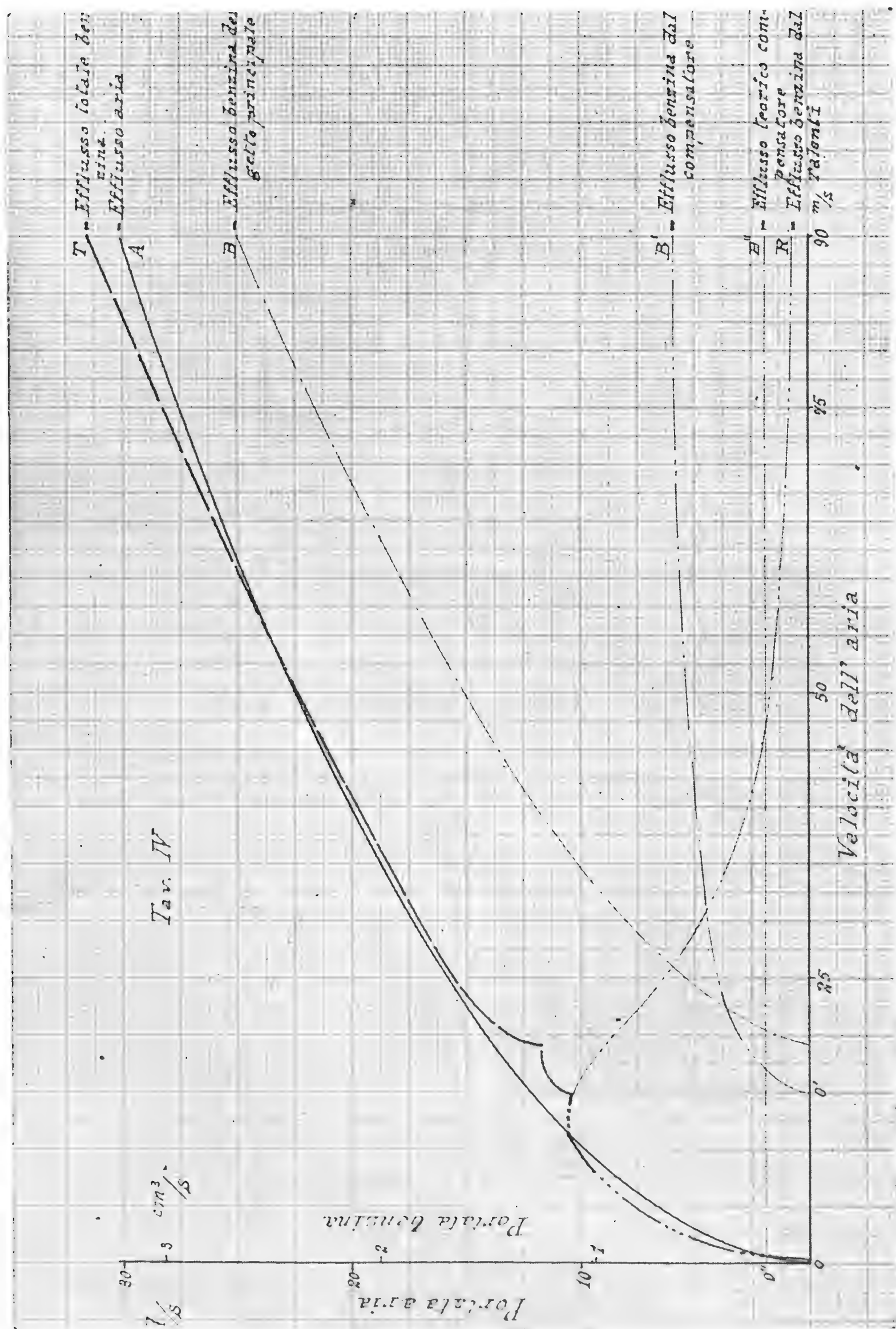
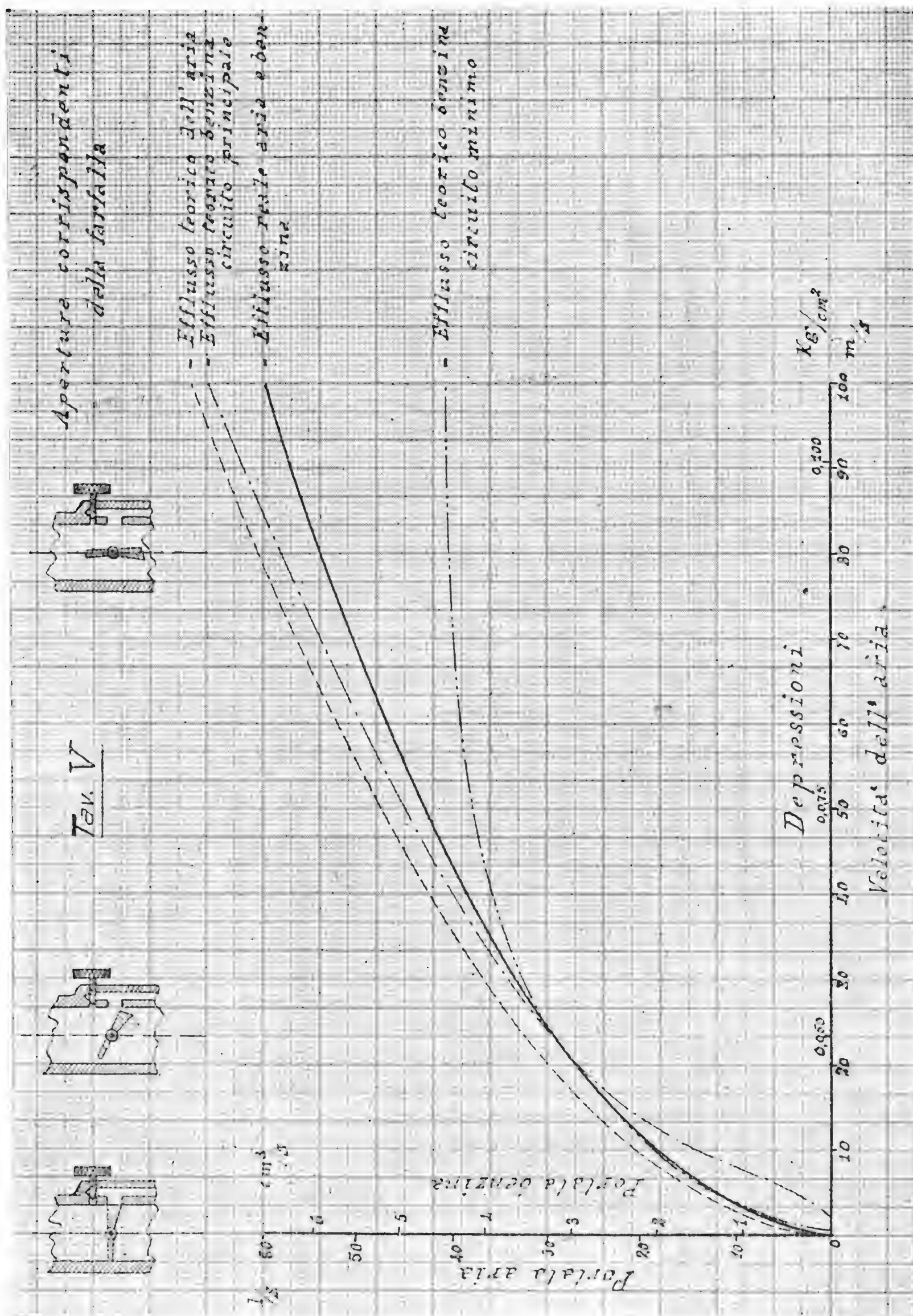
Velocità dell' aria	Portata di aria	Portata di benzina			Rapporti fra i volumi di benzina e di aria
		del getto piccolo	del getto grande	totale	
m/s	l/s	cm³/s	cm³/s	cm³/s	
5	9,0	1,11	—	1,11	1 : 8110
10	13,4	1,42	—	1,42	1 : 9430
15	16,1	1,45	—	1,45	1 : 11100
20	18,8	1,30	0,30	1,60	1 : 11700
30	23,0	0,75	1,50	2,25	1 : 10200
40	25,3	0,25	2,30	2,55	1 : 9920
50	28,0	—	2,80	2,80	1 : 10000
60	30,5	—	3,15	3,15	1 : 9680
70	33,0	—	3,50	3,50	1 : 9430
80	35,0	—	3,75	3,75	1 : 9330
90	36,5	—	4,00	4,00	1 : 9130

La precedente tabella raccoglie alcuni dei dati sperimentali mediante i quali si è costruito il diagramma della Tavola III. Esso è il diagramma-tipo dei carburatori a doppio *gicleur* e per tutti si ripete quasi invariato, specialmente nella zona corrispondente ai medî regimi, ove appunto si verifica la maggior incostanza del titolo: la curva *OA* rappresenta la portata dell'aria, la *OB* la portata del getto piccolo, la *O'B'* quella del getto grande; la linea *OPGB'* la portata totale della benzina. Il diagramma dimostra chiaramente che in tutta la zona dei regimi medî, quando all'azione di un getto si va sostituendo quella dell'altro, il titolo varia fortemente da punto a punto, ciò che nella marcia del motore provoca degli sbalzi di potenza e delle vibrazioni. Risulta anche in modo evidente che la miscela è inevitabilmente ricca, tanto al massimo che al minimo; e pure

questo fatto è largamente confermato dalla pratica. Le condizioni sono leggermente migliorate applicando una presa d'aria supplementare automatica: allora la portata dell'aria è rappresentata da OA', mentre $O'B''$ dà la portata del getto grande, tenuta leggermente eccedente coll'aumentare le dimensioni del foro del *gicleur*. Anche in questo caso però siamo lontani da una buona compensazione e dalla costanza del titolo.

Zenith tipo verticale 1916, Tavola IV.

Velocità dell'aria	Portata di aria	Portata di benzina				Rapporti fra i volumi di benzina e di aria
		dal *ralenti*	dal compensatore	dal getto	totale	
m/s	l/s	cm³/s	cm³/s	cm³/s	cm³/s	
5	6,5	0,85	—	—	0,85	1 : 7650
10	9,5	1,05	—	—	1,05	1 : 9040
15	12,0	1,10	—	—	1,10	1 : 10900
20	14,0	0,90	0,30	0,15	1,35	1 : 10400
25	16,0	0,70	0,40	0,60	1,70	1 : 9410
35	18,8	0,40	0,50	1,05	1,95	1 : 9630
50	22,5	0,20	0,60	1,60	2,40	1 : 9370
90	30,0	0,06	0,65	2,65	3,36	1 : 8930

La tabella riassume i risultati sperimentali sui quali è costruita la Tavola IV: in essa la portata dell'aria è rappresentata in OA; la curva OT ci dà la portata totale della benzina, somma delle tre curve OR, $O'B$ ed $O'B'$, che rappresentano le portate di benzina rispettivamente dal dispositivo del *ralenti*, dal getto principale e dal compensatore. Quest'ultima, secondo il sistema Baverey, sul quale si fonda il carburatore Zenith, dovrebbe essere costante, e quindi rappresentata dalla $O''B''$ parallela all'asse delle ascisse. Per un complesso di cause che non ci dilunghiamo ad esporre, la portata del compensatore è

Tav. IV. — Diagramma di funzionamento di un carburatore Zenith.

Tav. V. — **Diagramma di funzionamento di un carburatore Feroldi.**

invece assai simile a quella di un getto ordinario, sensibilmente strozzato, e con una riserva per la ripresa: per conseguenza esso perde la funzione di compensare le variazioni di portata del getto principale, e non serve che a facilitare la ripresa, mentre la compensazione è affidata al solo dispositivo del *ralenti*.

Feroldi tipo 3, Anno 1919, Tavola V.

È il carburatore che, fra quelli sperimentati, ha dimostrato di meglio rispondere ai requisiti di costanza del titolo.

Nella seguente tabella sono raccolti i risultati delle esperienze.

Velocità dell' aria	Portata di aria	Portata di benzina			Rapporti fra i volumi di benzina e di aria
		circuito minimo	circuito principale	effettiva	
m/s	l/s	cm^3/s	cm^3/s	cm^3/s	
5	13,5	1,5	0,3	1,50	1 : 9000
10	18,0	2,0	1,5	2,00	1 : 9000
20	27,0	2,95	2,9	2,95	1 : 9150
30	32,8	3,5	3,7	3.60	1 : 9150
40	39,0	3,9	4,4	4,30	1 : 9070
60	46,9	4,2	5,4	5,15	1 : 9100
80	54,0	4,3	6,3	5,95	1 : 9080
100	59,5	4,3	7,1	6,55	1 : 9090

In questo carburatore il getto di benzina è unico, però la sua portata è assai differente secondo che l'aria circola per le condutture del minimo, o per la conduttura principale. Immaginando di scindere queste due portate teoriche si avrebbero le due linee di efflusso indicate nel diagramma. Effettivamente invece la portata è unica, e si avvicinerà all'una od all'altra delle due curve a seconda di come si fanno variare le sezioni dei due circuiti seguiti dall'aria. È evidente che si possono sce-

gliere le sezioni di passaggio in modo da ottenere che la legge dell'efflusso della benzina, risultante dal concorso dei due circuiti, sia praticamente identica a quella dell'aria, per modo che risulti costante il titolo, e quindi la stessa linea rappresenti l'efflusso dell'aria e della benzina. Questa esatta coincidenza di linee non si potrà ottenere che per una determinata condizione sia della densità della benzina, sia di quella dell'aria; però le perturbazioni sono di un ordine di grandezza tale da non compromettere la bontà dei risultati.

Torino, 27 dicembre 1919.

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

PUBBLICAZIONI FATTE SOTTO GLI AUSPICI DELL'ACCADEMIA

Il Messale miniato del card. Nicolò Roselli detto il cardinale d'Aragona. Codice della Biblioteca nazionale di Torino riprodotto in fac-simile per cura di C. Frati, A. Baudi di Vesme e C. Cipolla.

Torino, Fratelli Bocca editori, 1906, 1 vol. in-f° di 32 pp. e 134 tavole in fotocollografia.

Il codice evangelico *k* della Biblioteca Universitaria nazionale di Torino, riprodotto in fac-simile per cura di C. Cipolla, G. De Sanctis e P. Fedele.

Torino, Casa editrice G. Molfese, 1913, 1 vol. in-4° di 70 pagg. e 96 tav.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 28 Dicembre 1919 . *Pag.* 137

Jadanza (Nicodemo). — Commemorazione del Socio corrispondente Prof. Vincenzo Reina . . . . „ 138

Gerbaldi (F.). — Sulla scomposizione di una forma binaria biquadratica nella somma di due quadrati . . . . . . „ 143

Guidi (Guido). — Ricerche sperimentali sui valori del titolo di benzina della miscela di alimentazione dei motori a scoppio (con 5 Tavole) . . . . „ 153

Tip. Vincenzo Bona - Torino

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. LV, Disp. 5ª e 6ª, 1919-1920

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 3.
1920

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Aduanza dell'11 Gennaio 1920

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci Salvadori, Segre, Peano, Jadanza, Foà, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Panetti, Ponzio, Sacco, Majorana e Parona Segretario.

È scusata l'assenza del Senatore D'Ovidio, Direttore della Classe, e del Socio Guidi.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Segretario, a nome del Socio Senatore D'Ovidio, presenta la Nota (II^a) del Prof. Gustavo Sannia, *Serie di funzioni sommabili uniformemente col metodo di Borel generalizzato*, che è accolta per la stampa negli *Atti*.

LETTURE

Serie di funzioni sommabili uniformemente col metodo di Borel generalizzato

Nota II di GUSTAVO SANNIA (a Cagliari)

In una precedente Nota, recante lo stesso titolo (1), ho studiato le serie di funzioni dal punto di vista della *uniforme sommabilità* allorchè vengono interpretate col metodo di sommazione (B, r), ossia con uno di quegli infiniti metodi da me introdotti (2)

$$(1) \qquad ..., (B, -2), (B, -1), (B, 0), (B, 1), B, 2), ...$$

che sono analoghi al *metodo esponenziale* del Borel, che corrisponde a $(B, 0)$. Ed alle serie uniformemente sommabili col metodo (B, r) ho esteso i più notevoli fra i teoremi sulle serie uniformemente convergenti. Ma un tale studio, *fatto con un valoro fisso dell'intero r* (per quanto arbitrario), non basta. Infatti con l'introduzione dei metodi (1) non ho inteso di sostituire quello $(B, 0)$ del Borel con uno dei rimanenti, bensì di considerarli tutti nel contempo e, con la loro somma logica, costituire ciò che ho chiamato *metodo di Borel generalizzato* (o *Bg*), intendendo cioè che una serie sia sommabile con tal metodo quando lo è con qualcuno dei metodi (1).

È dunque alle serie *uniformemente sommabili col metodo Bg* (opportunamente definite) che bisogna pervenire. Ciò richiede

---

(1) Questi *Atti*, vol. LIV, 1918-19, p. 171.

(2) Nella Memoria: *Nuovo metodo di sommazione delle serie: estensione del metodo di Borel* (" Rend. del Circ. Mat. di Palermo ", t. XLII, 1917, p. 303). La indicherò nel seguito con la lettera M.

un previo esame comparativo fra i metodi (1) rispetto alla uniforme sommabilità. A tale scopo è dedicato il § 2. Per rendere più spedita la lettura di questa parte essenziale della Nota, ho raccolto nel § 1 un certo numero di lemmi, alcuni dei quali possono avere qualche interesse anche autonomamente considerati.

§ 1. — **Lemmi.**

1. — Lemma I. *Sia* $f(\alpha, z)$ *una funzione definita per i valori di* $\alpha \geq 0$ [3] *e di* z *in un intervallo* Z, *che ammetta derivata* $f_\alpha'(\alpha, z)$ *rispetto ad* α *e che per ogni* $\alpha \geq 0$ *fissato sia funzione limitata di* z *in* Z; *sia inoltre* $g(\alpha)$ *una funzione positiva crescente di* $\alpha \geq 0$, *tendente a* $+\infty$ *con* α *e che ammetta derivata* $g'(\alpha)$. *Allora, se per* $\alpha = +\infty$ *il secondo dei rapporti*

$$\frac{f(\alpha, z)}{g(\alpha)}, \qquad \frac{f_\alpha'(\alpha, z)}{g'(\alpha)} \tag{2}$$

tende uniformemente in Z *ad una funzione limite* $l(z)$ *limitata, anche il primo tende uniformemente in* Z *alla stessa funzione* [4].

Infatti, giusta l'ipotesi, dato $\epsilon > 0$, esiste un numero $\alpha_0 > 0$ (indipendente da z) tale che per $\alpha > \alpha_0$ e per ogni z di Z risulti

$$l(z) - \frac{\epsilon}{2} < \frac{f_\alpha'(\alpha, z)}{g'(\alpha)} < l(z) + \frac{\epsilon}{2}. \tag{3}$$

Ora, fissato un $\alpha > \alpha_0$ e un z in Z, si ha, per il teorema del valor medio,

$$\frac{f(\alpha, z) - f(\alpha_0, z)}{g(\alpha) - g(\alpha_0)} = \frac{f_\alpha'(\beta, z)}{g'(\beta)},$$

ove $\alpha_0 < \beta < \alpha$, quindi la (3) (ove si ponga β in luogo di α) può scriversi

$$l(z) - \frac{\epsilon}{2} < \frac{f(\alpha, z) - f(\alpha_0, z)}{g(\alpha) - g(\alpha_0)} < l(z) + \frac{\epsilon}{2};$$

---

[3] O di un qualunque altro numero fisso.

[4] Il lemma vale anche se f dipende da più variabili, oltre che da α. Supponendo invece f funzione della sola α, si cade su di un teorema di Stoltz.

moltiplicandola per la quantità positiva (giusta l'ipotesi)

$$[g(\alpha) - g(\alpha_0)] : g(\alpha)$$

si ha l'altra

$$\left[l(z) - \frac{\epsilon}{2}\right]\left[1 - \frac{g(\alpha_0)}{g(\alpha)}\right] + \frac{f(\alpha_0, z)}{g(\alpha)} < \frac{f(\alpha, z)}{g(\alpha)} < \tag{4}$$

$$< \left[l(z) + \frac{\epsilon}{2}\right]\left[1 - \frac{g(\alpha_0)}{g(\alpha)}\right] + \frac{f(\alpha_0, z)}{g(\alpha)}$$

per ogni $\alpha > \alpha_0$ e ogni z di Z.

Ora, per ipotesi, $\lim_{\alpha=+\infty} g(\alpha) = +\infty$, quindi i membri estremi di (4) tendono rispettivamente a $l(z) - \frac{\epsilon}{2}$ e a $l(z) + \frac{\epsilon}{2}$ per $\alpha = +\infty$; ed uniformemente rispetto a z in Z, poichè, per ipotesi, $f(\alpha_0, z)$ e $l(z)$ sono funzioni limitate in Z ([5]).

Segue da ciò che esiste un numero $\alpha_1 > \alpha_0$ (e indipendente da z) tale che per ogni $\alpha > \alpha_1$ e ogni z di Z il primo membro di (4) risulti maggiore di $\left[l(z) - \frac{\epsilon}{2}\right] - \frac{\epsilon}{2} = l(z) - \epsilon$; ed esiste del pari un numero $\alpha_2 > \alpha_0$ (e indipendente da z) tale che per ogni $\alpha > \alpha_2$ e ogni z di Z il terzo membro di (4) risulti minore di $\left[l(z) + \frac{\epsilon}{2}\right] + \frac{\epsilon}{2} = l(z) + \epsilon$. Dunque, per ogni $\alpha > \alpha_1$ e di α_2 e per ogni z di Z, risulterà

$$l(z) - \epsilon < \frac{f(\alpha, z)}{g(\alpha)} < l(z) + \epsilon \qquad \text{c. d. d.}$$

OSSERV. *Il lemma sussiste anche se si suppone che* $f(\alpha, z)$ *sia funzione (reale o complessa) della variabile reale* $\alpha \geq 0$ *e della variabile complessa* z *in un'area* Z, *e che sia di modulo limitato in* Z *per ogni fissato* $\alpha \geq 0$.

Poichè, posto $z = x + iy$, si può scrivere

$$f(\alpha, z) = u(\alpha, x, y) + iv(\alpha, x, y)$$

([5]) Infatti ciascun termine del 1° membro per es. è del tipo $f(z)\, g(\alpha)$ con $f(z)$ limitata in Z, sia $|f(z)| < k$, e $\lim_{\alpha=+\infty} g(\alpha) = A$ (indipendente da z). Ne segue che, dato $\epsilon > 0$, esiste una costante α_0 tale che per $\alpha > \alpha_0$ risulti $|g(\alpha) - A| < \frac{\epsilon}{k}$, quindi $|f(z)\, g(\alpha) - f(z)\, A| < \epsilon$, e perciò $\lim_{\alpha=+\infty} [f(z)\, g(\alpha)] = f(z)\, A$ uniformemente in Z.

con u e v funzioni reali delle variabili reali α, x, y e soddisfacenti alle condizioni a cui soddisfa $f(\alpha, z)$ nel lemma: ammettono cioè derivata rispetto ad α e, per ogni fissato $\alpha \geq 0$, sono funzioni limitate di (x, y) nell'area Z. Ora poichè, per la nota (4), il lemma può applicarsi a ciascuna di esse, potrà applicarsi anche a $f(\alpha, z)$.

2. — Dirò che una serie di funzioni (di una o più variabili reali o complesse)

$$u_0 + u_1 + u_2 + \dots \tag{5}$$

è convergente *assoluto-uniformemente* in un campo C quando è ivi convergente uniformemente la serie formata dai moduli dei suoi termini.

Evidentemente la convergenza assoluto-uniforme non è la sovrapposizione della convergenza assoluta e di quella uniforme, ma implica condizioni più restrittive: da essa seguono le altre due, ma non viceversa. È però meno restrittiva della convergenza *normale* (6), dalla quale infatti segue quella assoluto-uniforme (7).

3. — LEMMA II. *I coefficienti di una serie di potenze di una variabile* α

$$a_0(z) + a_1(z)\,\alpha + a_2(z)\,\alpha^2 + \dots \tag{6}$$

siano funzioni di una (per es.) variabile z *in un campo* Z. *Se per ogni fissato* $\alpha \geq 0$ *la serie è convergente uniformemente in* Z, *sarà convergente normalmente (quindi anche assoluto-uniformemente) quando la si consideri come serie di funzioni delle due variabili* z *e* α, *per* z *in* Z *ed* α *nell'intervallo* (0, m), *qualunque sia* $m > 0$. *E viceversa* (evidentemente).

---

(6) La (5) è convergente *normalmente* in un campo quando i moduli dei suoi termini sono minori dei termini corrispondenti di una serie convergente a termini positivi costanti.

(7) Insomma ciascuna delle convergenze, normale, assoluto-uniforme, assoluta e uniforme, uniforme, trae seco la seguente.

Inoltre di ambedue le proprietà godranno pure le serie che si deducono dalla data (6) *derivandola o integrandola in* $(0, \alpha)$ *rispetto ad* α, *termine a termine.*

Infatti, dato $m > 0$ e scelto un $h > m$, la (6) è per ip. convergente uniformemente in Z quando vi si pone $\alpha = h$, quindi è $\lim_{n=\infty} a_n(z) h^n = 0$ uniformemente in Z, ossia, dato $\epsilon > 0$, esiste un intero n_0 (indipendente da z) tale che risulti

$$|a_n(z) h^n| < \epsilon \text{ [8]},$$

quindi

$$|a_n(z) \alpha^n| = |a_n(z) h^n| \left|\frac{\alpha}{h}\right|^n < |a_n(z) h^n| \left|\frac{m}{h}\right|^n < \epsilon q^n,$$

ove $q = \frac{m}{h} < 1$, per $n > n_0$ e α in $(0, m)$. Ora, poichè $\sum q^n$ è convergente, ciò prova la prima parte dell'enunciato.

Inoltre si vede del pari facilmente che

$$|n a_n(z) \alpha^{n-1}| < \frac{\epsilon}{h} n q^{n-1}, \qquad \left| a_n(z) \frac{\alpha^{n+1}}{n+1} \right| < h \epsilon \frac{q^{n+1}}{n+1},$$

e poichè le serie $\sum n q^{n-1}$, $\sum \frac{q^{n+1}}{n+1}$ sono convergenti, ciò prova che le serie che si ottengono da (6) derivandola o integrandola in $(0, \alpha)$ rispetto ad α sono convergenti normalmente per z in Z e α in $(0, m)$.

4. — LEMMA III. *Se una serie di funzioni (di una o più variabili reali o complesse) di modulo limitato in un campo* C

$$u_0 + u_1 + u_2 + \dots \tag{7}$$

è ivi convergente uniformemente, anche la somma u *della serie ha modulo limitato in* C *ed i moduli delle somme parziali*

$$u_0, \quad u_0 + u_1, \quad u_0 + u_1 + u_2, \dots \tag{8}$$

sono limitati nel loro insieme in C.

---

[8] Di qui segue che $|a_n(z)| < \frac{\epsilon}{h^n}$ per $n > n_0$, e perciò che i *coefficienti* $a_n(z)$ *della* (6) *sono funzioni di modulo limitato in* Z *a partire da un certo* n.

Infatti, per ipotesi si può scrivere

$$u = u_0 + u_1 + \dots + u_n + r_n \tag{9}$$

e, dato $\epsilon > 0$, si può rendere $|r_n| < \epsilon$ in C per ogni n maggiore di un intero costante m; quindi

$$|u| < |u_0| + |u_1| + \dots + |u_n| + \epsilon,$$

il che prova che $|u|$ è limitato in C, tali essendo $|u_0|, \dots, |u_n|$.

Sia $|u| < l$. Allora da (9) segue che per $n > m$

$$|u_0 + u_1 + \dots + u_n| < |u| + |r_n| < l + \epsilon,$$

e perciò che sono limitati nel loro insieme in C i moduli delle somme (8) astrazione fatta dalle prime $m + 1$, e quindi anche queste incluse.

5. — Lemma IV. *Se due serie di funzioni di modulo limitato in un campo* C

$$u_0 + u_1 + u_2 + \dots, \qquad v_0 + v_1 + v_2 + \dots \tag{10}$$

sono convergenti uniformemente in C, *tale è pure la serie-prodotto*

$$w_0 + w_1 + w_2 + \dots \quad (w_n = u_0 v_n + u_1 v_{n-1} + \dots + u_n v_0) \tag{11}$$

se una delle due date è convergente assoluto-uniformemente in C; *che se poi tali sono ambedue le date, tale sarà pure la serie-prodotto.*

Supponiamo che la prima delle (10) sia convergente assoluto-uniformemente in C e perciò che, oltre alle (10), anche la serie

$$|u_0| + |u_1| + |u_2| + \dots$$

sia convergente uniformemente in C; sicchè le somme

$$u_0 + u_1 + \dots + u_n, \qquad v_0 + v_1 + \dots + v_n,$$
$$|u_0| + |u_1| + \dots + |u_n|$$

per $n = \infty$ tendano a limiti finiti uniformemente in C. Dobbiamo dimostrare che lo stesso accade di $w_0 + w_1 + \dots + w_n$.

Poichè $(u_0 + u_1 + ... + u_n)$ $(v_0 + v_1 + ... + v_n)$ tende ad un limite finito uniformemente in C, basterà dimostrare che le differenze

$$d_n = (w_0 + ... + w_{2n}) \quad - (u_0 + ... + u_n) \quad (v_0 + ... + v_n),$$
$$d_n' = (w_0 + ... + w_{2n+1}) - (u_0 + ... + u_{n+1}) \; (v_0 + ... + v_{n+1})$$

tendono a limiti finiti (precisamente a zero) uniformemente in C.

Dimostriamolo per es. per la prima.

Sostituendo alle w_n le loro espressioni (11), ordinando rispetto alle u_0, u_1, ... e poi prendendo i moduli, si ha

$$|d_n| < |u_0| \, |v_{n+1} + ... + v_{2n}| + |u_1| \, |v_{n+1} + ... + v_{2n-1}| + ... \\ + |u_{n-1}| \, |v_{n+1}| + |u_{n+1}| \, |v_0 + ... + v_{n-1}| + |u_{n+2}| \, |v_0 + ... \\ + v_{n-2}| + ... + |u_{2n}| \, |v_0| .$$

Per la convergenza uniforme delle serie (10) e (12) e per il lemma III, le somme $|v_0 + ... + v_n|$, $|u_0| + ... + |u_n|$ $(n = 0, 1, 2, ...)$ sono limitate nel loro insieme in C, ossia esiste una costante $l > 0$, tale che per ogni n e in tutto C risulti

$$|v_0 + ... + v_n| < l, \qquad |u_0| + ... + |u_n| < l.$$

Inoltre, dato $\epsilon > 0$, esiste un intero $m > 0$, tale che per ogni intero $n \geq m$ e per ogni intero $p > 0$ risulti in C

$$|v_{n+1} + ... + v_{n+p}| < \frac{\epsilon}{2l}, \qquad |u_{n+1} + ... + u_{n+p}| < \frac{\epsilon}{2l}.$$

Ne segue che, per ogni $n \geq m$ e in tutto C

$$|d_n| < |u_0| \frac{\epsilon}{2l} + ... + |u_{n-1}| \frac{\epsilon}{2l} + |u_{n+1}| \, l + ... + |u_{2n}| \, l \\ = [\,|u_0| + ... + u_{n-1}|\,] \frac{\epsilon}{2l} + [\,|u_{n+1}| + ... + |u_{2n}|\,] \, l \\ < l \cdot \frac{\epsilon}{2l} + \frac{\epsilon}{2l} \cdot l = \epsilon,$$

e quindi che $\lim_{n=\infty} d_n = 0$ uniformemente in C. c. d. d.

Se poi anche

$$|v_0| + |v_1| + |v_2| + \dots \tag{13}$$

è convergente uniformemente in C, applicando la prima parte del lemma (ora dimostrata) alle (12) e (13), si ha che

$$|u_0|\,|v_0| + (|u_0|\,|v_1| + |u_1|\,|v_0|) + (|u_0|\,|v_2| + |u_1|\,|v_1| + |u_2|\,|v_0|) + \dots$$

è convergente uniformemente in C; quindi lo è *a fortiori*

$$|u_0 v_0| + |u_0 v_1 + u_1 v_0| + |u_0 v_2 + u_1 v_1 + u_2 v_0| + \dots$$

ossia

$$|w_0| + |w_1| + |w_2| + \dots;$$

e ciò che prova la seconda parte del lemma.

§ 2. — Sommabilità Bg uniforme.

7. — Consideriamo una serie di funzioni di una (per es.) variabile z in un campo Z

$$u_0(z) + u_1(z) + u_2(z) + \dots \tag{14}$$

Poniamo

$$U_n(z) = u_0(z) + u_1(z) + \dots + u_n(z) \qquad (n = 0, 1, 2, \dots) \tag{15}$$

e, per convenzione,

$$u_n(z) = U_n(z) = 0 \qquad (n = -1, -2, \dots).$$

Per un z fissato di Z la (14) è una serie numerica, quindi (M, n[i] 8 e 9) è *sommabile* (B, r):

1°) quando la serie

$$U^{(r-1)}(\alpha, z) = \sum_{n=0}^{\infty} U_{n+r-1}(z) \frac{\alpha^n}{n!} \tag{16}$$

è convergente per ogni α [9] ed esiste

$$\lim_{\alpha=\infty} e^{-\alpha}\, U^{(r-1)}(\alpha, z) = u(z), \tag{17}$$

che allora è la *somma* della serie;

2°) oppure quando la serie

$$u^{(r)}(\alpha, z) = \sum_{n=0}^{\infty} u_{n+r}(z)\, \frac{\alpha^n}{n!} \tag{18}$$

è convergente per ogni α, ed è convergente

$$\int_0^\infty e^{-\alpha}\, u^{(r)}(\alpha, z)\, d\alpha, \tag{19}$$

che allora, aumentato di $U_{r-1}(z)$, è la somma $u(z)$ della serie.

Le due definizioni sono del tutto equivalenti. Qui però conviene di considerarle (almeno per poco) come se fossero distinte; perciò quando vorrò riferirmi alla prima dirò che la (14) è *sommabile* $(B', r-1)$, pur ricordando che

$$\text{sommabilità } (B', r-1) \equiv \text{sommabilità } (B, r). \tag{20}$$

8. — La (14) può essere sommabile $(B', r-1) \equiv (B, r)$ in tutti i punti di Z: dirò che è *uniformemente sommabile* $(B', r-1)$ quando per ogni fissato $\alpha \geq 0$ la (16) è convergente uniformemente in Z ed il limite (17) è uniforme in Z [10]; e dirò che *è uniformemente sommabile* (B, r) in Z quando la serie (18) per ogni fissato $\alpha \geq 0$ e l'integrale (19) sono convergenti uniformemente in Z [11].

---

(9) Però ad α saranno attribuiti sempre soltanto valori reali non negativi.

(10) Questa definizione concorda con quella data dal Borel per il caso $r = 0$ da lui considerato (" Comptes Rendus ", t. CXXI, 1895, p. 1125).

(11) Detti questa definizione per la prima volta in una Nota dei " Rend. della R. Accad. dei Lincei " (vol. XXVI, serie 5ª, 1° sem., fasc. 3°, p. 162). Nella Nota citata in (1) mostrai la opportunità di modificarla imponendo alla (18) una condizione più restrittiva (a prima vista): che, considerata come serie di funzioni delle due variabili z e α, dovesse essere conver-

Passando allo studio delle proprietà delle serie di funzioni dal punto di vista della uniforme sommabilità in un campo Z, *supporrò che queste funzioni siano di modulo limitato nel campo* Z. E così resta inteso d'ora innanzi ([12]).

9. — I concetti di serie uniformemente sommabili $(B', r-1)$ o (B, r) sono estensioni dell'ordinario concetto di serie uniformemente convergente, perchè:

Se la serie (14) *è uniformemente convergente in* Z *con somma* u (z), *è pure uniformemente sommabile* (B', r — 1) *e* (B, r) *in* Z *e con ugual somma* ([13]).

10. — *Se la serie* (14) *è uniformemente sommabile* (B', r — 1) *in* Z *con somma* u (z), *è pure uniformemente sommabile* (B', r — 2) *in* Z *e con ugual somma.*

Poichè, giusta l'ipotesi, la serie (16) è convergente uniformemente in Z per ogni fissato $\alpha \geq 0$, lo stesso avverrà (per il lemma II) della serie

$$U^{(r-2)}(\alpha, z) = \sum_{n=0}^{\infty} U_{n+r-2}(z) \frac{\alpha^n}{n!} \tag{21}$$

che se ne deduce integrandola rispetto ad α, e sarà

$$\frac{d}{d\alpha} U^{(r-2)}(\alpha, z) = U^{(r-1)}(\alpha, z).$$

---

gente uniformemente per z in Z e α in $(0, m)$ qualunque sia $m \geq 0$. Ma ora il lemma II del n° 2 assicura che questa maggior restrizione è solo apparente; sicchè le due definizioni sono del tutto equivalenti.

([12]) Questa limitazione, che per le applicazioni non è di gran peso, è d'altronde già in parte implicitamente contenuta nella definizione stessa di serie uniformemente sommabile (B, r). Segue infatti dalla condizione ivi imposta alla (18) e dalla nota ([9]) che i coefficienti della (18), e quindi le $u_{n+r}(z)$, sono di modulo limitato a partire da uno di essi.

([13]) Per la sommabilità (B, r) ciò è stato dimostrato nella Nota citata in ([11]). Per la sommabilità $(B', r-1)$ vale la stessa dimostrazione, ma arrestata alla formola (12) di p. 79. (E tale dimostrazione, data nel campo reale, vale anche nel campo complesso, come subito si riconosce).

Inoltre, essendo le $u_n(z)$ funzioni di modulo limitato in Z, tali saranno le $U_n(z)$ (15), e quindi anche i termini della serie (16), e quindi anche (per il lemma III) la somma $U^{(r-1)}(\alpha, z)$ per ogni fissato $\alpha \geq 0$.

Infine, esiste per ip. il limite (17) ed è uniforme in Z.

Si può dunque applicare il lemma I, assumendovi

$$f(\alpha, z) = U^{(r-2)}(\alpha, z), \qquad g(\alpha) = e^{\alpha},$$

e che dà

$$\lim_{\alpha=\infty} e^{-\alpha} U^{(r-2)}(\alpha, z) = \lim_{\alpha=\infty} e^{-\alpha} U^{(r-1)}(\alpha, z) = u(z)$$

uniformemente in Z.

11. — *Se la serie* (14) *è uniformemente sommabile* (B′, r—1) *in* Z *con somma* u(z), *è pure uniformemente sommabile* (B, r) *in* Z *con ugual somma; e viceversa.*

Giusta le definizioni del n° 8, si tratta di dimostrare in primo luogo che, fissato $\alpha \geq 0$, se la (16) è uniformemente convergente in Z, tale è anche la (18), e viceversa.

Perciò immaginiamo fissato un z in Z, sicchè la (14) diventi una serie numerica e le (16) e (18) serie di potenze di α a coefficienti numerici. Allora sappiamo (M, n° 6) che le (16) e (18) son tali che quando l'una è convergente per ogni α (e necessariamente per ogni r) tale è anche l'altra, e che fra le loro somme passano le relazioni

$$(22) \qquad \begin{gathered} U^{(r)}(\alpha, z) - U^{(r-1)}(\alpha, z) = u^{(r)}(\alpha, z), \\ \frac{d}{d\alpha}\left[e^{-\alpha} U^{(r-1)}(\alpha, z)\right] = e^{-\alpha} u^{(r)}(\alpha, z), \end{gathered}$$

da cui

$$(23) \qquad e^{-\alpha} U^{(r-1)}(\alpha, z) = U_{r-1}(z) + \int_0^{\alpha} e^{-\alpha} u^{(r)}(\alpha, z)\, d\alpha,$$

ossia

$$(24) \qquad U^{(r-1)}(\alpha, z) = e^{\alpha} U_{r-1}(z) + e^{\alpha} \int_0^{\alpha} e^{-\alpha} u^{(r)}(\alpha, z)\, d\alpha.$$

Ciò vale per ogni z fissato di Z, quindi le (22), (23) e (24) valgono per ogni $\alpha \geq 0$ e ogni z di Z.

Ora si supponga che, per ogni fissato $\alpha \geq 0$, la (16) sia convergente uniformemente in Z; allora lo stesso avverrà (n° 3) della

$$(25) \qquad U^{(r)}(\alpha, z) = \sum_{n=0}^{\infty} U_{n+r} \frac{\alpha^n}{n!}$$

e quindi della (18), loro differenza, per la (22).

Viceversa, si supponga che, per ogni $\alpha \geq 0$, la (18) sia convergente uniformemente in Z. Allora essa, anche considerata come serie di funzioni delle due variabili z e α, sarà (n° 3) convergente assoluto-uniformemente per z in Z e α in $(0, m)$ qualunque sia $m \geq 0$; e tale essendo anche lo sviluppo di MAC-LAURIN di $e^{-\alpha}$ (che non dipende da z), tale sarà anche (n° 5) la serie che si ottiene moltiplicandole con la regola di CAUCHY e che avrà per somma $e^{-\alpha} u^{(r)}(\alpha, z)$; e tale sarà pure quella che se ne deduce integrandola rispetto ad α (n° 3); e tale infine, per la (24), sarà la serie (16). Perciò quest'ultima serie sarà convergente uniformemente in Z per ogni fissato $\alpha \geq 0$.

Bisogna dimostrare in secondo luogo che, se esiste il limite (17) ed è uniforme in Z, l'integrale (19) è convergente uniformemente in Z; e viceversa. E ciò segue subito dalla (23), perchè (19) non è che il limite dell'integrale che vi figura per $\alpha = +\infty$.

Infine la stessa (23), al limite per $\alpha = +\infty$, esprime (n° 7) che la somma della (14) è la medesima $u(z)$ quando si adoperano i metodi $(B', r-1)$ e (B, r).

12. — Il teorema precedente assicura che *la* (20) *sussiste anche per rispetto alla uniforme sommabilità*; quindi d'ora innanzi possiamo ritornare a parlare del solo metodo di sommazione (B, r).

In particolare, il teorema del n° 10 diventa: *se la serie* (14) *è uniformemente sommabile* (B, r) *in* Z *con somma* u (z), *è pure uniformemente sommabile* (B, r — 1) *in* Z *e con ugual somma.*

Dunque anche per rispetto alla sommabilità uniforme ([14])

([14]) Come accadeva rispetto alla semplice (M, n° 18).

i metodi (1) non sono discordi tra loro e la loro potenza va crescendo da destra a sinistra. Ciò legittima la seguente definizione:

La serie (14) è *uniformemente sommabile Bg* (ossia *col metodo di Borel generalizzato*) quando è uniformemente sommabile con qualche metodo (1).

Che se poi la (14) è uniformemente sommabile con tutti i metodi (1) ([15]), dirò che è *uniformemente sommabile* (senz'altro o) Bt (cioè *totalmente*. Cfr. M, § 4).

13. — *Sussistono quei teoremi* $I_n, ..., IV_n$ *e quei corollarii* $I_n, ..., IV_n$ *i cui enunciati si ottengono da quelli dei teoremi* I, ..., IV *e dei corollari* I, ..., IV *dei* n^i *19, 20 e 21 di* M, *premettendovi la parola* " *uniformemente* " *alla parola* " *sommabile* ". Ometto per brevità di trascriverli.

Ometto anche le dimostrazioni. Poichè i corollarii si deducono dai teoremi come in M, e i teoremi si dimostrano come i corrispondenti di M, tenendo conto in più che la convergenza delle serie e degli integrali associati delle serie che vi si considerano è uniforme (come è detto nella seconda definizione del n° 7).

I teoremi $I_n, ..., IV_n$ e i corollarii $I_n, ..., IV_n$ provano che, operando su serie uniformemente sommabili Bg con tutte quelle operazioni che sono lecite sulle serie convergenti ([16]), si hanno sempre nuove serie pure uniformemente sommabili Bg.

Cagliari, 1° dicembre 1919.

([15]) Come accade delle serie uniformemente convergenti (n° 9).

([16]) Combinazione lineare di due serie, soppressione o inserzione di un numero finito di termini, scambii tra un numero finito di termini, associazione di un numero finito di termini ed operazione contraria.

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 25 Gennaio 1920.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti il Direttore della Classe D'Ovidio ed i Soci Segre, Peano, Foà, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Panetti, Ponzio, Sacco e Parona Segretario.

È scusata l'assenza dei Soci Jadanza, Salvadori, Guidi, Majorana.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Socio Segre annuncia con rammarico la perdita fatta dalla Classe nella persona del Socio corrispondente H. G. Zeuthen e ne ricorda i lavori ed i meriti scientifici.

Il Presidente ringrazia il Socio Segre per l'elogio fatto del compianto collega, e ringrazia anche il Socio Grassi del dono dei suoi *Principii scientifici della Elettrotecnica. Introduzione al Corso di Elettrotecnica.*

Il Presidente dà poi lettura di un invito del Direttore generale del Touring Club Italiano a partecipare ad una escursione nell'interno della Cirenaica, promossa dal Governatore Senatore De Martino, ed avverte che le eventuali proposte per parte dei Soci dovranno essere trasmesse dalla Presidenza non più tardi del 15 febbraio p. v.

Sono accolte per la stampa negli *Atti* le seguenti Note:

Ing. Giovanni GRIBODO, *I " Rincoti „ ed i " Lepidotteri „ delle Oasi xerotropiche di Val di Susa*, presentata dal Socio MATTIROLO.

Dott. Luigi COGNETTI DE MARTIIS, *Osservazioni sul nucleo delle cellule basali dell' " Helix pomatia „*, presentata dal Socio PARONA.

Prof. Gustavo COLONNETTI, Socio corrispondente, *Risoluzione grafica di alcuni problemi relativi all'equilibrio delle funi pesanti.*

Il Presidente presenta infine un bellissimo ritratto fotografico dell'illustre geologo piemontese, Socio e Tesoriere dell'Accademia, Prof. Angelo SISMONDA, Senatore del Regno (n. 1807, m. 1878), grazioso dono della N. D. Emilia Forneris-Rebaudengo, nipote del compianto collega. Egli esprime alla donatrice i più vivi ringraziamenti a nome dell'Accademia.

Raccoltasi poscia la Classe in adunanza privata, procedette alla votazione per l'elezione di Soci nazionali residenti. Risultarono eletti, salva l'approvazione Sovrana, i professori della R. Università di Torino Daniele ROSA, Amedeo HERLITZKA e Alfredo POCHETTINO.

LETTURE

H. G. ZEUTHEN

Cenno commemorativo del Socio naz. resid. CORRADO SEGRE

Nel 6° giorno di questo mese a Copenhagen s'è spento dolcemente, senza malattia, più che ottantenne, uno dei nostri più illustri Soci: il matematico danese ZEUTHEN. Per l'affetto che da molti anni mi legava a lui, per la gratitudine che gli portavo in causa di tutto ciò che da lui ho imparato, sento il dovere di richiamare la vostra attenzione, sia pur brevemente, sulla grande perdita che abbiamo fatto.

È stato lo ZEUTHEN uno dei più valorosi geometri della 2ª metà del secolo scorso. Intorno al 1865, attratto dalle celebri ricerche di M. CHASLES (di cui fu discepolo) sulle questioni numerative relative alle coniche, era penetrato in questo argomento, e poi anche in quello delle caratteristiche delle quadriche, e delle curve piane di 3° e 4° ordine, ottenendo una lunga serie di nuovi risultati.

Forse accadde a lui come ad HALPHEN, di sentire la necessità, per una trattazione rigorosa e profonda dei problemi numerativi, di studiare con cura i punti singolari delle varietà algebriche ed i loro intorni analitici. Il fatto è che egli passò presto ad occuparsi anche di questo campo; compiendo varie ricerche, generali e speciali, sulle singolarità delle curve e superficie algebriche; in particolare sulla natura dei punti e delle linee singolari delle superficie. Sono lavori fondamentali per chiunque si occupi di geometria algebrica. In essi si dà, fra altro, un assetto definitivo al sistema delle formole che legano i diversi caratteri di una superficie.

Anche fra i caratteri di due curve, o di due superficie, in corrispondenza algebrica tra loro, lo ZEUTHEN ottenne delle re-

lazioni, che accade sempre di adoperare. E qui, per quanto riguarda le corrispondenze biunivoche fra superficie, e i caratteri invariantivi di queste, il suo nome viene a legarsi strettamente a quello di un altro grande scienziato, che mi piace ricordare, e che è pure un nostro venerato Socio: M. NOETHER.

Concetti e metodi nuovi e fecondi egli diede altresì nello studio della forma reale delle curve e superficie; ad esempio nei bei lavori sulle quartiche piane, non che sulle superficie cubiche e sulle superficie del 4° ordine a conica doppia. La fecondità di quei metodi apparve dai lavori che seguirono presto di altri, e in tempi recenti di qualche suo valoroso discepolo.

Nel 1914 pubblicò un trattato di Geometria numerativa, di grande interesse per l'accuratezza e l'eleganza con cui la materia è trattata, e per la ricchezza di metodi e di risultati, relativi ai campi più svariati: ottenuti coi procedimenti numerativi, ma costituenti nel loro insieme, quasi si direbbe, un'opera enciclopedica di Geometria algebrica.

Come CHASLES, così ZEUTHEN s'interessò molto alla storia della Matematica; e intorno ad essa pubblicò, fino, si può dire, alla sua morte, una serie di memorie e di libri originali. Conoscitore diretto dei vari autori, anche dei più antichi, potè presentare in quelle sue pubblicazioni delle vedute proprie, che furono molto apprezzate. Citerò, fra gli altri, il libro, che fece epoca, sulle coniche presso i geometri greci; nel quale fu per la prima volta messa in luce, in tutti i suoi particolari, l'opera, fino allora presso che incompresa, compiuta da APOLLONIO (e prima da altri, fra cui EUCLIDE e ARCHIMEDE) nella teoria delle coniche.

Era lo ZEUTHEN un uomo di squisita gentilezza, benevolo, equanime nei giudizî. Molto legato ai geometri italiani, soleva esprimere verso la nostra geometria, anche pubblicamente, dei giudizî molto lusinghieri. Ed amava l'Italia: in cui (in particolare a Torino) era venuto ripetutamente. Non è un mese che egli mi scriveva con tali sensi; e si univa a me nel deplorare la recente perdita di altri due illustri geometri suoi coetanei: TH. REYE e R. STURM. Ahimè, quanto presto egli è andato a raggiungerli!

I “ Rincoti „ ed i “ Lepidotteri „ delle Oasi xerotropiche di Val di Susa

Nota dell'Ing. GIOVANNI GRIBODO (1)

Nel presentarle questa seconda parte dei miei studi sugli insetti xerofili dei dintorni di Susa devo premettere alcune osservazioni. Ed anzitutto siccome soltanto per gli Imenotteri io mi sono preoccupato di formare una collezione quanto più possibile completa di ogni parte del globo terrestre col sistema così detto *a serie*, riunendo cioè il maggior numero possibile di esemplari d'ogni possibile paese o località, mentre per gli altri Ordini d'insetti mi limitavo a raccogliere e conservare solo quanto mi capitava direttamente tra le mani nelle mie caccie senza cercare di aggiungere altri materiali o con compere o con scambi; così per questi Ordini non posso più dare quelle speciali e sicure indicazioni di patria dedotte da materiali miei proprii (2) di provenienza ben accertata che avevo segnato per gli Imenotteri; devo per questi Ordini limitarmi a segnare le provenienze che trovo indicate nei diversi autori. I principali di questi autori, quelli cioè dei quali mi sono più largamente

---

(1) Lettera al Chiar^{mo} Professore O. Mattirolo. — V. la lettera precedente negli “ Atti d. R. Accad. delle Scienze „, vol. LIV, pag. 846.

(2) Devo aggiungere che, per ridurre il lavoro di conservazione, da varii anni ho ceduto le mie collezioni entomologiche al R. Museo della Università di Torino (ove sono pur sempre a mia disposizione), eccettuate poche cose lasciate a qualche collega; ritenendo presso di me i soli Imenotteri e Coleotteri.

servito, sono per i Rincoti il Garbiglietti (1) e l'Oshanin (2), e per i Lepidotteri Ghiliani (3), Curò (4), Staudinger u. Wocke (5) e Gianelli (6).

A questo punto devo dichiarare che per la classificazione e la nomenclatura generica dei Lepidotteri ho creduto bene attenermi al pregevolissimo lavoro del Curò anzichè a quelli più recenti, perchè a mio parere studi quali il presente interessano più i naturalisti in genere che gli specialisti sistematici; ora, qualunque zoologo conosce, ad esempio, il genere *Botys*, mentre molti ignorano cosa sia il suo surrogato *Pyrausta*; gli specialisti d'altronde conoscono perfettamente tanto i nomi antichi quanto quelli più recenti. Vorrei anche aggiungere che qualche volta alcune variazioni di nomenclatura sono del tutto arbitrarie ed ingiustificate; come ad esempio negli Imenotteri la sostituzione del nome generico *Podalirius* a quello di *Anthophora*, oppure *Anthrena* ad *Andrena*, e simili.

Riguardo ai Rincoti credo opportuno richiamare l'attenzione sulla singolare dispersione che presentano tante specie di questo ordine d'Insetti; sono numerosissimi i casi nei quali l'*habitat* di una specie si estende a due, tre ed anche quattro regioni zoologiche, e per alcune si arriva a tutte le sei regioni; già nelle poche specie xerofile di Susa noi troviamo diversi esempi di tale fenomeno (*Brachypelta aterrima* Forst., *Lyorissus hyalinus* F., *Lygus apicalis* Fieb., e sopra tutte *Nezara viridula* L.), ed infi-

---

(1) Garbiglietti, *Catal. method. et synon. Hemipt. Heteropt. Italiae indig.* " Bull. Soc. Ent. Ital. ", vol. I, 1869.

(2) Oshanin, *Verzeich. d. Palearkt. Hemipt.* " Kaiserl. Akad. d. Wissensch. ", S.-Petersb., 1906-10.

(3) Ghiliani, *Elenco delle specie di Lepid. riconosciute esistenti negli Stati Sardi.* " Mem. d. R. Accad. delle Scienze di Torino ", Ser. II, vol. XIV, 1852.

(4) Curò, *Saggio di un Catal. dei Lepid. d'Italia.* " Bull. Soc. Entom. Ital. ", vol. VI, 1874 e segg. (con la collaborazione di G. Turati per le *Tineine*, *Micropterigine*, *Pteroforine*, *Alucitine*, al vol. XV, 1883).

(5) Staudinger u. Wocke, *Katal. d. Lepid. d. europ. Faunengeb.* Dresd., 1871 (Contr. occorrendo con l'ediz. 1901).

(6) Gianelli, *Osserv. ed aggiunte al Catal. d. Lepid. d. Piem. di Ghiliani.* " Ann. d. R. Accad. d'Agr. di Torino ", vol. XXXIII, 1890. — *I Microlepid. d. Piem.*, " Ibidem ", vol. LIII, 1910. — *Agg. al Catal. d. Microlepid. d. Piem.*, " Ibidem ", vol. LIX, 1917.

niti altri si potrebbero trovare nelle altre specie di quest'Ordine. Questo fatto non si verifica più in nessuno degli altri Ordini. In questi se alcune poche specie risultano più o meno cosmopolite ciò deve attribuirsi sempre all'azione diretta dell'uomo che o volontariamente (*Apis mellifica*) od inconsapevolmente (*Periplaneta orientalis, Pulex, Pediculus,* ecc.) (1) ne favorì la diffusione; ma questa ragione non può certamente valere per le troppo numerose specie di Rincoti a larga diffusione. Siamo dunque in presenza di un fenomeno ben singolare, e che sarebbe degno di uno speciale esame.

Torino, gennaio 1920.

RHYNCHOTA

1. ***Macroscytus brunneus*** F. *Susa,* Gribodo.
   L'*Italia* risulta la regione più settentrionale in cui questa specie venne trovata, e vi è sparsa quasi ovunque, ma assai più al sud che al nord; altrove fu segnalata nella *Francia mer., Spagna, Grecia, Tunisia, Algeria, Marocco, Canarie, Siria, Russia mer., Caucaso, Turkestan, Cina, Ceylon, India, Burma, Caffreria.*
2. ***Geotomus punctulatus*** Costa. *Susa,* Gribodo.
   Autori varii, *Italia mer., Francia, Germania, Ungheria, Grecia, Spagna, Marocco, Algeria, Tunisia, Asia min., Caucaso, Turkestan, Giappone.*
3. ***Brachypelta aterrima*** Forst. *Susa,* Gribodo.
   Specie diffusissima, ma più specialmente nelle regioni meridionali. Essa trovasi bensì (però nelle parti più meridionali) in *Germania, Ungheria, Serbia, Bulgaria, Russia, Caucaso, Turkestan,* e perfino in qualche parte della *Siberia,* ma trovasi pure ed assai più abbondante in *Francia, Spagna, Grecia, Asia min., Tunisia, Algeria, Marocco, Canarie, Madera,* spingendosi fino al *Capo di B. Sper., Indie,* e perfino in *Australia (Queensland).*

---

(1) Anche fra i Rincoti abbiamo specie rese cosmopolite, involontariamente, dall'uomo (*Cimex lectularius, Phylloxera, Diaspis*).

4. ***Sehirus maculipes*** Muls. *Susa,* Gribodo.
   Autori varii, *Sicilia, Francia mer., Spagna, Grecia.*
5. ***Ochetostethus nanus*** H. S. *Susa,* Gribodo.
   Anche questa specie si estende ad alcune zone temperate (come la *Germania, Bulgaria, Serbia, Ungheria*), ma è assai più diffusa al sud, cioè in *Italia, Grecia, Spagna, Marocco, Algeria, Tunisia, Canarie*; trovasi pure nella *Russia, Caucaso, Turkestan.*
6. ***Odontotarsus grammicus*** L. *Susa* (molto abbondante), Gribodo.
   Autori varii, come per la specie precedente.
7. ***Psacasta conspersa*** Germ. *Susa,* Gribodo.
   Autori varii, *Italia, Francia, Spagna, Tunisia, Russia mer., Caucaso.*
8. ***Eurygaster hottentotus*** F. *Susa,* Ghiliani, Gribodo.
   Questa è specie schiettamente meridionale; in Piemonte non la trovai altrove che a *Susa* (1), ove non è rara. Fuori d'*Italia* essa trovossi nella *Francia mer., Spagna, Grecia, Asia min., Russia mer., Tunisia, Algeria, Marocco.*
   A questa specie si dovrebbe riunire l'affine *E. maurus* L., che è pur comunissimo a *Susa,* e quasi introvabile in altre parti del Piemonte; esso si estende bensì da una parte all'Europa ed Asia temperate, ma dall'altra va fino alle *Indie or. (Hongkong).*
9. ***Trigonosoma rusticum*** F. *Susa,* Gribodo.
   Autori varii, *Italia, Francia mer., Spagna, Grecia, Algeria, Tunisia.*
10. ***Selenodera falcatum*** Cyr. *Susa,* Gribodo.
   Autori varii, *Italia mer., Francia mer., Spagna, Grecia, Egitto, Tunisia, Algeria, Marocco, Caucaso, Turkestan.*
11. ***Sternodontus obtusus*** Muls. et Rey. *Susa,* Ghiliani.
   Specie rara trovata finora nella *Francia mer., Illiria, Ungheria, Egitto.*
12. ***Ancyrosoma albolineatum*** F. *Susa,* Ghiliani, Gribodo.
   Autori varii, *Ungheria mer., Dalmazia, Bulgaria, Romania, Serbia, Grecia, Francia mer., Italia mer. ed isole,*

---

(1) Come del resto per tutte le precedenti (eccettuata la *Brachypelta aterrima*) e molte delle susseguenti.

Asia min., Russia mer., Caucaso, Turkestan, Siberia occ. mer., Egitto, Tunisia, Algeria, Marocco, Canarie.

13. ***Graphosoma semipunctatum*** F. *Susa,* Gribodo.
Stesso *habitat* della specie precedente; in Piemonte non la trovai che a *Susa,* ove è abbastanza comune, come anche la susseguente.

14. ***Graphosoma lineatum*** L. *Susa,* Gribodo.
Autori varii, *Corsica, Algeria, Tunisia, Egitto.* La var. *italicum* Müll. (che non trovai a *Susa*) è assai più diffusa; abita anche cioè diverse regioni dell'Europa ed Asia temperate.

15. ***Sciocoris homalonotus*** Fieb. *Susa,* Gribodo.
Autori varii, *Italia, Francia mer., Spagna, Ungheria (Dalmazia?), Tunisia.*

16. ***Dyroderes umbraculatus*** F. *Susa,* Gribodo.
Autori varii, *Italia, Francia mer., Spagna, Grecia, Serbia, Asia min., Siria, Russia mer., Caucaso, Marocco, Algeria.*

17. ***Aelia cognata,*** Fieb. *Susa,* Gribodo.
Oltre che in *Italia* venne pur trovata nella *Spagna* e nella *Francia mer.*

18. ***Neottiglossa bifida*** Costa. *Susa,* Gribodo.
Autori varii, *Italia (Fiume, Napoletano), Francia mer., Spagna, Marocco, Algeria, Siria, Asia min.*

19. ***Eusarcoris inconspicuus*** H. S. *Susa,* Gribodo.
Specie diffusissima nelle regioni paleartiche meridionali, etiopiche ed orientali. Trovossi, procedendo dal nord, in *Ungheria, Serbia, Romania, Bulgaria, Italia, Francia mer., Spagna, Grecia, Siria, Persia, Russia mer., Caucaso, Turkestan, Egitto, Tunisia, Algeria, Marocco, Canarie, Senegal, Nubia, Caffreria, Capo di B. Sp., Indie, Filippine.*

20. ***Holcostethus analis*** Costa. *Susa,* Gribodo.
Autori varii, *Italia (Sicilia, Corsica), Francia mer., Spagna, Marocco, Algeria.*

21. ***Carpocoris fuscispinus*** Boh. *Susa,* Gribodo.
Diffusa in gran parte dell'*Europa media e mer.,* si estende a tutta l'*Africa bor.* (comprese le *Canarie* e *Madera*), all'*Asia mer. paleartica,* e si spinge fino alle *Isole Sandwich.* Lo stesso può dirsi dell'affine *C. purpurei-*

pennis De Geer, il quale però non trovasi alle *I. Sandwich*, ma invece abita il *Caschemir*; questa specie è a Susa assai comune.

22. ***Codophila varia*** F. *Susa*, Gribodo, Ghiliani (*Carpocoris lunula* F.).

Autori varii, *Italia, Francia mer., Spagna, Ungheria, Romania, Grecia, Asia min., Siria, Persia, Russia mer., Caucaso, Turkestan, Tunisia, Algeria, Marocco, Canarie.*

23. ***Holcogaster fibulatus*** Germ. *Susa*, Gribodo.

Autori varii, *Italia* (rara), *Svizzera mer., Francia mer., Spagna, Teneriffa, Algeria, Tunisia, Siria, Grecia, Russia merid.*

24. ***Eurydema festiva*** L. e sua var. ***decorata*** H. S. *Susa* (molto comune), Ghiliani, Gribodo.

Questa specie trovasi, ma poco abbondante, nelle regioni più basse dell'Europa ed Asia temperate (*Germania, Svizzera, Francia, Ungheria, Russia mer., Caucaso, Turkestan*); ed invece è molto comune in quelle meridionali di Europa (*Italia, Spagna, Grecia*), settentrionali d'Africa (*Egitto, Tunisia, Algeria, Marocco, Canarie*), e meridionali d'Asia (*Asia min., Siria, Persia, Cina mer., India*). Lo stesso può dirsi della sua congenere *E. ornata* L., non rara a Susa.

25. ***Nezara viridula*** L., var. ***torquata*** F. *Susa* (comunissima), Gribodo.

Specie comunissima a Susa, nella forma *torquata* specialmente; non la trovai che rarissimamente altrove in Piemonte (*Cambiano*); essa è d'altronde diffusissima in quasi tutti i paesi caldi del globo. Le regioni più elevate in cui venne trovata sono la *Francia mer., Italia, Ungheria mer.* (o meglio *Dalmazia*), *Russia mer., Caucaso, Persia, Cina, Giappone.* Al disotto abita la *Spagna, Madera, Canarie, Marocco, Algeria, Tunisia, Egitto, Siria*; tutta la *Regione Etiopica* (in sostanza tutta l'*Africa*), tutta la *Regione Orientale* e sue Isole, spingendosi fino a *Lombok* ed alla *Nuova Zelanda*; ad occidente poi trovossi alle *Antille* ed al *Texas.*

Questa bellissima specie è fra quelle che più spiccatamente presentano *facies* ed *habitat* tropicali.

26. ***Verlusia quadrata*** F., var. ***rhombea*** L. *Susa,* Gribodo.
La forma tipica di questa specie si spande per quasi tutta la regione paleartica (eccettuate le regioni boreali); ma invece la var. *rhombea* che trovasi a Susa è prettamente meridionale; finora venne trovata in varii paesi dell'Europa meridionale (*Italia, Spagna, Grecia*); in tutta l'Africa settentrionale dalle *Canarie* all'*Egitto*; in *Siria, Caucaso* e *Turcomannia.*

27. ***Haploprocta sulcicornis*** F. *Susa,* Gribodo.
Autori varii, *Italia, Francia mer., Spagna, Grecia,* tutta l'*Africa sett.* dalle *Canarie* fino all'*Egitto, Siria, Asia min., Russia mer.*

28. ***Centrocoris spiniger*** F. *Susa,* Gribodo.
Autori varii, *Italia, Serbia, Romania, Grecia, Asia min., Siria, Russia mer., Caucaso, Turcomannia, Francia mer., Spagna, Marocco, Algeria.*

29. ***Spathocera lobata*** H. S. *Susa,* Gribodo.
Autori varii, *Italia (Napolitano, Corsica, Dalmazia), Francia mer., Spagna, Grecia, Serbia, Romania, Asia min., Russia mer., Caucaso, Turkestan, Algeria.*

30. ***Ceraleptes obtusus*** Brullé. *Susa,* Gribodo.
Autori varii, *Italia, Francia mer., Spagna, Turchia, Siria, Caucaso, Turcomannia, Teneriffa, Egitto.*

31. ***Camptopus lateralis*** Germ. *Susa,* Gribodo.
Specie non rara a Susa; si estende bensì a qualche parte più meridionale delle regioni centrali d'Europa e d'Asia *(Germania mer., Ungheria (Dalmazia), Serbia, Romania, Turchia, Russia mer., Caucaso, Turkestan),* ma è assai più abbondante in *Spagna, Grecia, Madera, Canarie, Marocco, Algeria, Tunisia, India (Sindh).*

32. ***Lyorissus hyalinus*** F. *Susa,* Gribodo.
Specie stranamente diffusa in svariatissime regioni temperate o tropicali. In Europa trovasi, poco comune, anzi rara, in *Inghilterra, Francia, Svizzera, Moldavia, Serbia, Ungheria*; più comune in *Italia, Spagna, Grecia.* In Africa al nord nel *Marocco, Algeria, Tunisia, Egitto, Nubia, Canarie*; al sud al *Capo di B. Sp.* In Asia trovossi in *Siria, Russia mer., Caucaso, Turkestan, Giappone.* In *Australia.* E finalmente nel Sud-America al *Cile* ed

Antille; e nel Nord-America al *Messico, Texas, California, Nebraska, Dacota.*

33. ***Maccevethus lineola*** F. *Susa,* Gribodo.

In Italia trovasi anche in *Liguria, Toscana, Napoletano, Sicilia, Sardegna, Corsica*; io la raccolsi a Torino, e fu trovata anche una volta al *Moncenisio.* Altrove in *Ungheria (Dalmazia), Bulgaria, Serbia, Russia mer., Caucaso, Turkestan, Spagna, Marocco, Algeria, Tunisia.*

34. ***Oxycarenus lavaterae*** F. *Susa,* Gribodo.

Segno questa specie essenzialmente meridionale *(Italia, Francia mer., Spagna, Ungheria mer., Tunisia, Algeria, Marocco, Teneriffa)* per rilevare un fatto stranissimo; di essa oltre che a Susa (dove trovai un solo esemplare) non mi fu possibile incontrarla che un'altra volta a Torino in inverno sui tigli del viale Massimo d'Azeglio; erano decine forse di migliaia di esemplari alquanto intirizziti ma perfettamente vivi; il fenomeno, a mia conoscenza, non si è più ripetuto.

35. ***Aphanus pineti*** H. S. *Susa,* Gribodo.

Secondo il Garbiglietti questa specie sarebbe sparsa in quasi tutta l'Italia; io dubito invece che essa ora soltanto vi sia stata trovata, a Susa; finora non mi risulterebbe raccolta altrove che in *Spagna* e nell'*Algeria.*

36. ***Beosus quadripunctatus*** Müll. *Susa,* Gribodo.

Autori varii, *Italia, Francia mer., Spagna, Corfù, Grecia, Ungheria, Serbia, Romania, Siria, Asia min., Russia mer., Caucaso, Turkestan, Siberia or.!*

37. ***Oncocephalus squalidus*** Rossi. *Susa,* Gribodo.

In Italia venne trovato in *Liguria, Sardegna, Sicilia*; altrove nella *Francia mer., Spagna, Marocco, Tunisia, Algeria, Nubia, Asia min., Russia mer., Caucaso*; sarebbesi pur raccolto in *Bulgaria* e nel *Giappone.*

38. ***Pirates hybridus*** Scop. *Susa,* Gribodo.

Autori varii, *Italia (Liguria, Toscana, Sardegna, Sicilia), Germania mer., Svizzera, Francia, Ungheria, Serbia, Romania, Russia mer., Tauride, Caucaso, Turkestan, Asia min., Siria, Turchia, Grecia, Tunisia, Algeria, Marocco.*

39. ***Acanthia amplicollis*** Reut. *Susa,* Gribodo.

Specie abbastanza rara, non ancora finora trovata in

Italia; mi risulterebbe soltanto della *Spagna*, *Croazia*, *Grecia*, *Asia min.*, *Siria*, *Turkestan*.

40. **Lygus apicalis** Fieb. *Susa*, Gribodo.
Autori varii, *Italia*, *Francia mer.*, *Spagna*, *Marocco*, *Algeria*, *Tunisia*, *Egitto*, *Creta*, *Grecia*, *Erzegovina*, *Ungheria mer.*, *Persia*, *China mer.*, *Abissinia*, *Kilimandjaro*, *Sierra Leona*, *S. Elena*, *Messico*, *Maine*, *Cuba*, *Giamaica*.

41. **Cicadetta argentata** Oliv. *Susa*, Gribodo.
Autori varii, *Italia*, *Francia mer.*, *Spagna*, *Portogallo*.
Nella famiglia delle **Cicadidae** si potrebbero anche citare come trovate a Susa la *Tettigia orni* L., la *Cicada plebeja* Scop., e financo lo stesso *Tibicen haematodes* Scop., specie essenzialmente meridionali. La maggior parte delle specie di questa famiglia abitano le regioni tropicali o subtropicali.

42. **Triecphora sanguinolenta** L. *Susa*, Gribodo.
Autori varii, *Italia (Liguria, Napoletano)*, *Francia mer.*, *Spagna*, *Turchia*, *Siria*, *Caucaso*.

43. **Aglena ornata** H. Scheff. *Susa*, Gribodo.
Autori varii, *Italia (Sicilia)*, *Turchia*, *Asia min.*, *Marocco*.

44. **Fieberiella Flori** Stäl. *Susa*, Gribodo.
Autori varii, *Italia*, *Austria*, *Ungheria*, *Romania*, *Grecia*, *Persia*, *Caucaso*, *Francia mer.*

45. **Selenocephalus griseus** F. *Susa*, Gribodo.
Come la precedente, però si è inoltre trovata in *Spagna* ed in *Tunisia*.

46. **Selenocephalus pallidus** Krbm. *Susa*, Gribodo.
Autori varii, *Carinzia*, *Dalmazia*, *Grecia*, *Anatolia*, *Tunisia?*

47. **Phlepsius intricatus** H. Scheff. *Susa*, Gribodo.
Autori varii, *Italia*, *Francia mer.*, *Spagna*, *Ungheria*, *Romania*, *Algeria*, *Tunisia*, *Siria*, *Caucaso*, *Turkestan*.

48. **Thamnotettix Fieberi** Ferr. *Susa*, Gribodo.
Autori varii, *Liguria*, *Sicilia*, *Francia mer.*, *Romania*.

49. **Chlorita tessellata** Leth. *Susa*, Gribodo.
Autori varii, *Ungheria*, *Romania*, *Russia mer.*; ed in America *California*, *Utah*. Finora non venne trovata in Italia che a Susa.

50. **Caliscelis Bonellii** Latr. *Susa*, Gribodo.

Autori varii, *Italia (Napoletano, Sicilia, Dalmazia), Austria mer., Francia mer., Erzegovina.*

51. ***Hysteropterum grylloides*** Fab. *Susa,* Ghiliani, Gribodo.
Autori varii, *Italia (Liguria, Dalmazia), Svizzera, Austria mer., Romania, Turchia, Grecia, Asia min., Siria, Russia mer., Tunisia, Algeria, Canarie.*

52. ***Hysteropterum reticulatum*** H. Scheff. *Susa,* Gribodo.
Autori varii, *Sicilia, Dalmazia, Svizzera mer., Francia merid.*

53. ***Homotoma ficus*** L. *Susa,* Gribodo.
Autori varii, *Dalmazia, Francia mer., Spagna, Caucaso.*

LEPIDOPTERA

1. ***Papilio Podalirius*** L., ab. ***Zancleus*** Z. *Susa,* Gianelli.
Autori varii, *Europa mer., Toscana, Sicilia.* Secondo il Curò sarebbe in Sicilia assai abbondante, ed anzi ivi sostituirebbe il tipo.

2. ***Anthocaris Euphenoides*** Stgr. *Susa,* Gribodo.
Autori varii, *Francia mer., Italia, Spagna, Portogallo.* Il Curò la dice rara in *Toscana* e frequente in *Liguria*; secondo il Gianelli sarebbe stata catturata a *Plan-Pinet* (*Monginevro*), forse immigrata perchè è questa una specie decisamente meridionale.

3. ***Polyommatus Alciphron*** Rott., var. ***intermedia*** Stef. *Susa,* Gianelli, Gribodo.
Autori varii, *Toscana, Abruzzi, Sicilia, Grecia.* La forma tipica è pur essa essenzialmente meridionale.

4. ***Lycaena Admetus*** Esp., var. ***Rippertii*** Frr. *Susa,* Ghiliani, Gianelli, Gribodo.
Autori varii, *Tirolo, Liguria, Bulgaria, Grecia, Asia min.*; anche per questa specie la forma tipica appartiene all'Europa mer. ed Asia min. Secondo il Ghiliani (Note inedite) la *Rippertii* sarebbe comune a Susa; io invece, ed il Gianelli, la trovammo raramente.

5. ***Lycaena Iolas*** O. *Susa,* Gianelli, Gribodo.
Autori varii, *Liguria, Nizza, Toscana, Bolzano, Un-*

gheria (forse *Dalmazia*, che falsamente si riteneva come parte dell'Ungheria), *Balcani, Francia mer., Catalogna, Asia min.*

6. ***Vanessa L-album*** Esp. *Susa,* Ghiliani, Gribodo.
   Autori varii, *Bolzano, Padova, Liguria, Italia mer., Germania mer., Ungheria? Russia?.* Ghiliani ne avrebbe trovato un esemplare ad *Exilles.*

7. ***Vanessa Egea*** Gr. *Susa,* Gianelli, Gribodo.
   Autori varii, *Italia* e *sue Isole, Europa mer.* (eccettuato *Spagna, Ungheria, Russia mer.*), *Asia occ., Persia.*

8. ***Melitea Aurelia*** Nick. *Susa,* Gribodo.
   Autori varii, *Germania mer., Svizzera, Armenia, Russia mer.* Segno questa specie, che forse non può definirsi precisamente meridionale, solo perchè sarebbe la prima volta che fu trovata in Italia; il Curò però dice essergli stato riferito che venne trovata allo Stelvio.

9. ***Melanargia Galathea*** L., ab. ***Leucomelas*** Esp. *Susa,* Ghiliani, Gianelli, Gribodo.
   Autori varii, *Liguria, Italia mer.* (dove è assai comune), *Asia min.*

10. ***Erebia Manto*** Esp., var. ***Alberganus*** D. Pr. *Susa,* Ghiliani, Gianelli.
   La specie *Manto* trovasi nei *Pirenei, Carpazi, Alpi?,* ma la var. *Alberganus* pare propria del Piemonte, ove con le due seguenti fu dapprima trovata dal De Prunner. Essa è assai vicina alla var. *Cecilia* Hb. dei Pirenei e del Piemonte.

11. ***Erebia Stigne*** O., var. ***Triarus*** D. Pr. *Susa,* Ghiliani, Gribodo.
   Per la forma tipica *Germania, Francia mer., Pirenei, Siberia?*; per la var. *Triarus Piemonte?*; Gianelli l'avrebbe trovata anche ad *Exilles.*

12. ***Erebia Pronae*** Esp. var. ***Medon*** D. Pr. *Susa,* Ghiliani.
   Autori varii; la forma tipica *Europa centr.* e *mer., Pirenei, Asia min., Armenia*; la var. *Medon Alpi marittime* e *Cozie.*

13. ***Satyrus Aretusa*** Esp. *Susa,* Ghiliani, Gribodo.
   Autori varii, *Carso, Germania mer., Europa mer., Armenia.*

14. ***Syrictus Orbifer*** Hb. *Susa,* Gribodo.
Autori varii, *Sicilia, Europa mer. or., Asia occ., Amur.*

15. ***Deilephila Celerio*** L. *Susa,* Gribodo.
Ho trovato a Susa questa bellissima specie, che Ghiliani e Curò dicono rarissima in Piemonte, ed in genere nell'Europa temperata, mentre sarebbe comune in alcuni paesi meridionali (specialmente del bacino mediterraneo), e che si estende alle *Indie or.*, e perfino in *Australia.* Il Ghiliani dice averne raccolto cinque esemplari in *Tarantasia — provincia della Savoia particolare per le sue produzioni in insetti dell'Europa meridionale* (1) —. Secondo lo Stefanelli questa specie sarebbe frequente in certe annate nei dintorni di *Lucca*; il Ghiliani la trovò abbondante a *Malaga.*

16. ***Deilephila Livornica*** Esp. *Susa,* Ghiliani (*lineata* F.).
Autori varii, *Europa mer.* e parte della *centr.* (advena?), *Africa sett.* e *mer., Asia occ., Siberia mer.?.* Ghiliani, che la trovò in *Sardegna* ed in *Liguria* abbondante, dice di averla pur trovata in *Tarantasia* (rara).

17. ***Heterogynis Pennella*** Hb. *Susa,* Gribodo, Curò (comune a Susa).
Autori varii, *Liguria, Toscana, Alpi orient.* ed *occid.?, Francia mer., Spagna, Carniola* (2).

18. ***Zygaena Sarpedon*** Hb. *Susa,* Ghiliani (abbondante (3)), Gribodo.
Autori varii, *Francia mer., Spagna sett. or., Liguria, Savoia (Tarantasia?).*

19. ***Zygaena Erythrus*** Hb. *Susa,* Gribodo.
Autori varii, *Piemonte, Liguria, Toscana* (copiosissima), *Francia mer.*

---

(1) Ghiliani, *Elenco d. specie di Lepid. riconosciute esistenti negli Stati Sardi.* " Mem. d. R. Accad. d. Scienze di Torino ", vol. XIV, pag. 97.

(2) I dintorni di Susa sono eccezionalmente ricchi sia di specie che di esemplari di *Sesie*; mentre altrove è raro il caso di trovare più di uno o due esemplari di Sesie in uno stesso giorno, sulla Brunetta invece mi è non raramente successo (in altri tempi) di catturarne anche 8 o 10. Nessuna specie vi ho trovato che potesse considerarsi come xerofila; di notevoli vi ho incontrato (una sol volta) la rarissima *S. Tiphiaeformis* Bork.

(3) Ghiliani, *Notizie di escurs. e caccie entom.* " Bull. Soc. Ent. Ital. ", 1874, pag. 93.

20. ***Zygaena Hilaris*** O. *Susa,* Ghiliani, Gribodo.
Autori varii, *Piemonte, Liguria* (comune), *Francia mer., Andalusia.*

21. ***Zygaena Stoechadis*** Bork. *Susa,* Ghiliani (*Medicaginis*), Gribodo.
Autori varii, *Piemonte, Liguria* (comune), *Toscana, Napoletano, Francia mer., Catalogna, Armenia?* (1).

22. ***Naclia Punctata*** F. *Susa,* Gribodo.
Autori varii, *Piemonte, Italia* e *sue isole, Europa mer.* in genere, *Asia min.*

23. ***Deiopeia Pulchella*** L. *Susa,* Gribodo.
Autori varii, *Italia sett.* (rara), *mer.* ed *isole* (comune), *Europa centr.* (advena?) e *mer., Africa sett., Asia min., Imalaia, America sett., Australia.* Specie largamente sparsa, però nelle regioni calde; Ghiliani afferma che trovasi anche nei dintorni di *Torino* in praterie aride; comune in *Liguria* (ove io pure la incontrai non raramente); la trovò anche in Tarantasia, regione analoga a Susa. Io non la incontrai in Piemonte altrimenti che a Susa, ove però non sembra troppo abbondante, benchè in ogni anno se ne possa sempre raccogliere qualche esemplare. È questa una bellissima specie avente un *facies* veramente esotico.

24. ***Dianthoecia Irregularis*** Hufn. *Susa,* Ghiliani (*Echii* Bork.).
Autori varii, *Italia, Dalmazia, Francia mer., Europa centr., Russia mer., Asia min.*

25. ***Episema Scoriacea*** Esp. *Susa,* Ghiliani (*Cleoceris Scoriacea*), Gribodo.
Autori varii, *Carnia, Germania mer. or., Francia mer., Ungheria (Dalmazia?), Asia min.*

26. ***Polia Rufocincta*** H. G. *Susa,* Ghiliani, Gribodo.
Autori varii, *Italia (Tirolo mer., Piemonte, Lombardia,*

---

(1) Si potrebbero ancora citare come abitanti i dintorni di Susa (ove in generale le *Zigaenae* sono assai abbondanti) diverse altre specie (*Fausta, Tripholii, Angelicae,* ecc.) che sono pur meridionali, se dette specie non si estendessero più o meno anche nell'Europa centrale.

Nizzardo, Sicilia), Francia, Ungheria or., Grecia, Asia minore.

27. ***Hadena Solieri*** B. *Susa,* Gribodo.

Specie, a quanto pare, assai rara, ma schiettamente meridionale. Ghiliani afferma di averla trovata solo sui *monti sardi e liguri.* I cataloghi la segnano della *Francia mer., Spagna, Dalmazia, Grecia, Asia min.*

28. ***Eriopus Latreillei*** Dup. *Susa,* Ghiliani, Curò.

Trovata pure sui *monti nizzardi* dal Ghiliani. Secondo gli autori essa abita l'*Italia centr. mer.* e le *sue isole*; in genere l'*Europa mer.*, come pure la *Mauritania,* l'*Asia min.* e la *Siria?*

29. ***Caradrina Exigua*** Hb. *Susa,* Gribodo.

Autori varii, *Italia* (rara al nord, assai più comune al centro e nelle isole), *Europa mer., Asia min., Armenia, Siria.*

30. ***Calpe Capucina*** Esp. *Susa,* Gribodo.

Un solo esemplare di *Susa*; rarissima in *Italia*; fuori trovossi nel *Vallese, Dalmazia, Pirenei, Turchia, Russia mer., Armenia, Amur, Giappone.*

31. ***Plusia Chalcytes*** Esp. *Susa,* Gribodo.

Autori varii, *Italia, Europa mer., Asia min., Imalaia, Africa sett., Canarie.*

32. ***Grammodes Bifasciata*** Pet. *Susa,* Gribodo.

Autori varii, *Italia* (rarissima al nord, più comune al sud). Ghiliani, che non la trovò in Piemonte, la raccolse abbondante in *Liguria*, e sopratutto in *Sardegna* (*Ophiusa Geometrica* F.); *Francia mer., Spagna, Asia min., Siria, Africa sett.*

33. ***Acidalia Camparia*** H. S. *Susa,* Gribodo

Autori varii, *Sicilia, Corsica, Dalmazia, Grecia, Francia mer., Asia min., Siria.*

34. ***Acidalia Incarnaria*** H. S. *Susa,* Gribodo.

Autori varii, tutta l'*Italia* e le *sue isole* (rara), *Francia mer., Grecia, Asia min.*

35. ***Gnophos Respersaria*** Hb. *Susa,* Ghiliani.

Il Ghiliani avrebbe trovata questa specie anche nelle *Alpi marittime,* il Costa a *S. Severino.* Il Curò ritiene che la specie del Ghiliani sia la *Sartata* Fr. Se essa è vera-

mente la *Respersaria*, sarebbesi allora già trovata nella *Dalmazia, Spagna, Russia mer. occ.*; se invece è la *Sartata*, questa fu raccolta in *Sicilia, Corsica, Carnia, Dalmazia, Grecia, Russia mer. occ., Asia min., Siria*; tanto l'una quanto l'altra delle due specie sono specie meridionali.

36. ***Stherra Sacraria*** L., ab. ***Sanguinaria*** Esp. *Susa*, Gribodo.

Autori varii, tutta l'*Italia* (rara al nord, è assai comune invece al sud, sopratutto nelle *isole*), *Europa centr.* e *mer.*, *Asia min., Mauritania, Canarie.*

37. ***Botys Purpuralis*** L., var. ***Moestalis*** Dup. *Susa*, Ghiliani.

La forma tipica trovasi in tutta l'*Italia, Europa, Armenia*; la var. *Moestalis* invece è meridionale, e forse in Italia non venne trovata che a *Susa.*

38. ***Botys Repandalis*** S. V. *Susa*, Gianelli.

Autori varii, *Alpi marittime, Istria, Romagna, Europa centr.* e *mer.*

39. ***Eurycreon Clathralis*** Hb. (?). *Susa*, Gianelli.

Il Curò nel suo pregiato *Saggio di un Catal. di Lepid. d'Ital.* parla (in una *Aggiunta*) di un *Botys Clathralis* Hb. come trovato (ed anzi assai comune) a Susa dal Gianelli. Ora io non conoscerei alcun *Botys Clathralis*, ma solo un *Eurycreon Clathralis* (segnalato come abitante la *Russia mer., Armenia, Asia min.*, e per una sua varietà (*Tessealis*) anche la *Corsica, Francia mer., Andalusia*, e quindi meridionale; senonchè il Curò stesso segna questo *Eurycreon* come alpino, anzi — *delle praterie elevatissime* — ?! È questa una specie a me del tutto ignota.

40. ***Myelois Transversella*** Dup. *Susa*, Gribodo.

Autori varii, *Sicilia, Corsica, Francia mer., Spagna, Dalmazia, Grecia, Asia min., Armenia.* Ghiliani (*Phycis*) la trovò in *Sardegna* e *Liguria*; Gianelli a *Torino*; Curò l'annunzia come di *tutta l'Italia*, esclusa la settentrionale.

41. ***Ephestia Gnidiella*** Mill. *Susa*, Gribodo.

Autori varii, *Sicilia, Francia mer., Spagna.*

42. ***Teras Variegana*** Schiff., ab. ***Asperana*** F. *Susa*, Gribodo.

La specie tipica trovasi bensì in tutta l'Europa, ma

l'ab. *Asperana* è invece essenzialmente meridionale; oltre che a *Susa* trovossi nelle *Alpi maritt., Nizzardo, Toscana, Corsica, Sardegna.*

43. ***Atychia Pumila*** O. *Susa,* Ghiliani, Gianelli.
Specie assai rara, trovata in *Toscana, Ungheria, Russia merid.*

44. ***Acrolepia Vesperella*** Z. *Susa,* Gribodo.
Autori varii, *Livorno, Liguria?, Sicilia, Francia mer., Dalmazia.*

45. ***Depressaria Irrorata*** Stgr. *Susa,* Gribodo.
Ho trovato a Susa un esemplare di questa rara specie, che finora, a quanto mi risulta, non sarebbe stata trovata che in *Grecia.*

Dall'amico Gianelli, appassionato lepidotterologo e zelantissimo ricercatore della regione piemontese, mi viene comunicato il seguente elenco di specie da lui raccolte a Susa, e che egli ritiene come essenzialmente meridionali.

Syntomis Mariana Querci Verity. — ***Polia Venusta*** B. — ***Brotolomia Meticulosa*** L. — ***Caradrina Ambigua*** F. — ***Plusia Gutta*** Gn. — ***Acontia Lucida*** Hufn. — ***Catocala Puerpera*** Giorna. — ***Acidalia Imitaria*** Hb. — ***Pellonia Calabraria*** Z. — ***Simaethis Nemorana*** Hb. — ***Depressaria Alstroemeriana*** Cl. — ***Pleurota Pungitiella*** H. S. — ***Glyphipterix Argyroguttella*** Rag. — ***Lithocolletis Millierella*** Stgr.

Risoluzione grafica di alcuni problemi relativi all'equilibrio delle funi pesanti

Nota del Socio corrispondente GUSTAVO COLONNETTI

In occasione di uno studio — recentemente affidatomi dal R. Ministero della Marina — sulle condizioni di posa degli stralli di ancoraggio di un altissimo palo destinato a sostenere l'aereo di una stazione radiotelegrafica ultrapotente, ho dovuto ripetutamente risolvere i più svariati problemi di equilibrio di funi pesanti; ed ho constatato con quanto vantaggio i procedimenti analitici, anche più semplici, possono in pratica venir sostituiti da procedimenti grafici, i quali presentano sui primi una incontestabile superiorità in quanto rispecchiano con immediata evidenza il modo con cui i singoli elementi variabili influiscono sull'andamento generale del fenomeno che si studia.

Uno di questi procedimenti mi sembra particolarmente meritevole di essere conosciuto per la sua singolare semplicità e per la grande varietà e generalità delle applicazioni a cui si presta.

Ecco, in breve, di che si tratta.

Sia MON (fig. 1) l'arco di catenaria secondo cui si dispone, in equilibrio, una fune pesante — omogenea e perfettamente flessibile — sospesa pei suoi estremi a due punti dati M, N.

Sia l la distanza MN ed s la lunghezza dell'arco MON; riterrò sempre, in ciò che segue, che la catenaria sia sufficientemente tesa perchè si possa trascurare la differenza $s - l$ a fronte di l.

Con queste convenzioni, e colle notazioni della figura, si ha notoriamente:

$$s = l\left[1 + \frac{8}{3}\left(\frac{f}{l}\right)^2\right]. \tag{1}$$

D'altra parte, detto Q il peso complessivo della fune, da considerarsi come uniformemente ripartito sulla sua lunghezza

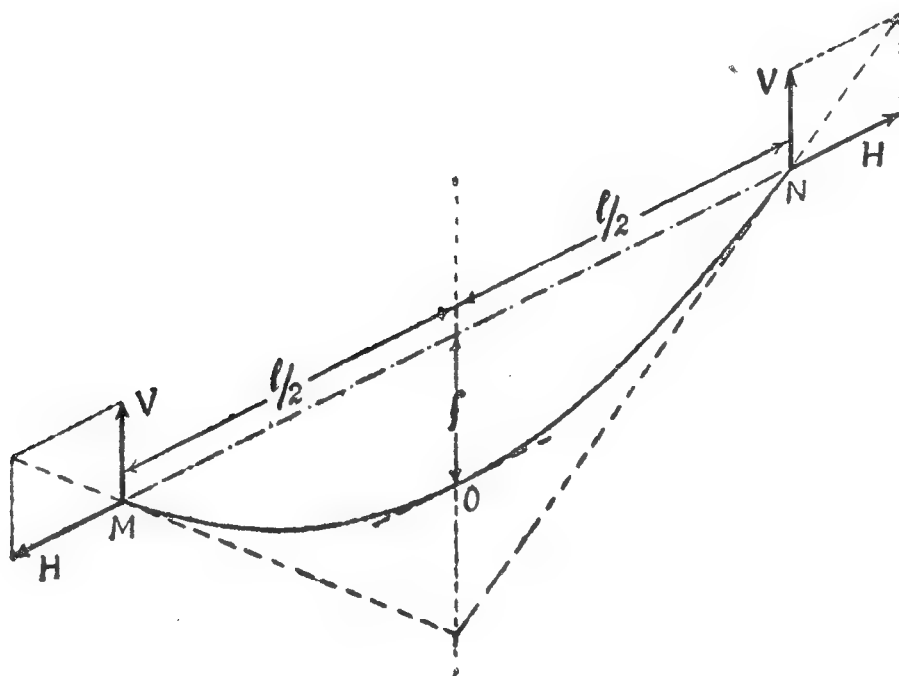



Fig. 1.

— o, più semplicemente, sulla corda MN — si deve avere, per l'equilibrio:

$$Hf = \frac{1}{8} Ql. \tag{2}$$

Sostituendo si trova la relazione:

$$H^2 \frac{s-l}{l} = \frac{1}{24} Q^2, \tag{3}$$

la quale mette bene in evidenza il modo con cui, pel tramite del parametro $\frac{s-l}{l}$ che si potrebbe chiamare la *caratteristica* dell'arco di catenaria considerato, vengono ad influire sullo stato di tensione che è generalmente l'incognita fondamentale del problema, le condizioni di montaggio (in quanto implicano, a parità di distanza dei punti di attacco, una più o meno grande lunghezza di fune), le variazioni di temperatura (che fanno ulteriormente aumentare o diminuire questa lunghezza) e finalmente gli eventuali cedimenti dei punti di attacco (in quanto inducono una variazione nella loro distanza).

Tuttavia l'utilizzazione della (3) pel calcolo della tensione non riesce così immediato come a tutta prima potrebbe credersi, perchè la lunghezza della fune non è costante, ma varia, sia pur di poco, col variare del suo stato di tensione; in una parola, perchè s è funzione di H.

Nelle ipotesi fatte si usa ritenere, con approssimazione più che sufficiente per tutte le esigenze della pratica,

$$s = s_0 + \frac{Hl}{EF},$$

s_0 essendo la lunghezza iniziale della fune scarica,
E il suo modulo apparente di elasticità a trazione (*),
F la sua sezione resistente (somma delle sezioni dei fili che la compongono).

Sottraendo l da entrambi i membri e dividendo poi tutto per l, si può scrivere:

$$\frac{s-l}{l} = \frac{s_0 - l}{l} + \frac{H}{EF}, \tag{4}$$

dove $\frac{s_0 - l}{l}$ è il valore che la caratteristica $\frac{s-l}{l}$ avrebbe se la fune fosse inestensibile ($E = \infty$), valore a cui darò il nome di *caratteristica di montaggio*.

Ciò posto, si può evitare la risoluzione diretta dell'equazione (3) la quale, a sostituzioni fatte, riesce evidentemente del terzo grado in H, procedendo nel modo seguente.

Assunte le $\frac{s-l}{l}$ e le H rispettivamente come ascisse e come ordinate in un ordinario sistema di coordinate cartesiane ortogonali, si tracci la curva rappresentata dalla (3) pel do-

(*) Cfr. M. Panetti, *Sul modulo di elasticità a trazione delle funi metalliche,* "Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino", vol. XLIV (1908-09).

vuto valore di Q; in fig. 2 ciò è stato fatto nell'ipotesi che sia $Q = 1$.

Si supponga — tanto per fare il caso più ovvio — che si conoscano le condizioni di montaggio di una fune di tale peso: che cioè sia dato il valore della caratteristica di montaggio:

$$\frac{s_0 - l}{l} = OA.$$

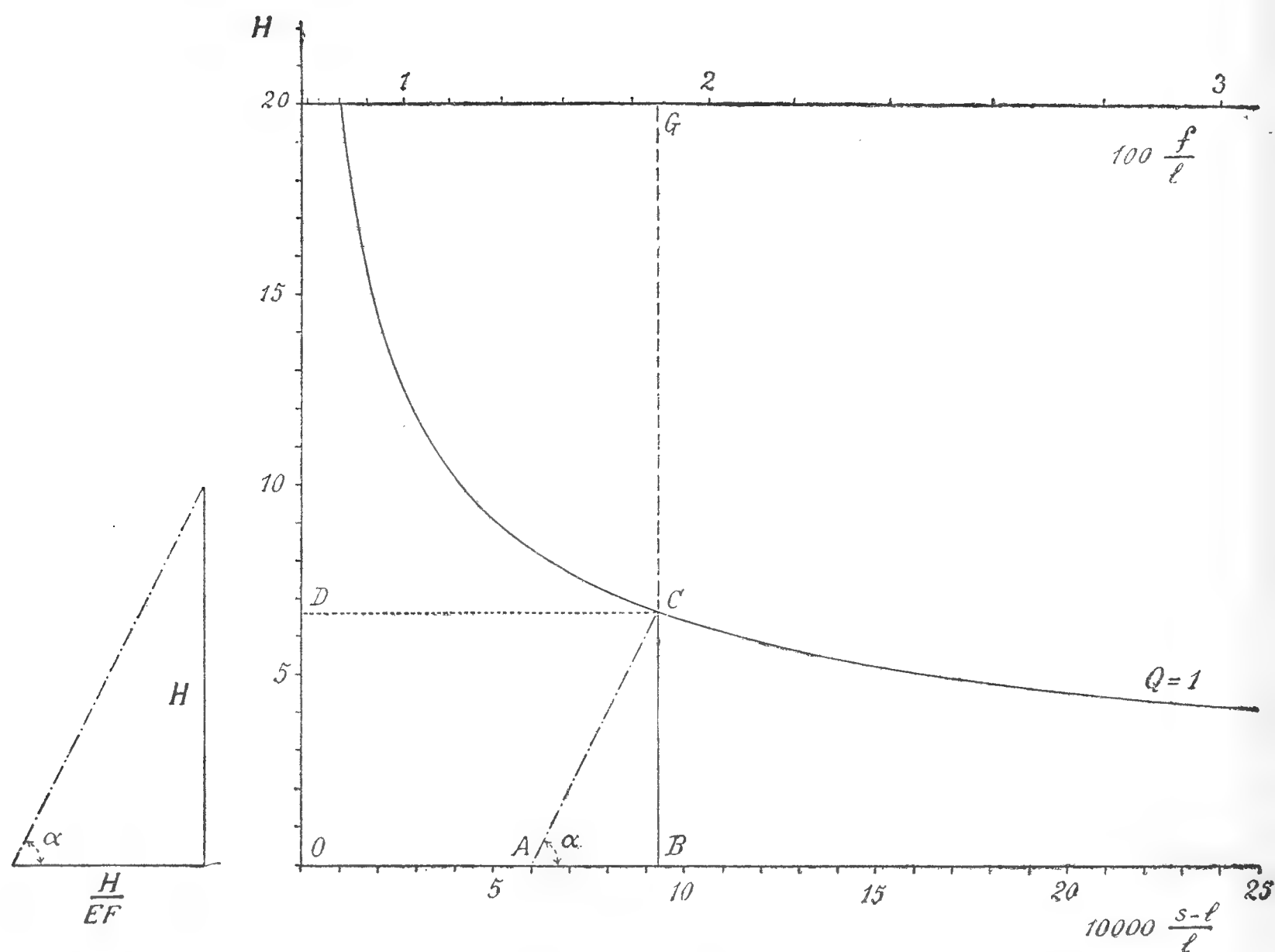



Fig. 2.

Per A si conduca una retta inclinata sull'asse delle ascisse dell'angolo α tale che

$$\operatorname{tg} \alpha = EF \ (*)$$

fino ad incontrare la curva in discorso in un punto C.

(*) Cfr. la costruzione grafica eseguita in figura a sinistra con riferimento ad un valore affatto arbitrario di H.

È facile constatare che questo punto caratterizza la configurazione di equilibrio della fune: invero ponendo:

$$BC = H$$

si trova:

$$AB = \frac{BC}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{H}{EF}$$

e quindi:

$$OB = OA + AB = \frac{s_0 - l}{l} + \frac{H}{EF} = \frac{s - l}{l}.$$

Si ha così da una parte il valore della tensione H e dall'altra quello della caratteristica $\frac{s-l}{l}$, ovvero, se lo si preferisce, quello della freccia: dalla (1) si ricava infatti con tutta facilità la relazione:

$$\frac{s - l}{l} = \frac{8}{3} \left(\frac{f}{l} \right)^2,$$

coll'aiuto della quale si può graduare l'asse delle ascisse in valori del rapporto $\frac{f}{l}$; tale graduazione è stata nella figura riportata in alto: su di essa si proietterà direttamente il punto C ogniqualvolta si voglia calcolare f.

Reciprocamente nota la freccia f, oppure la tensione H, si potrà, conoscendo la posizione del punto G, o rispettivamente del punto D, dedurre quella di C, tracciare l'obliqua CA e leggere il valore OA della caratteristica di montaggio.

Ma anche più evidenti divengono i vantaggi di questo procedimento quando si tratta di risolvere problemi più complessi.

Si supponga, per esempio, di dover montare una fune colla condizione che essa presenti una variazione ΔH data di tensione per una data variazione del peso (quale si verifica ogniqualvolta la fune viene sovraccaricata, naturalmente in modo uniforme, per presenza di vento o di neve); e si supponga pure — per fare senz'altro il caso più generale — che l'applicazione

del sovraccarico sia accompagnata da una data variazione di temperatura e, se si vuole, anche da un dato cedimento dei punti di attacco: in una parola, da una data variazione della caratteristica di montaggio.

Basterà allora tener presente che i due punti C e C', che sul disegno debbono rispettivamente caratterizzare le condizioni iniziale e finale del sistema, dovranno presentare una differenza di ordinata eguale a ΔH, e che d'altra parte la proiezione del

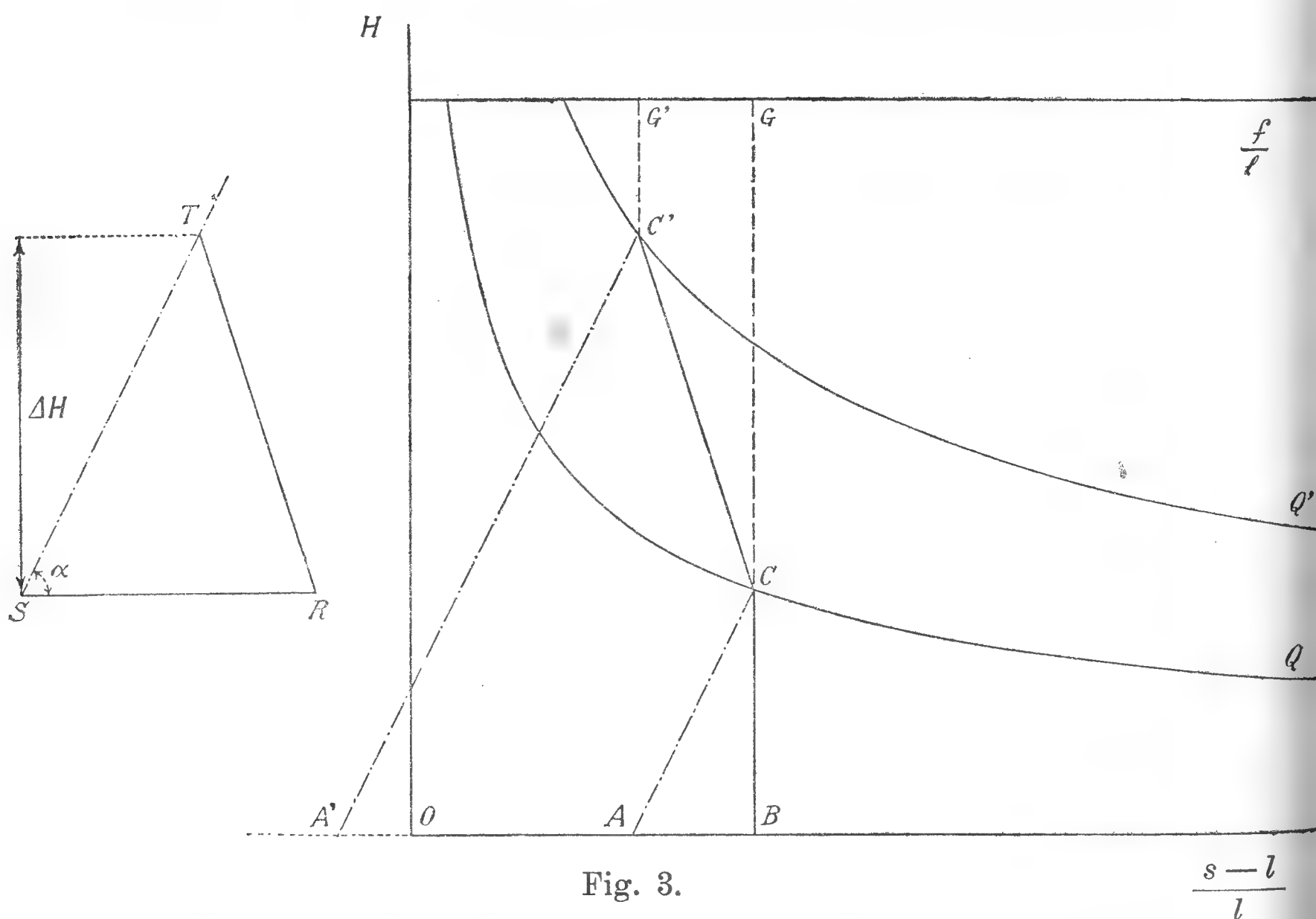



Fig. 3.

segmento CC' sull'asse delle ascisse, eseguita sotto l'angolo α, dovrà misurare la data variazione della caratteristica di montaggio.

Tracciato pertanto (fig. 3) un segmento RS il quale misuri (in grandezza e segno) quest'ultima variazione, pel termine S di esso si conduca una retta ST inclinata del solito angolo α; quindi su RS come base, e con ST come secondo lato, si costruisca il triangolo che ha per altezza ΔH; il lato di chiusa RT rappresenterà (in grandezza ed orientazione) la distanza cercata CC'.

Se si tiene conto che C e C' debbono appartenere a due curve ben determinate, rispettivamente corrispondenti al valore iniziale Q ed al valore finale Q' del peso, non sarà difficile identificarne sul disegno le posizioni e dedurne le relative caratteristiche e freccie, nonchè il valore della tensione iniziale colla quale si soddisfa alle condizioni imposte.

Il tracciamento delle varie curve che a questo fine possono occorrere, relative a diversi valori di Q, non presenta difficoltà sostanziali. Tuttavia, per renderlo immediatamente agevole a chiunque intendesse applicare a qualche caso pratico il procedimento che ho descritto, ho creduto non inutile riportare, nella breve tabella numerica allegata, i valori di H quali risultano dalla (3) per $Q = 1$ e per $\frac{s-l}{l}$ variabile di decimillesimo in decimillesimo da zero fino ad un centesimo; le corrispondenti ordinate delle singole curve si otterranno così nel modo più semplice moltiplicando tali valori pel rispettivo valore di Q.

Quando si prevede di dover ripetere i calcoli per molte funi di pesi differenti o differentemente sovraccaricate, conviene costruire una volta per tutte un fascio di curve corrispondenti a valori gradatamente variabili di Q, sulle quali si opererà poi direttamente o per interpolazione.

Si ottiene così un abaco che io segnalo particolarmente all'attenzione degli elettrotecnici perchè mi sembra che — tanto dal punto di vista della semplicità, come da quello della generalità — esso potrebbe sostituire con qualche vantaggio i varî abachi che sono stati da diversi autori proposti per la posa razionale delle condutture elettriche (*).

(*) Cfr. G. Semenza, *Tavole grafiche per la posa razionale delle condutture elettriche,* " Atti dell'Associazione Elettrotecnica Italiana ,, vol. XVII (1913).

I. Brunelli, *Abachi per determinare la tensione di posa dei fili aerei in relazione alla temperatura e in previsione di neve o vento,* " L'Elettrotecnica ,, vol. IV (1917).

A. Gronda, *Sullo studio meccanico delle linee elettriche di grande trasporto,* " L'Elettrotecnica ,, vol. IV (1917).

$\frac{s-l}{l}$	H	$\frac{s-l}{l}$	H	$\frac{s-l}{l}$	H	$\frac{s-l}{l}$	H
0.0001	20.4123	0.0026	4.0032	0.0051	2.8583	0.0076	2.3415
0.0002	14.4338	0.0027	3.9283	0.0052	2.8307	0.0077	2.3262
0.0003	11.7847	0.0028	3.8576	0.0053	2.8038	0.0078	2.3112
0.0004	10.2062	0.0029	3.7904	0.0054	2.7778	0.0079	2.2965
0.0005	9.1286	0.0030	3.7268	0.0055	2.7524	0.0080	2.2822
0.0006	8.3507	0.0031	3.6661	0.0056	2.7277	0.0081	2.2681
0.0007	7.7150	0.0032	3.6084	0.0057	2.7037	0.0082	2.2542
0.0008	7.2169	0.0033	3.5533	0.0058	2.6803	0.0083	2.2405
0.0009	6.8041	0.0034	3.5006	0.0059	2.6575	0.0084	2.2272
0.0010	6.4697	0.0035	3.4504	0.0060	2.6352	0.0085	2.2140
0.0011	6.1546	0.0036	3.4021	0.0061	2.6135	0.0086	2.2011
0.0012	5.8926	0.0037	3.3557	0.0062	2.5924	0.0087	2.1884
0.0013	5.6613	0.0038	3.3120	0.0063	2.5717	0.0088	2.1760
0.0014	5.4680	0.0039	3.2686	0.0064	2.5515	0.0089	2.1637
0.0015	5.2704	0.0040	3.2275	0.0065	2.5319	0.0090	2.1516
0.0016	5.1031	0.0041	3.1879	0.0066	2.5126	0.0091	2.1398
0.0017	4.9507	0.0042	3.1497	0.0067	2.4937	0.0092	2.1281
0.0018	4.8113	0.0043	3.1128	0.0068	2.4754	0.0093	2.1166
0.0019	4.6829	0.0044	3.0773	0.0069	2.4574	0.0094	2.1053
0.0020	4.5644	0.0045	3.0429	0.0070	2.4397	0.0095	2.0942
0.0021	4.4543	0.0046	3.0096	0.0071	2.4225	0.0096	2.0833
0.0022	4.3519	0.0047	2.9774	0.0072	2.4056	0.0097	2.0725
0.0023	4.2563	0.0048	2.9463	0.0073	2.3891	0.0098	2.0620
0.0024	4.1666	0.0049	2.9161	0.0074	2.3729	0.0099	2.0515
0.0025	4.0825	0.0050	2.8867	0.0075	2.3570	0.0100	2.0412

Osservazioni sul nucleo delle cellule basali della " Helix pomatia „

Nota del Dott. LUIGI COGNETTI DE MARTIIS

Le cellule basali (Basalzellen, granular cells, Ammen, cellules de Platner, cellules nourricières) della ghiandola ermafroditica di *H. pomatia* vennero da varî autori prese in esame per conoscerne la struttura e la funzione. I lavori di Lee (1897) e di Ancel (1902) ne trattano diffusamente. Il secondo autore curò pure lo studio della loro istogenesi (loc. cit., pag. 545-548, 612), derivandone fra altro la distinzione fra cellule nutritizie (= c. basali sulle quali s'impiantano elementi sessuali maschili) e " cellules folliculeuses „ incaricate di dare direttamente materiale di nutrizione agli ovociti con i quali sono in immediato contatto (pag. 547 e 570) presso lo strato delle cellule indifferenti della parete gonadiale. Più tardi Buresch (1911), pure basandosi su ricerche istogenetiche, affermò l'esistenza di un follicolo attorno agli ovociti di *H. arbustorum*, ma dalla sua descrizione, come dalle figure che l'accompagnano, non risulta la netta distinzione stabilita da Ancel.

Secondo quest'ultimo autore, l'ovocito può essere separato dal lume dell'acino della ghiandola ermafroditica da un doppio strato: *a)* follicolo formato da " une assise cellulaire unique provenant de l'assise externe qui tapisse la paroi du tube hermaphrodite „ (pag. 547); *b)* strato formato da cellule basali (tav. 16, fig. 59 e 60). Quest'ultimo strato può venire a mancare, ma ad Ancel non è sfuggita la condizione che precede la formazione del follicolo, quando " le jeune ovocyte quelque temps après sa naissance „ (pag. 545) non è separato dal lume della ghiandola che per mezzo delle cellule basali (v. anche pag. 570).

Dal canto mio, essendomi dedicato a studiare le cellule basali della *H. pomatia* (1910[a] 1910[b]), ho avuto cura di non confonderle con le cellule folliculose, e per le prime potei dimostrare una importante funzione fagocitaria verso gli elementi sessuali maschili che succede o si accompagna alla funzione nutritiva.

Le cellule basali sono facilmente riconoscibili, oltre che per altri caratteri, anche per le dimensioni, la forma e la struttura del nucleo: si consulti al riguardo la minuziosa descrizione di Lee (1897, pag. 202-204), nella quale sono precisati pel nucleo la forma sferica o più spesso ovale, e il diametro di 25 μ " et même plus dans les cellules développées „.

Poco o punto conosciuta è la funzione di moltiplicazione nelle cellule basali: ancora recentemente Buresch (1911, pag. 327) ha affermato che esse sono incapaci a dividersi. Lee (1897, p. 204) dichiara che esse non presentano mai alcun indizio di divisione per cariocinesi, ed è propenso a negare anche l'esistenza di una divisione diretta (1), pur avendo famigliarità con le depressioni ed i solchi, simili a fessure, che possono interessare quasi tutto lo spessore del nucleo, il quale appare in conseguenza profondamente bilobo.

Lee richiama l'attenzione sull'aspetto che assume la cromatina dei nuclei delle cellule basali, presentandosi essa " sous la forme d'une quantité innombrable de petits chromosomes de forme définie ..... de petits bâtonnets plats ou ronds, droits ou incurvés, mesurant environ de 1 μ sur 0,5 μ, jusqu'à 2 μ sur 1 μ. Souvent, ils ont un certain aspect dimidié ou géminé, qui fait penser à une division longitudinale; même ils donnent souvent à l'observateur l'impression de figures en V dont les deux branches seraient extrêmement rapprochées, ecc. ecc. „. " Outre les chromosomes, ces noyaux contiennent un ou plusieurs nucléoles plasmatiques „.

La lunga famigliarità coll'osservazione di detti nuclei mi permette di associarmi alla descrizione dell'eminente citologo

(1) Precedentemente ammessa da Platner (1885) e da vom Rath (1891): quest'ultimo autore escluse la divisione per cariocinesi. Un breve riassunto dei dati relativi alle cellule basali è dato da Kuschakewitsch (1913, pp. 278, 279), che considera pure la capacità di dette cellule a dividersi (v. avanti).

belga e anche all'ipotesi di questo stesso autore (1897, pag. 205, 206, 271), che la loro struttura sia in rapporto con la funzione nutritiva (1), e — posso aggiungere — con quella fagocitaria delle cellule basali. Non posso però accordarmi con Lee, per ragioni esposte più avanti, nel dare il valore di cromosomi ai " petits bâtonnets „ sopra indicati.

Anche a me è occorso molte volte di vedere un aspetto " dimidié ou géminé „ nei grani di cromatina lunghi 1-2 μ, ma la mia attenzione è stata particolarmente colpita dalla presenza di filamenti cromatinici, veri cromosomi, molto più lunghi di 2 e disposti in coppie. Tale circostanza mi si è presentata estremamente rara, anzi, a dir vero, due soli nuclei, tra i moltissimi esaminati in varî esemplari, mostrano in modo convincente i filamenti cromatinici riuniti in coppie: i due nuclei appartengono ad un medesimo individuo. Le cellule basali che li contengono mostrano il citoplasma dotato della consueta struttura a maglie irregolari più o meno ampie; esso è privo di materiali fagocitati (2). Esse stanno attaccate alla parete di un piccolo acino della ghiandola ermafroditica privo nel suo lume di elementi liberi, sia maschili che femminili. Il lume è reso angusto dai grossi lobi delle varie cellule basali, nettamente delimitate l'una dall'altra, tranne nella porzione che si continua col sincizio della parete gonadiale.

Al medesimo follicolo appartengono due giovani ovociti con nucleo tondeggiante, spesso 20-30 μ (3): uno di essi è ri-

---

(1) Ricordo la legge formulata da Peter (1899): " Je intensiver die individuelle Thätigkeit der Zelle ist, desto feiner vertheilt sich die chromatische Substanz im Kern „.

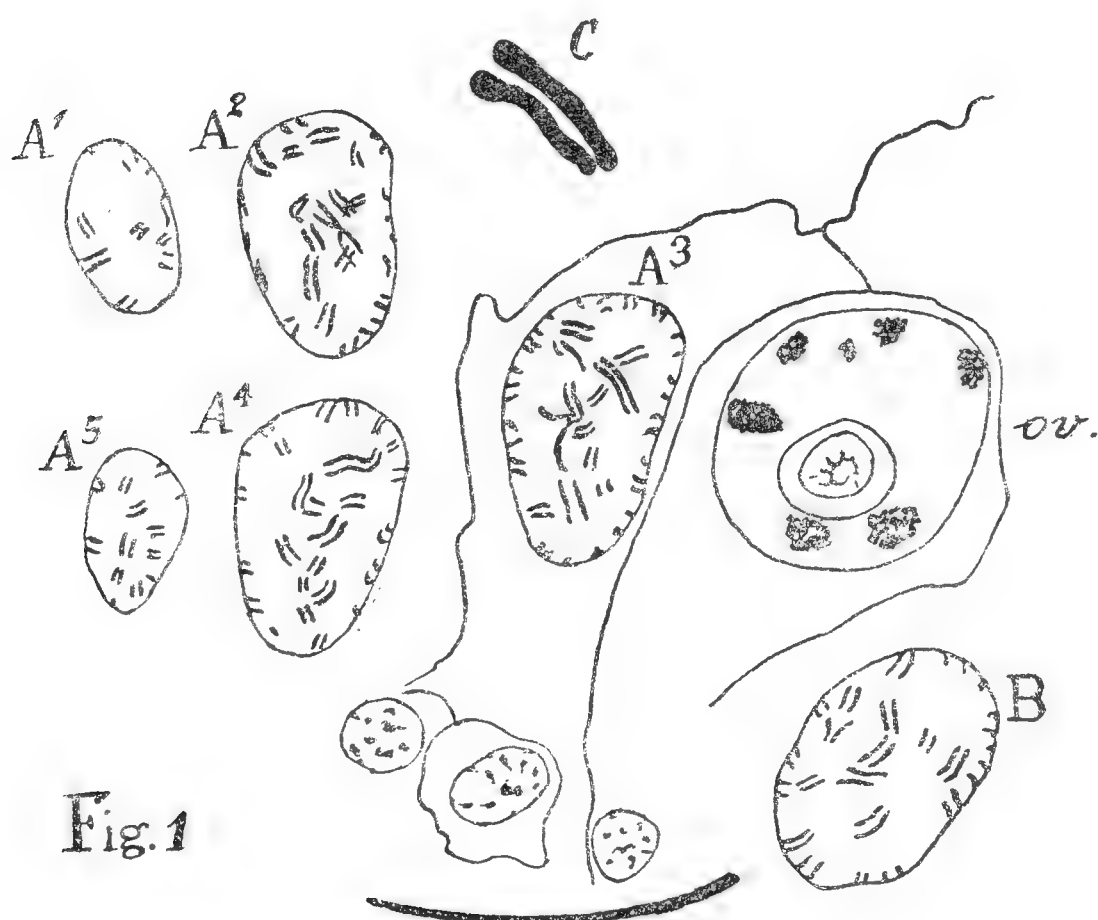
(2) Il grosso esemplare dal quale ricavai le sezioni era sveglio, e fu raccolto il 6 giugno 1910 nel R. Orto botanico di Torino. La ghiandola ermafrodita venne fissata in alcool nitrico cromico di Perény per 15 ore. Le sezioni che comprendono i due nuclei in parola sono spesse 5 μ, tinte con ematossilina ferrica Heidenhain e scarlatto Biebrich. La fissazione usata non permette di riconoscere nel plasma delle cellule basali le caratteristiche sferette annerite dalla fissazione osmica.

(3) Il nucleo di entrambi gli ovociti corrisponde a quello riprodotto nella figura 29 di Ancel (1902, tav. 14). Il nucleolo non ha trattenuto la lacca ferrica se non in una parte centrale organizzata in tenui maglie o granuli e allogata in un ampio vacuolo centrale.

portato nella figura 1 (*ov.*). I due ovociti, poco discosti fra loro, sono separati dal lume dell'acino per opera d'uno spesso invoglio citoplasmatico formato da alcune cellule basali: mancano ancora le cellule follicolari, circostanza già notata da Ancel (vedi sopra).

Sono appunto due cellule basali avvolgenti in parte i due ovociti suddetti quelle che presentano il nucleo con cromosomi uniti a due a due: le altre cellule basali hanno nucleo normale corrispondente alla descrizione di Lee.

Il nucleo distinto nella figura 1 (1) con la lettera *A* è distribuito in cinque sezioni spesse 5 μ, dalle quali sono tratti rispet-

tivamente i cinque disegni: quello a contorno più ampio, riprodotto in A^3, misura 23 μ × 14 μ. I cromosomi, *esaminati in una sola sezione* (v. avanti), appaiono assai varî in lunghezza e più o meno incurvati, mentre lo spessore si mantiene fra 1 e 2 μ; non tutti sono figurati, onde lasciare maggior chiarezza ai disegni, ognuno dei quali contiene cromosomi distribuiti in più piani ottici. La coppia di cromosomi disegnata a più forte ingrandimento in fig. *C* è scelta fra quelle che si presentano più lunghe, e misura circa 14 μ. Le coppie addossate alla membrana nucleare (2) si presentano di regola corte, ma ciò

(1) Ingrand. 800 diam. obb. koristka $^1/_{15}$ semiapocr.

(2) Questa è alquanto più sottile di quanto appaia dalle figure.

va spesso ascritto alla loro posizione rispetto al piano della sezione.

Il nucleo figurato in *B* (1) è distribuito in quattro sezioni dello spessore suddetto: la sua cromatina è organizzata come nell'altro nucleo.

In entrambi i nuclei la riunione in coppie non è riconoscibile per tutti i cromosomi. La distanza fra due cromosomi appaiati varia da μ 0,2 a poco più di 1 μ, a parte il caso di lunghi cromosomi fra loro molto divergenti (fig. A^3). Non sono riconoscibili nucleoli plasmatici (2).

Malgrado l'attento esame delle sezioni non ho potuto convincermi che l'organizzazione dei due nuclei in parola corrisponda ad uno stadio di doppio spirema in buona parte accollato alla membrana nucleare: non escludo che qualche pezzo di cromatina sia stato asportato o spostato dal rasoio o dai varî liquidi adoperati.

Se i due nuclei mostrano realmente dei cromosomi uniti in coppie, si dovrebbero contare in ciascun nucleo almeno 24 coppie (3). Le coppie, se sono soltanto 24, avrebbero verosimilmente una lunghezza alquanto superiore a quella di 14 μ sopra ricordata, per cui ogni coppia sarebbe stata tagliata dal rasoio in tratti distribuiti in due o più sezioni successive: ciò a cagione anche della varia curvatura delle coppie stesse e della loro disposizione disordinata nei nuclei. Il controllo del numero delle coppie mi è tuttavia riuscito impossibile: a tal fine converrebbe disporre di nuclei non sezionati.

Credo inopportuno addentrarmi in discussioni circa il significato delle coppie di cromosomi sopra considerate e sul loro accordo con le teorie suggerite da Strasburger e dalla sua scuola: ciò a cagione dell' estrema scarsità dei casi da me osservati. Basti rammentare che ogni coppia potrebbe equivalere

---

(1) Anche qui parte dei cromosomi è tralasciata.

(2) Cfr. Lee, 1897, p. 203 e tav. 1, fig. 2.

(3) Il numero diploide per *H. pomatia* è 48 nelle cellule progerminative maschili secondo Ancel (1902, p. 613) e, secondo Lee (1910, p. 57), anche negli spermatogoni, eccettuati quelli dell'ultima generazione. Resta ancora a dimostrare che nelle cellule somatiche il numero diploide si conserva immutato.

ad un zigomito (Strasburger e Miyake) formato dall'unione di due procromosomi (Overton). L'unione di procromosomi a paia è stata dimostrata anche in nuclei somatici quiescenti (1): i due casi da me osservati non garantiscono quindi la capacità da parte delle cellule basali di dividersi per cariocinesi, a meno che i casi stessi, come ho sopra dubitativamente espresso, corrispondano ad uno stadio di spirema sdoppiato.

Sulla capacità a dividersi delle cellule basali Kuschakewitsch (1913, pag. 279) è giunto alla conclusione che detti elementi, se giovani e ancora relativamente piccoli, possiedano la facoltà di dividersi per mitosi, mentre se giunti a completo sviluppo " machen zwar den Versuch zu einer solchen Teilung, führen den mitotischen Prozess aber niemals bis zu seinem Ende ".

I casi da me osservati potrebbero venire in appoggio a questa conclusione.

Un altro fatto degno di nota mi fu dato d'osservare, e questo con maggiore frequenza, ma in due soli esemplari di *H. pom.* Nel nucleo di molte cellule basali, oltre ai numerosi grani di cromatina con aspetto del tutto normale, trovai uno o raramente due bastoncelli fusiformi con estremità acuminate. Le due ghiandole ermafroditiche vennero fissate l'una in sublimato picro-acetico di vom Rath (2) e l'altra in alcool cromonitrico di Perény. La prima venne tolta il 6 novembre 1909 da un esemplare già chiuso con epifragma, la seconda il 6 giugno 1910 da un grosso esemplare sbocciato (3). Le sezioni, di 5 μ, sono state tinte: con ematossilina ferrica Heidenhain seguita da un colorante di contrasto (eosina, orange g, scarlatto Biebrich, Congocorinto, rosso Bordeaux), oppure con emallume acido, o con bleu di metilene policromo di Unna.

---

(1) Cfr. per i vegetali Bonnet, 1912, p. 231 *ubi liter.*

(2) Trattata in seguito con tintura di jodo jodurata.

(3) Nella ghiandola ermafroditica fissata il 6 giugno 1910 trovai i due nuclei ricordati nel paragrafo precedente. Nè l'uno nè l'altro contengono i bastoncelli in parola.

I bastoncelli fusiformi trattengono l'ematossilina ferrica e l'emallume: la figura 2 qui a fianco (1) è ricavata da un preparato tinto col primo colorante. Nei bastoncelli non sono distinguibili particolari strutture: di rado la parte assile si mostra meno colorata. La disposizione loro nei nuclei è varia, ora vicini alla membrana ora lontani da questa, ora curvi ora dritti. Misurano da 6 a 10 μ in lunghezza e da μ 0,5 a 1 μ in spessore. In un caso mi è occorso di notare una strozzatura accompagnata ad una flessione in un lungo bastoncello. Ogni bastoncello è circoscritto da un'area priva di grani cromatinici, che verosimilmente rappresenta un vacuolo.

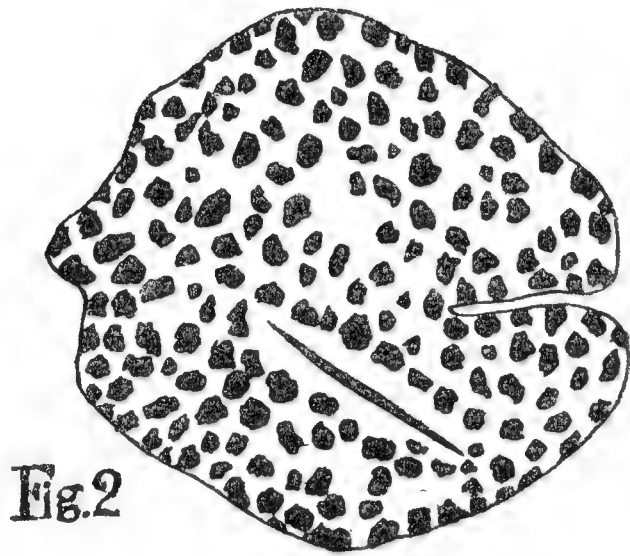



Fig.2

Quanto all'interpretazione dei bastoncelli in parola, ho potuto anzitutto escludere ch'essi fossero dei pezzi di spermi portati dal coltello del microtomo nell'area dei nuclei delle cellule basali, e ciò, fra altro, in base alla forma dei bastoncelli e alla loro disposizione nello spessore delle sezioni dei nuclei in cui sono contenuti (2).

Ipotesi logica sarebbe quella della natura parassitaria dei detti bastoncelli, ma mi mancano dati per confermarla, mentre sono noti d'altra parte organuli o inclusi nucleari che si prestano per un confronto con i bastoncelli stessi. Sono questi i *filamenti centrosomigeni* e i *cristalloidi*.

I primi sono stati scoperti da Schockaert (1900) nel nucleo dei giovani ovociti di *Thysanozoon* (3), e appaiono in forma di " un filament lisse, acuminé à ses deux bouts ", colorabili coll'ematossilina ferrica Heidenhain, ma mostrano, durante la loro evoluzione nel produrre i centrosomi, speciali rapporti di posi-

---

(1) Ingrand. 1600 diam. obb. koristka $^1/_{15}$ semiapocr.

(2) Posso escludere ch'essi siano degli artefatti, considerando fra altro la differente natura dei due fissativi adoperati, e posso pure escludere che essi corrispondano a pieghe della membrana nucleare (cfr. Roncoroni, 1894 e Lugaro, 1898).

(3) E da Gérard in altra planaria: cfr. Schockaert, loc. cit., p. 33.

zione col nucleolo, quali non si osservano pei bastoncelli del nucleo delle cellule basali dell' *H. pom.* Il nucleo di queste ultime è, come sopra ho ricordato, privo (o quasi) della facoltà di dividersi per mitosi, e la divisione amitotica è lungi dall'essere dimostrata; nè d'altra parte mi pare verosimile che un organite in diretto rapporto genetico col centrosoma rivesta il carattere di trovarsi saltuariamente, com'è il caso dei bastoncelli in parola.

Più sostenibile mi pare il confronto fra questi ultimi e i cristalloidi, meglio detti da Legendre (1912) " bâtonnets intranucléaires ", segnalati nel nucleo di cellule nervose e varie altre (1). Rimando alla nota di Legendre e ad un precedente lavoro di Cesa-Bianchi (1907) per la bibliografia relativa a questi curiosi corpiccioli. Degno di particolare menzione è il fatto, notato da Cesa-Bianchi, che cristalloidi " si trovano con notevole frequenza negli animali ibernanti, particolarmente durante i primi periodi dello stato letargico " (loc. cit., pag. 93). Così, dei due esemplari di *H. pom.*, nei quali trovai i bastoncelli intranucleari delle cellule basali, uno era appunto in stato letargico (novembre), mentre l' altro (6 giugno) era sbocciato, ma probabilmente soltanto da poche settimane: nel primo i bastoncelli sono molto più frequenti che nel secondo.

Secondo Cesa-Bianchi pare che i cristalloidi rappresentino " un materiale di riserva, che verrà in seguito utilizzato dalla cellula stessa in cui si sono originati ": riguardo ai bastoncelli nucleari qui descritti non ho elementi per appoggiare o escludere detta ipotesi. Nelle cellule basali si compie senza dubbio un intenso lavorìo chimico, fra altro preparazione di un *pabulum* per gli elementi della serie maschile e modificazione di materiale citologico fagocitato: forse i bastoncelli intranucleari hanno qualche rapporto con quel lavorìo, ma la loro saltuarietà toglie verosimiglianza a una simile ipotesi, sicchè il loro significato rimane dubbio.

Dall'Ist. di Anat. e Fisiol. compar. della R. Univ. di Torino,
Palazzo Carignano, novembre 1919.

---

(1) Mann (1894), che li trovò nel nucleo delle grandi cellule piramidali della corteccia cerebrale del coniglio, li paragonò a dei centrosomi.

LAVORI CITATI

ANCEL P., 1902, *Histogenèse et structure de la glande hermaphrodite d' " Helix pomatia "* (Linn.), in " Archives de biologie ", 19.

BONNET J., 1912, *Sur le groupement par paires des chromosomes dans les noyaux diploïdes*, in " Archiv f. Zellforsch. ", 7.

BURESCH Iw., 1911, *Untersuchungen über die Zwitterdrüse der Pulmonaten*, I, in " Archiv f. Zellforsch. ", 7 (1912).

CESA-BIANCHI D., 1907, *Le inclusioni del protoplasma della cellula nervosa gangliare*, in " Arch. ital. di Anat. e di Embriol. ", 6.

COGNETTI DE MARTIIS L., 1910[a], *Sulla funzione fagocitaria delle " Basalzellen " nella ghiandola ermafroditica di Helix pomatia*, nota preliminare, in " Boll. Musei Zool. Anat. Comp. ", Torino, 25, n° 617.

ID., 1910[b], *Ricerche sulla distruzione fisiologica dei prodotti sessuali maschili*, in " Mem. R. Accad. delle Scienze di Torino ", (2) 61.

KUSCHAKEWITSCH L., 1913, *Studien über den Dimorphismus der männlichen Geschlechtselemente bei den Prosobranchia*, I, in " Arch. f. Zellforsch. ", 10.

LEE A. BOLLES, 1897, *Les cinèses spermatogénétiques chez l' Helix pomatia*, in " La Cellule ", 13, I.

ID., 1910, *La réduction numérique et la conjugaison des chromosomes chez l'escargot*, in " La Cellule ", 27, I.

LEGENDRE R., 1912, *Bâtonnets intranucléaires des cellules nerveuses*, in " Bibliogr. Anatomique ", 22.

LUGARO E., 1898, *Su di un presunto nuovo reperto nel nucleo delle cellule nervose*, in " Riv. di Patol. nerv. e ment. ", 3.

MANN G., 1894, *Histological changes induced in sympathetic, motor and sensory nerve cells by functional activity*, in " Journ. of Anat. and Physiol. ", 29.

PETER K., 1899, *Die Bedeutung der Nährzelle in Hoden*, in " Arch. f. mikr. Anat. ", 53.

PLATNER G., 1885, *Ueber die Spermatogenese bei den Pulmonaten*, in " Arch. f. mikr. Anat. ", 25.

RONCORONI L., 1894, *Su un nuovo reperto nel nucleo delle cellule nervose*, in " Arch. di Psichiatria ", 16.

SCHOCKAERT R., 1900, *Nouvelles recherches sur la maturation de l'ovocyte de premier ordre du Thysanozoon Brocchi*, in " Anatom. Anz. ", 18.

VOM RATH OTTO, 1891, *Ueber die Bedeutung der amitotischen Kerntheilungen im Hoden*, in " Zool. Anz. ", 14, pp. 355-363.

L' Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

PUBBLICAZIONI FATTE SOTTO GLI AUSPICI DELL'ACCADEMIA

Il Messale miniato del card. Nicolò Roselli detto il cardinale d'Aragona. Codice della Biblioteca nazionale di Torino riprodotto in fac-simile per cura di **C. Frati, A. Baudi di Vesme** e **C. Cipolla.**

Torino, Fratelli Bocca editori, 1906, 1 vol. in-f° di 32 pp. e 134 tavole in fotocollografia.

Il codice evangelico *k* della Biblioteca Universitaria nazionale di Torino, riprodotto in fac-simile per cura di **C. Cipolla, G. De Sanctis** e **P. Fedele.**

Torino, Casa editrice G. Molfese, 1913, 1 vol. in-4° di 70 pagg. e 96 tav.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza dell'11 Gennaio 1920 . *Pag.* 161

SANNIA (Gustavo). — Serie di funzioni sommabili uniformemente col metodo di Borel generalizzato (Nota II) . . . . . „ 162

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 25 Gennaio 1920 . *Pag.* 175

SEGRE (Corrado). — Commemorazione di H. G. Zeuthen . . „ 177

GRIBODO (Giovanni). — I “ Rincoti „ ed i “ Lepidotteri „ delle Oasi xerotropiche di Val di Susa . . . . „ 179

COLONNETTI (Gustavo). — Risoluzione grafica di alcuni problemi relativi all'equilibrio delle funi pesanti . . . . . . „ 195

COGNETTI DE MARTIIS (Luigi). — Osservazioni sul nucleo delle cellule basali della “ Helix pomatia „ . . . . „ 203

Tip. Vincenzo Bona – Torino

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. LV, Disp. 7ª, **1919-1920**

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 3.
1920

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza dell'8 Febbraio 1920

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti il Direttore della Classe D'Ovidio ed i Soci Segre, Peano, Jadanza, Guidi, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Panetti, Sacco, Majorana e Parona Segretario.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Socio Somigliana, riferendosi all'invito del Touring Club Italiano a partecipare all'escursione progettata nell'interno della Cirenaica, dice di aver raccomandato alla Direzione del Club di far coincidere l'escursione colle ferie pasquali al fine di rendere più probabile la partecipazione dei professori universitarii e dei nostri accademici.

Il Presidente ringrazia per l'opportuna raccomandazione del Socio Somigliana; si rallegra poi per la guarigione dei colleghi Guidi e Majorana, che ringraziano.

Il Socio Mattirolo offre in omaggio la sua Nota *La Daldinia concentrica* DNtrs. et Cas., *trovata nelle torbiere di Montorfano* (*Como*) e la riassume brevemente.

Il Presidente presentando e distribuendo ai colleghi le copie della commemorazione di Icilio Guareschi, inviate in dono dal-

l'autore prof. Felice Garelli, ne rileva l'importanza ed esprime a nome di tutti i ringraziamenti al donatore, che ha reso così degno omaggio alla memoria del rimpianto nostro collega.

Ed a proposito di onoranze ad Icilio Guareschi, il Socio Mattirolo informa l'Accademia della costituzione, allo stesso nobile scopo, di un Comitato d'onore e di un Comitato esecutivo e della sottoscrizione iniziata per raccogliere i fondi destinati alla collocazione di un ricordo nella Scuola creata dal Guareschi ed all'istituzione di un premio per gli studenti della Scuola di Farmacia di Torino. Il Presidente si compiace della ben ideata iniziativa, alla quale augura il meritato successo.

Sono accettate per la stampa negli *Atti*:

Ing. Ottorino Sesini, *Le oscillazioni torsionali degli alberi di trasmissione con massa propria e con masse concentrate in punti intermedi*; Nota presentata dal Socio Panetti.

Dott. Cino Poli, *Sulla teoria dei fenomeni ottici nell'ipotesi che il moto della sorgente modifichi la velocità della luce emessa*; Nota presentata dal Socio Somigliana.

LETTURE

Le oscillazioni torsionali degli alberi di trasmissione, con massa propria e con masse concentrate in punti intermedi

Nota dell'Ing. OTTORINO SESINI

Le oscillazioni torsionali degli alberi di trasmissione furono oggetto di parecchi studi, dopo che se ne notò la presenza e l'importanza nei lunghi alberi d'elica delle navi.

Sono note le soluzioni date al problema, sia considerando l'albero come semplice organo elastico, sia, in lavori più recenti, come quelli del Lorrain e dell'Ing. Brunelli (*), risolvendo pure la questione dell'influenza della massa propria dell'albero, supposto omogeneo e di sezione costante.

Scopo del presente studio è quello di esporre un metodo di calcolo relativamente semplice, che permette di tener conto, sia della massa propria dell'albero, sia di masse concentrate lungo di esso, o di variazioni di sezione.

A tale esposizione è utile far precedere le seguenti premesse, che sono il presupposto comune a tutti gli studi sull'argomento:

Tutte le masse moventisi coll'albero si suppongono riducibili a semplici volanti, calettati in determinate sezioni.

Il sistema viene considerato solo a regime e se ne studia il moto relativo al moto medio; così pure dei momenti agenti si studiano solo le variazioni rispetto al valore medio.

(*) Lorrain, *Étude sur les vibrations de torsion.* "Bulletin de l'Ass. Tech. Mar. „, 1909. — Ing. L. M. Brunelli, *Teoria delle oscillazioni torsionali degli alberi di trasmissione.* "Atti del R. Istituto di Incoraggiamento „, Napoli, 1915.

Basta quindi considerare un sistema composto di un albero, con velocità angolare media nulla, solidale a masse rotanti, e sollecitato dall'esterno, all'estremo ove si trova il motore (che diremo estremo-motore) da un momento funzione periodica del tempo (variazione del momento motore rispetto al valore medio), e all'altro estremo (estremo-elica) da un momento (variazione del momento resistente rispetto al valore medio) che si ammette contrario alla velocità di tale estremo, relativa al suo moto medio, e proporzionale ad essa secondo un coefficiente $\mathcal{B}$. Per gli alberi d'elica delle navi, seguendo il Frahm, si può porre:

$$\mathcal{B} = (3{,}6 \div 4)\,\frac{M_m}{\epsilon_m}\,, \tag{1}$$

dove M_m è il momento motore medio, ϵ_m la velocità angolare media dell'elica.

Studiato in tal modo il solo moto oscillatorio, bisognerà aggiungervi il moto medio del sistema per averne il moto effettivo.

Noi supporremo inoltre perfetta l'elasticità dell'albero.

Caso di un albero cilindrico omogeneo con sole masse rotanti estreme.

Se ϑ è l'angolo di cui, al tempo t, è ruotata una sezione normale all'asse, posta a distanza x da un punto dell'asse stesso preso come origine; se con $\mathcal{J}$ indichiamo il momento polare di inerzia della sezione, che si suppone costante; con K la costante elastica torsionale dell'albero (momento torcente per angolo di torsione $= 1$, fra sezioni a distanza 1); con γ la densità del metallo, l'equazione del moto è notoriamente:

$$\frac{K}{\gamma \mathcal{J}}\,\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial t^2}\,,$$

la quale ammette come soluzione generale:

$$\vartheta = f_1\left(t - x\sqrt{\frac{\gamma \mathcal{J}}{K}}\right) + f_2\left(t + x\sqrt{\frac{\gamma \mathcal{J}}{K}}\right),$$

ossia una funzione rappresentabile con due onde torsionali, definite delle funzioni f_1 ed f_2 arbitrarie, propagantisi in sensi opposti lungo l'albero con velocità $V = \sqrt{\frac{K}{\gamma \mathcal{J}}}$. Tale velocità di propagazione, nel caso di sezioni circolari od anulari, per le quali si ha sempre $K = G\mathcal{J}$ dove G è il modulo di elasticità tangenziale, è uguale a $\sqrt{\frac{G}{\gamma}}$, e perciò costante per un dato materiale; per l'acciaio Martin-Siemens è $V = 3230\ ^m/_s$.

Le funzioni f_1 ed f_2 si determinano conoscendo le coppie agenti e ponendo le equazioni dell'equilibrio dinamico per le sezioni estreme. Inoltre, osservato che, a regime, l'oscillazione è periodica, e perciò sempre scomponibile in un numero praticamente limitato di oscillazioni armoniche, si può svolgere la trattazione, attribuendo alle funzioni f la forma di funzioni sinusoidali, per mezzo delle quali, essendo, colle ipotesi ammesse, applicabile il principio della sovrapposizione degli effetti, si può studiare una oscillazione comunque complessa.

Il metodo che si propone per la determinazione di tali soluzioni sinusoidali, si basa sulle seguenti considerazioni:

Una soluzione sinusoidale qualunque di pulsazione ω avrà la forma:

$$\vartheta = a \operatorname{sen}\left[\omega\left(t - \frac{x}{V}\right) + \psi_1\right] + b \operatorname{sen}\left[\omega\left(t + \frac{x}{V}\right) + \psi_2\right];$$

questa espressione, indicando con α un angolo qualunque, purchè diverso da 0 o da un multiplo di π, si può sempre trasformare nell'altra:

$$\vartheta = \mathcal{A}_1 \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_1) \operatorname{sen}\left(\frac{\omega x}{V} + \alpha\right) + \mathcal{A}_2 \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_2) \operatorname{sen}\frac{\omega x}{V}, \tag{2}$$

dove $\mathcal{A}_1$, $\mathcal{A}_2$, φ_1 e φ_2 sono determinati dai valori di a, b, ψ_1, ψ_2 e α. I due termini dalla cui somma risulta ϑ, rappresentano moti oscillatorî nei quali le varie sezioni si muovono colla stessa fase φ_1 o φ_2 e con ampiezze $\mathcal{A}_1 \operatorname{sen}\left(\frac{\omega x}{V} + \alpha\right)$ o $\mathcal{A}_2 \operatorname{sen}\frac{\omega x}{V}$, le quali, essendo $\mathcal{A}_1$ e $\mathcal{A}_2$ due costanti, variano sinusoidalmente con l'ascissa x; esse costituiscono perciò due onde stazionarie

armoniche, di ampiezze massime $\mathcal{A}_1$ ed $\mathcal{A}_2$, aventi un nodo l'una nel punto di ascissa $x = -\frac{\alpha V}{\omega}$, l'altra nel punto $x = 0$. Dato che l'origine $x = 0$ è arbitraria, e che tale è pure α, purchè diverso da 0 o da un multiplo di π, se ne deduce che qualsiasi soluzione armonica di pulsazione ω, si può considerare come somma di due oscillazioni stazionarie, aventi la stessa pulsazione, nodi in punti arbitrari, purchè non coincidenti, ampiezze e fasi da determinarsi.

Di ciascuna oscillazione stazionaria si può dare una facile rappresentazione grafica (fig. 1) portando come ordinata su ciascun punto dell'albero BA, ed in scala arbitraria, l'ampiezza θ dell'oscillazione della corrispondente sezione, e tracciando la curva BA' (arco di sinusoide) che ne risulta. Il momento torcente da essa provocato in una sezione di ascissa x è dato da $K\frac{\partial \vartheta}{\partial x}$; nell'onda stazionaria è $\vartheta = \theta \operatorname{sen}(\omega t + \varphi)$, dove θ è funzione della sola x; si avrà perciò:

$$K\frac{\partial \vartheta}{\partial x} = K\frac{d\theta}{dx} \operatorname{sen}(\omega t + \varphi);$$

ciò significa che il momento torcente è funzione sinusoidale del tempo, in fase con ϑ, ed ha ampiezza $K\frac{d\theta}{dx}$.

Osservato poi che $\frac{d\theta}{dx}$ non è altro che la tangente trigonometrica dell'angolo formato dalla tangente $C'B_0$ alla curva rappresentante l'onda, con l'asse delle x, possiamo scrivere:

$$K\frac{d\theta}{dx} = \frac{K}{CB_0}\theta.$$

L'albero cioè si comporta, per ciò che riguarda la sezione considerata, come se fosse privo di massa e la sezione immobile fosse in B_0 anzichè in B. La lunghezza CB_0 (sottotangente) è evidentemente funzione dell'ascissa x, e non dipende da θ.

Siamo così in grado di conoscere i momenti torcenti che un'onda stazionaria dà alle estremità, e di porre quindi le condizioni di equilibrio dinamico per le estremità stesse, ove si hanno due masse rotanti di momenti d'inerzia rispettivamente J_1 (motore) J_2 (elica) e le coppie esterne applicate.

Si possono con ciò determinare ampiezze e fasi delle due onde stazionarie in cui si immagina di scindere l'oscillazione complessiva, e trovare così la soluzione sinoidale cercata.

La scelta dei nodi delle due onde componenti è affatto arbitraria; perciò possiamo porre per una il nodo in A (estremo-motore), per l'altra in B (estremo-elica). Siano BA' ed AB' (fig. 1) gli archi di sinusoide (uguali) che rappresentano, in scale diverse e da determinarsi, le due onde. Le incognite sono appunto queste scale (cioè le ampiezze delle oscillazioni estreme) e le fasi delle oscillazioni stesse (cioè le φ_1 e φ_2 della (2)).

Se θ_1 è l'ampiezza della oscillazione ϑ_1 di A, noi avremo per effetto dell'onda $A'B$ i seguenti momenti armonici (variabili sinusoidalmente col tempo) in fase con ϑ_1:

All'estremo A: il momento torcente, di ampiezza $-\frac{K}{AB_1}\theta_1$ essendo $A'B_1$ tangente in A' alla BA'; la coppia d'inerzia dovuta alla massa rotante, di ampiezza $\omega^2 J_1 \theta_1$; in totale, ampiezza della coppia agente in A: $\left(J_1 \omega^2 - \frac{K}{AB_1}\right)\theta_1$.

All'estremo B: il momento torcente di ampiezza $K\frac{AA''}{AB}\frac{\theta_1}{AA'} = \frac{K}{AB_2}\theta_1$ ($A'B_2$ parallela alla tangente $A''B$).

Analogamente, se θ_2 è l'ampiezza dell'oscillazione ϑ_2 dell'elica, l'onda AB' dà ai due estremi momenti armonici, in fase con ϑ_2, di ampiezze:

per l'estremo B: $\left(J_2 \omega^2 - \frac{K}{AB_1}\right)\theta_2$;

" " A: $\frac{K}{AB_2}\theta_2$.

Per brevità indicheremo con m la quantità $\left(J_1 \omega^2 - \frac{K}{AB_1}\right)$; con n la $\left(J_2 \omega^2 - \frac{K}{AB_1}\right)$; con p la $\frac{K}{AB_2}$. Le lunghezze AB_1 ed AB_2, necessarie per calcolare m, n e p, si possono determinare colle relazioni, facili a dimostrarsi:

$$AB_1 = \frac{V}{\omega}\operatorname{tg}\frac{\omega L}{V}, \qquad AB_2 = \frac{V}{\omega}\operatorname{sen}\frac{\omega L}{V},$$

dove L è la lunghezza dell'albero.

Ciò posto, vediamo come si può stabilire l'equilibrio fra le coppie ora trovate e quelle esterne. Ricorriamo perciò alla rappresentazione vettoriale delle grandezze armoniche.

Sia (fig. 2) $\overline{OM} = \overline{\theta}_2$ il vettore rappresentante l'oscillazione dell'elica. Avremo all'elica la coppia $\overline{ON} = n \,.\, \overline{\theta}_2$, ed inoltre la coppia dovuta alla resistenza dell'acqua. Quest'ultima, essendo proporzionale ed opposta alla velocità angolare, sarà data da $\overline{OW}$, in ritardo di 90° rispetto a $\overline{\theta}_2$, ed uguale in grandezza a $\mathcal{B} \omega \theta_2$, dove $\mathcal{B}$ è il coefficiente di resistenza. La coppia totale agente sull'elica, per effetto dell'onda che ha il nodo al motore, sarà $\overline{OH} = \overline{OW} + \overline{ON}$. A tale coppia dovrà far equilibrio la $p\overline{\theta}_1$ che si ha all'estremo-elica per effetto dell'oscillazione $\overline{\theta}_1$ del motore; sarà perciò $\overline{\theta}_1 = \overline{OV} = -\frac{\overline{OH}}{p}$. Otteniamo così la $\overline{\theta}_1$ corrispondente alla $\overline{\theta}_2$ presupposta. Sull'estremo-motore agiscono le coppie: $\overline{OS} = m\overline{\theta}_1$ dovuta all'oscillazione $\overline{\theta}_1$; $\overline{OU} = p\overline{\theta}_2$ dovuta all'oscillazione $\overline{\theta}_2$; sia $\overline{OT} = \overline{OS} + \overline{OU}$. La coppia esterna, applicata all'estremo-motore, deve essere $-\overline{OT}$. Siccome tale coppia è generalmente un dato del problema, noi dobbiamo supporre noto $\overline{OT}$, e da esso ricaveremo, con una semplice proporzione, le grandezze e le direzioni effettive di tutti gli altri vettori. In particolare conosceremo $\overline{\theta}_1$ e $\overline{\theta}_2$ ed avremo quindi pienamente determinate le due onde stazionarie. Si può così, per ciascuno dei momenti armonici in cui si può scindere il momento periodico dovuto al motore, dedurre il moto oscillatorio che ne risulta.

Per fare una applicazione di questo procedimento, supponiamo di avere i seguenti dati, espressi in mm., sec. e kg. (unità di forza):

$$J_1 = 2{,}61 \times 10^5, \quad J_2 = 4{,}19 \times 10^5, \quad K = 1{,}46 \times 10^{13},$$
$$L = 5{,}21 \times 10^4, \quad V = 3{,}23 \times 10^6.$$

Dalla (1), dato che sia $M_m = 19{,}1 \times 10^6$ ed $\epsilon_m = 14$, si può ricavare:

$$B = 4 \frac{M_m}{\epsilon} = 5{,}45 \times 10^6.$$

Eseguendo con questi dati i calcoli sopra detti, per valori di ω crescenti da 20 a 240, si sono ottenuti, per ciascuno dei valori considerati di ω, tutti i vettori della fig. 2, e si è così potuto tracciare il diagramma *a)*, che dà θ_1 in funzione di ω, supposto che il momento armonico, applicato al motore, abbia un'ampiezza di 10^6 kg. mm. $= 1$ tonn.$\times$metro. In tale diagramma si vedono nettamente due pulsazioni di risonanza, $\omega = 40{,}2$ ed $\omega = 203{,}3$, per le quali è massima l'ampiezza dell'oscillazione θ_1, ed altre se ne troverebbero proseguendo nella ricerca per valori di ω che differiscono da quelli sopra detti di poco meno di un multiplo di $\frac{\pi V}{L}$.

Questi risultati, come pure l'andamento del fenomeno, si potrebbero senza difficoltà discutere in modo esauriente, giungendo a tutte le conclusioni a cui portano gli altri procedimenti. Senza addentrarci in tale discussione, ci limiteremo alle osservazioni seguenti:

Per $\omega = \frac{\pi V}{L}$ le due onde stazionarie hanno entrambe due nodi sulle due estremità A e B (fig. 1), e perciò il metodo cade in difetto. Considerando invece due onde stazionarie coi nodi rispettivamente in A e nel punto di mezzo dell'albero, si evita l'eccezione, e si vede facilmente che in questo caso nelle sezioni estreme si hanno rotazioni e momenti uguali e di segno contrario.

Per $\omega > \frac{\pi V}{L}$ le reazioni dell'albero sugli estremi, che dipendono dalle lunghezze AB_1 ed AB_2 della fig. 1, non cambiano (eccezione fatta pei segni) se si sopprime il tronco d'albero compreso fra i due nodi che ciascuna onda ha sull'albero stesso; tutto avviene cioè, per quanto riguarda le sezioni estreme, come se l'albero avesse una lunghezza $L - \frac{\pi V}{\omega}$ $\left(\text{o } L - k\frac{\pi V}{\omega}\right.$ se sull'albero cadono $k + 1$ nodi$\left.\right)$. Questa osservazione, mentre spiega il ripetersi della risonanza pei valori di ω sempre più alti, dà pure ragione del fatto che per queste pulsazioni più elevate di risonanza, ad oscillazioni estreme assai minori, per effetto dell'aumentato smorzamento dell'elica), corrispondono invece torsioni massime assai maggiori che non per la prima

risonanza, come se l'albero si riducesse ad una lunghezza $L - \frac{\pi V}{\omega}$ $\left(\text{o } L - k\frac{\pi V}{\omega}\right)$.

Invero, se noi determiniamo il momento torcente massimo corrispondente a ciascuna delle oscillazioni calcolate, ciò che si può fare con costruzioni vettoriali deducibili da quelle già viste, troviamo che tale momento (che si verifica in una determinata sezione, la cui posizione varia con ω) assume per $\omega = 40{,}2$ un valore uguale a circa 5,5 volte l'ampiezza del momento impresso, per $\omega = 203{,}3$ un valore circa 27 volte l'ampiezza suddetta. Il risultato relativo alla pulsazione maggiore sarebbe evidentemente molto modificato quando si tenesse conto anche dell'isteresi elastica dell'albero.

Oltre che a sistemi semplici come quello ora esaminato, il metodo suesposto può prestarsi a risolvere problemi più complessi, come sarebbe il:

Caso di sezioni variabili con discontinuità, e di concentrazioni intermedie di masse.

Anche in queste condizioni infatti è facile dimostrare che si possono avere onde stazionarie armoniche di periodo arbitrario, vale a dire moti torsionali nei quali le varie sezioni dell'albero compiono oscillazioni armoniche, di pulsazioni e fasi uguali, e di ampiezza θ variabile da sezione a sezione. Per un movimento di tal genere noi sappiamo che lungo ciascun tronco cilindrico omogeneo si ha equilibrio dinamico quando le ampiezze θ variano colla legge $\theta = \mathcal{A} \operatorname{sen}\left(\frac{x}{V} + \alpha\right)$ dove $\mathcal{A}$ ed α sono costanti indeterminate.

In una sezione in cui K passa repentinamente dal valore K_1 al valore K_2, ed in cui è calettata una massa rotante di momento d'inerzia J_0, si avrà equilibrio dinamico, quando

$$K_2\left(\frac{d\theta}{dx}\right)_2 - K_1\left(\frac{d\theta}{dx}\right)_1 = J_0\,\omega^2\,\theta\,,$$

ove si distinguono coll'indice 1 i valori che si riferiscono al tronco che sta dalla parte delle x crescenti, coll'indice 2 quelli

che si riferiscono all'altro tronco. Questa equazione, conoscendo la curva dell'onda fino alla sezione di discontinuità, permette di trovare $\frac{d\theta}{dx}$ (o la tangente) all'origine del tratto di curva seguente e perciò dà modo di determinare la $\mathcal{A}$ e la α per questo nuovo tratto. Cominciando da un nodo si possono quindi determinare i successivi archi di sinusoide che rappresentano un'onda stazionaria. Il moto così definito mantiene l'equilibrio dinamico su tutta la lunghezza dell'albero; basterà, nel modo già visto, per mezzo di due di queste onde stabilire le condizioni di equilibrio anche per gli estremi, per poter ottenere una soluzione sinusoidale del problema.

Prendiamo in esame il caso in cui l'albero dell'elica sia formato di due tronchi omogenei cilindrici di lunghezze L_1 ed L_2 e di costanti elastiche K_1 e K_2 rispettivamente, e supponiamo che nel punto di congiunzione dei due tronchi sia calettata una massa rotante di momento d'inerzia J_0.

Partendo dal punto B (fig. 3) preso come nodo e come origine delle coordinate, il primo tratto di onda BC' sarà una sinusoide di equazione $\theta = \mathcal{A}_2 \operatorname{sen} \frac{\omega x}{V_2}$ ($\mathcal{A}_2$ è arbitrario; influisce solo sull'ampiezza dell'onda che si considera); per $x = L_2$ si avrà una ordinata $CC' = \theta_0 = \mathcal{A}_2 \operatorname{sen} \frac{\omega L_2}{V_2}$ ed una tangente $C'B_3$ alla curva; sappiamo che è $CB_3 = \frac{V_2}{\omega} \operatorname{tg} \frac{\omega L_2}{V_2}$. La tangente in C' alla curva $C'A'$ sarà invece la $C'B_4$, che si determina colla relazione:

$$K_2 \frac{\theta_0}{CB_3} - K_1 \frac{\theta_0}{CB_4} = \theta_0 J_0 \omega^2, \qquad \text{ossia} \qquad \frac{K_1}{CB_4} = \frac{K_2}{CB_3} - J_0 \omega^2,$$

che ci dà la sottotangente CB_4. Il tratto seguente di curva è pure un arco di sinusoide di equazione $\theta = \mathcal{A}_1 \operatorname{sen}\left(\frac{\omega x}{V_1} + \alpha\right)$. ($V_1$ può essere diverso da V_2). $\mathcal{A}_1$ ed α sono definiti dalle

$$\theta_0 = \mathcal{A}_1 \operatorname{sen}\left(\frac{\omega L_2}{V_1} + \alpha\right) \qquad \text{e} \qquad CB_4 = \frac{V_2}{\omega} \operatorname{tg}\left(\frac{\omega L_2}{V_1} + \alpha\right);$$

ricavato α dalla seconda equazione, si ottiene $\mathcal{A}_1$ dalla prima. Determinato così anche il secondo arco d'onda, si ha la tan-

gente $A'B_1$ in A' e la sottotangente AB_1; la parallela $A'B_2$ condotta per A' alla tangente in B dà il segmento AB_2. Queste operazioni, espresse per comodità in forma geometrica, si possono, colle formule già viste, eseguire analiticamente. Le lunghezze AB_1 ed AB_2 trovate corrispondono alle omonime della fig. 1, caratterizzano nello stesso modo le azioni dell'albero sugli estremi, e servono ugualmente (dati J_1 e J_2, momenti d'inerzia delle masse estreme) a calcolare $m = \left(J_1 \omega^2 - \frac{K_1}{AB_1}\right)$, $p = \frac{K_2}{AB_2}$. In questo caso però bisogna ripetere il calcolo per l'onda con nodo in A, diversa in generale dalla precedente, per ricavarne n; per la p è facile dimostrare che si ottiene lo stesso valore coll'una o coll'altra delle due onde. Dopo ciò vale senza modificazione alcuna quanto già si è detto sulla composizione dei vettori rappresentanti le grandezze armoniche in giuoco.

Applichiamo tale calcolo ai seguenti dati ipotetici, espressi in mm., sec. e kg. (unità di forza):

$$J_1 = 1{,}2 \times 10^5; \quad J_2 = 1{,}0 \times 10^5; \quad J_0 = 2{,}0 \times 10^5;$$
$$K_1 = K_2 = 1{,}42 \times 10^{12}; \quad V_1 = V_2 = 3{,}23 \times 10^6;$$
$$L_1 = 7{,}5 \times 10^3; \quad L_2 = 2{,}5 \times 10^4.$$

Dato che sia $\epsilon_m = 26$, $M_m = 2{,}54 \times 10^6$, si può porre:

$$\mathcal{B} = 4 \frac{M_m}{\epsilon_m} = 3{,}9 \times 10^5.$$

Eseguiti i calcoli per pulsazioni crescenti da $\omega = 20$ ad $\omega = 60$, si è trovato il diagramma *b)*, analogo al *a)*, che dà per un momento impresso di ampiezza 10^6 kg. mm. $= 1$ tonn.$\times$metro, le ampiezze delle oscillazioni θ_1 del motore, in funzione di ω.

Risulta da tale diagramma che si ha un massimo nell'oscillazione, sia per $\omega = 26{,}4$, sia per $\omega = 51{,}6$, valori assai prossimi a quelli che si ottengono calcolando, con formule note, le pulsazioni delle oscillazioni proprie del sistema, supposto l'albero privo di massa.

Il fatto più significativo che emerge da questo diagramma, è che l'ampiezza dell'oscillazione, che per la prima risonanza è abbastanza piccola, acquista nella seconda risonanza un valore

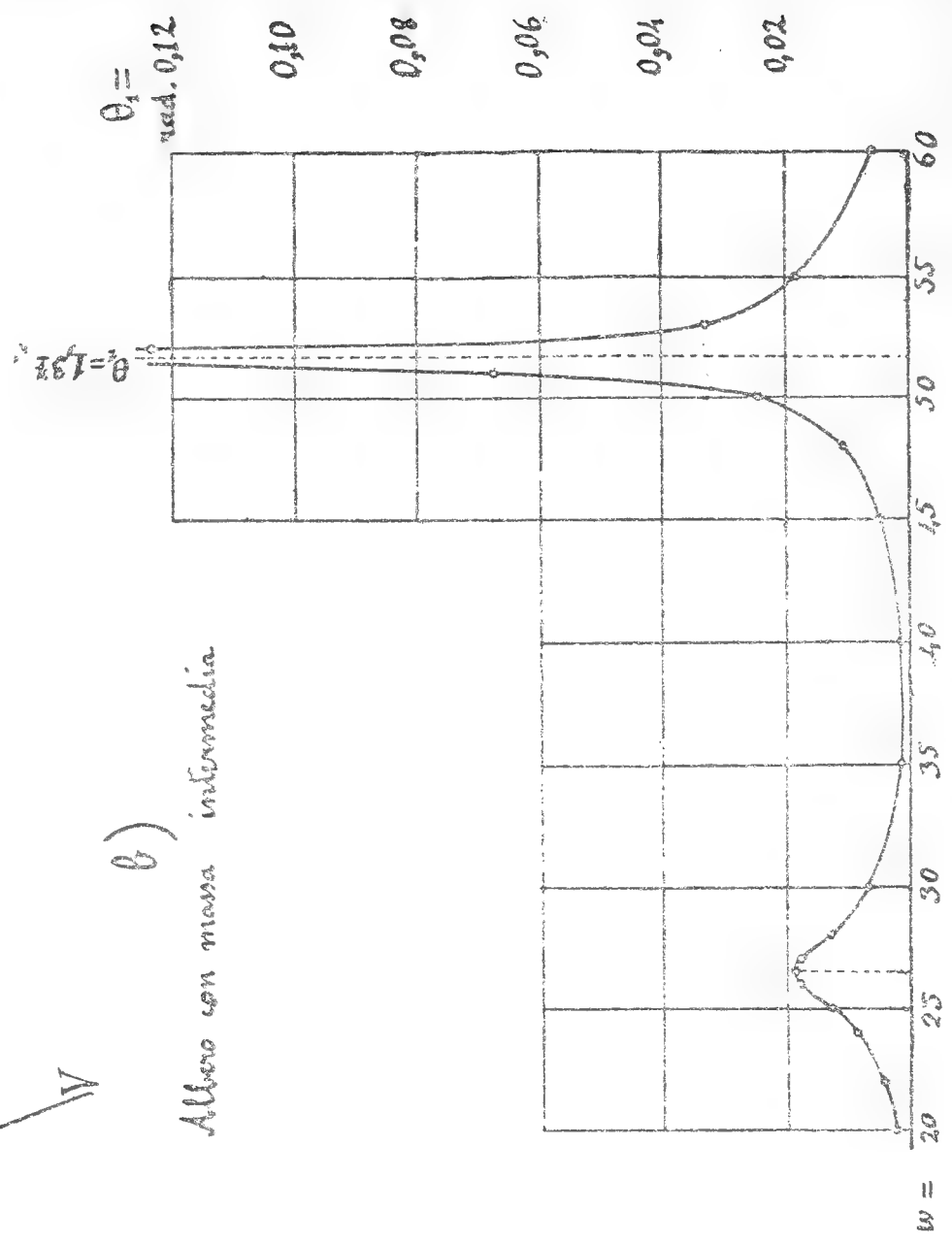
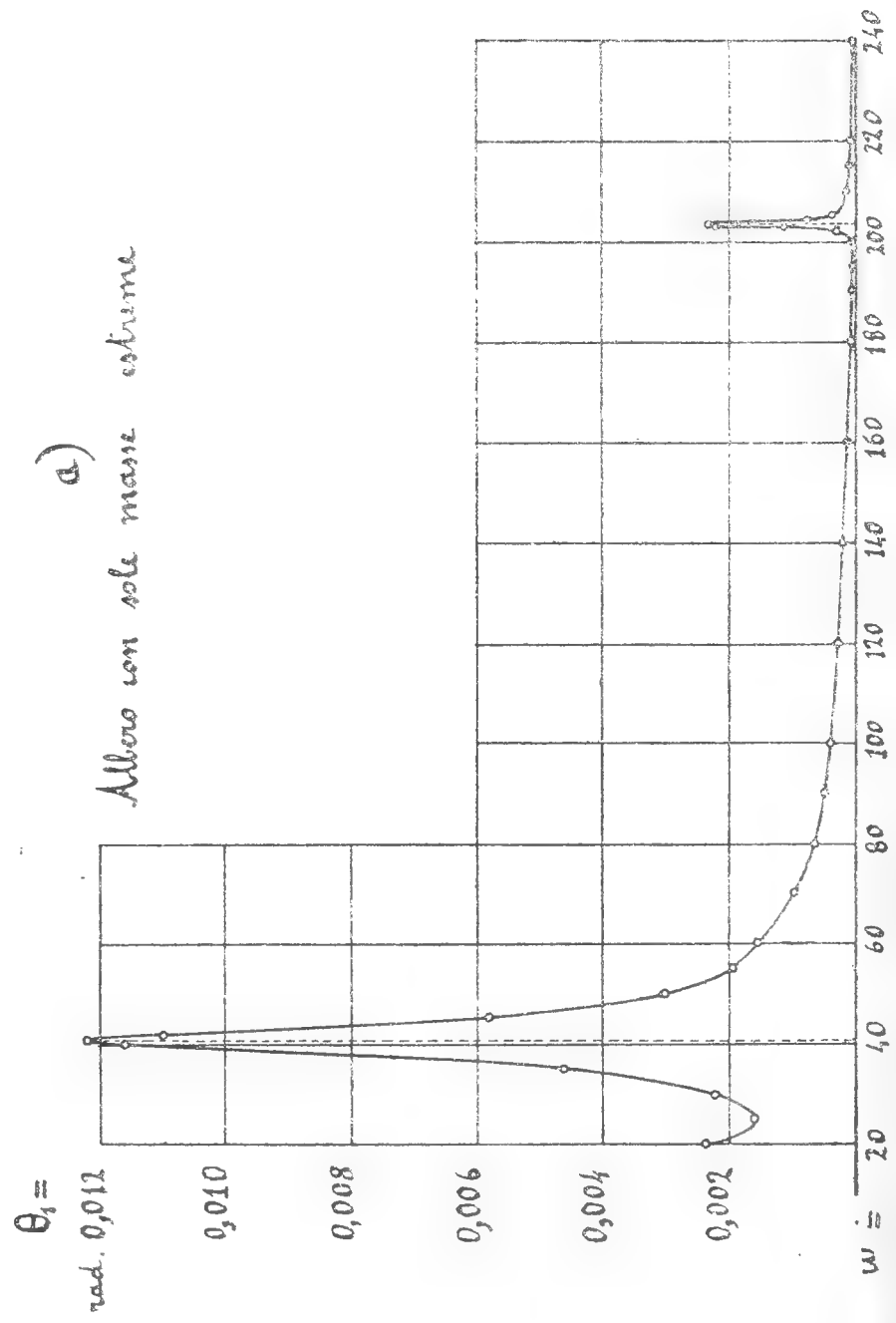
rilevantissimo (circa 20 volte maggiore del massimo che si otterrebbe sopprimendo la massa intermedia), malgrado il considerevole smorzamento dell'elica. Tutto avviene cioè come se per $\omega = 51,6$ l'azione smorzante dell'elica fosse molto attenuata, o, per lo meno, fosse poco sentita all'estremo motore.

Si potrebbe dimostrare che tale comportamento non è eccezionale, ma si verifica generalmente quando il valore di $\frac{K_1}{J_1 L_1}$ è molto superiore a quello di $\frac{K_2}{J_2 L_2}$ (supposto che J_0 sia dell'ordine di grandezza di J_1 e J_2).

Se poi calcoliamo i momenti torcenti dovuti alle oscillazioni suddette, troviamo che la prima risonanza affatica di più il secondo tronco d'albero che non il primo, mentre la seconda affatica enormemente il primo tronco potendo dare un momento torcente uguale a circa 440 volte il momento impresso.

Naturalmente in pratica non si raggiungerà una risonanza così rilevante, perchè, di fronte al diminuito smorzamento dell'elica, acquisteranno importanza tutte le altre cause, trascurate nel calcolo, di disperdimento di energia; tuttavia, da quanto si è detto, si comprende come la presenza di una massa rotante intermedia, possa in determinate condizioni agevolare la produzione di oscillazioni torsionali, e dar luogo, in una parte dell'albero, a torsioni assai rilevanti; e si possono così spiegare le forti sollecitazioni riscontrate in pratica in alberi che si trovano in condizioni paragonabili a quelle ora supposte (alberi d'elica di sommergibili nei quali si ebbero a lamentare riscaldamenti e rotture nei giunti vicini alla massa intermedia) (*).

(*) V. Memoria dell'Ing. P. Ferretti, *Un caso notevole di risonanza torsionale.* "Atti della R. Accademia dei Lincei", 1919.

Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
a)
Albero con sole masse estreme
b)
Albero con massa intermedia
θ₁ =
rad. 0,012
0,010
0,008
0,006
0,004
0,002
w = 20 40 60 80 100 120 140 160 180 200 220 240
θ₁ =
rad. 0,12
0,10
0,08
0,06
0,04
0,02
w = 20 25 30 35 40 45 50 55 60
θ₁ = 1,31

Sulla teoria dei fenomeni ottici nell'ipotesi che il moto della sorgente modifichi la velocità della luce emessa

Nota di CINO POLI

Le ipotesi fatte da Fresnel (1) sulla velocità della luce nei sistemi in moto, spogliate dalle interpretazioni meccaniche suggerite dall'analogia delle onde luminose con le onde trasversali nei mezzi elastici, sono essenzialmente le seguenti:

1° Esiste un sistema di riferimento rispetto al quale la velocità della luce nel vuoto è una costante assoluta c, indipendente dalle condizioni di moto della sorgente e dei mezzi traversati o delle superficie su cui ha subìto riflessioni.

2° La velocità della luce monocromatica di data frequenza in un mezzo rifrangente in quiete (rispetto al sistema fondamentale ora definito) ha un rapporto costante $1/n$ con la velocità nel vuoto; se poi il mezzo è in moto traslatorio uniforme, la velocità assoluta della luce divieno $c/n + (1 - 1/n^2)\, v \cos \alpha$; dove v è la velocità del mezzo e α l'angolo che la direzione del moto fa con la direzione di propagazione della luce.

Da queste ipotesi si deduce, come è noto, che in un sistema rigido in traslazione uniforme i fenomeni ottici sono diversi da quelli che hanno luogo nel medesimo sistema in quiete; però le esperienze dirette a riconoscere l'influenza del moto annuale della terra sui sistemi terrestri, non possono dare risultati po-

(1) A. Fresnel, *Sur l'influence du mouvement terrestre dans quelques phénomènes d'optique* (*Lettre à Arago*). " Ann. de chim. et de phys. ", 9 (1818), p. 57; *Œuvres*, t. 2, p. 627.

sitivi finchè l'ordine degli errori di osservazione permette di trascurare i termini contenenti il fattore $\frac{v^2}{c^2}$, poichè i metodi finora usati non consentono misure *dirette* di velocità della luce o di lunghezze d'onda, ma si riducono sempre al confronto dei tempi impiegati dalla luce a percorrere vari cammini congiungenti i medesimi estremi (2). L'esperienza di Michelson è l'unica che raggiunga la precisione richiesta, ma dà anch'essa risultato negativo (3).

Se dunque si ritiene che questa sia rettamente interpretata (4), e cioè che veramente sia in contradizione con le ipotesi di Fresnel, pare ovvio dedurne che queste non sono accettabili e vanno pertanto modificate (5). In sostanza l'esistenza di quel sistema privilegiato di riferimento postulato da Fresnel è negata dall'esperienza di Michelson, e pertanto sembra naturale ammettere invece che la costante c rappresenta la velocità della luce *relativa alla sorgente* che l'ha emessa (6). Ma alcuni fisici auto-

---

(2) G. Stokes, *Mathematical and Physical Papers*, t. I, p. 141. — Mascart, *Traité d'optique*. — Lorentz, *Theory of Electrons*.

(3) A. A. Michelson, *The relative motion of the earth and the luminiferous ether*. " American Journal of Science " (3), 22 (1881), p. 20. — A. A. Michelson and E. W. Morley, " ibidem " (3), 34 (1887), p. 333. — E. W. Morley and D. C. Miller, " Phylosophical Magazine " (6), 9 (1905), p. 680.

(4) Cfr. A. Righi, *L'esperienza di Michelson e la sua interpretazione*. " Memorie dell'Accademia d. Scienze di Bologna ", 12 genn. 1919.

(5) Non è fuor di luogo notare a questo punto la illogicità dello sviluppo storico che ha condotto alla teoria di Einstein; in quanto che dalla prima teoria di Lorentz, la quale inquadrando l'ottica nella elettrodinamica generale otteneva il secondo postulato di Fresnel come conseguenza del primo, si passa alla seconda teoria di Lorentz che per mantenere il primo postulato di Fresnel nega l'esistenza fisica dei corpi rigidi, ed infine alle teorie di Einstein che pur costretto ad abbandonare l'ipotesi di Fresnel vuol mantenere le equazioni di Lorentz che erano essenzialmente basate su di essa, e per far ciò non esita ad abbandonare anche il postulato di Euclide. La via scelta è pericolosa, perchè, se oggi per interpretare l'esperienza di Michelson si ricorre alla critica gnoseologica del concetto di tempo e di spazio, domani per un'altra esperienza si giungerà addirittura alla critica delle forme del ragionamento e delle regole logiche!

(6) W. Ritz, *Recherches critiques sur l'électrodynamique générale*. " Annales de chimie et de physique " (8), 13 (1908), p. 145; *Œuvres*, p. 317. — J. J. Thomson, " Philosophical Magazine ", 19 (1910), p. 301.

revoli hanno asserito recentemente che questa ipotesi, che chiameremo *emissiva*, conduce a risultati contrari all'esperienza, quando intervengano moti relativi delle parti costituenti il sistema [7].

Queste asserzioni sono dovute ad errore di interpretazione delle esperienze [8].

Infatti Tolman e Majorana osservano che nell'ipotesi di un moto della sorgente rispetto all'osservatore supposto in quiete, la teoria di Fresnel prevede un cambiamento della lunghezza d'onda, mentre nell'ipotesi emissiva questa resta invariata; e poichè nella ordinaria teoria della diffrazione le ampiezze delle frangie prodotte da un interferometro o la posizione delle righe nello spettro normale (cioè prodotto da un reticolo) è espressa in funzione della sola lunghezza d'onda, gli Autori citati ne deducono che nell'ipotesi di Fresnel si prevederà uno spostamento delle frangie o delle righe, mentre nell'ipotesi emissiva non si avrà nessuna modificazione. Tale spostamento è effettivamente osservato (esso non è che il fenomeno Doppler-Fizeau), e quindi si crede condannata l'ipotesi emissiva.

L'errore di questo ragionamento sta nell'ammettere *a priori* che le ampiezze delle frangie si esprimano in funzione della sola lunghezza d'onda non solo nei sistemi in quiete che è il caso supposto dell'ordinaria teoria, ma anche quando vi sia moto relativo delle parti del sistema. Di ciò ci si persuade facilmente tentando di ripetere, per es., la trattazione elementare dei fenomeni di diffrazione di Fraunhofer; e del resto basta ricordare che, se si suppone la sorgente in quiete e l'osserva-

---

(7) Tolman, " Physical Review ,, 31 (1910), p. 26. — W. de Sitter, " Proceedings Akad. Amsterdam ,, 15 (1913), p. 1297; 16 (1913), p. 395; " Physikalische Zeitschrift ,, 14 (1913), pp. 429, 1267. — E. Freundlich, " Physikalische Zeitschrift ,, 14 (1913), p. 835. — P. Guthmick, " Astron. Nachrichten ,, 195 (1913), Nr. 4670. — Q. Majorana, " Rendiconti Accad. dei Lincei ,, 26 (1918), pp. 118, 155; 27 (1918), p. 402; " Atti R. Accad. di Torino ,, 53 (1918), p. 793.

(8) Si confronti, p. es., le critiche di Stewart alle esperienze di Tolman, per quanto le spiegazioni date da Stewart non mi sembrino soddisfacenti nè complete (" Physical Review ,, 31 (1911), p. 26).

tore in moto, anche nella ipotesi di Fresnel la lunghezza d'onda in un sistema d'assi connessi all'osservatore non è affatto alterata, e quindi col ragionamento di Tolman e di Majorana dovremmo attenderci che i fenomeni di diffrazione non siano modificati, mentre è noto che l'effetto Doppler si manifesta nello spettro normale anche in questo caso.

Le obiezioni fatte alla ipotesi emissiva crollano dunque senz'altro, poichè evidentemente errate, tanto che sarebbero in contrasto colle stesse ipotesi di Fresnel.

Occorre notare ancora che l'ipotesi emissiva come è stata enunciata finora non è sufficientemente completa per costruire una teoria ottica. Infatti non dice cosa avvenga della velocità della luce nella riflessione su uno specchio in moto ([9]) e tanto meno indica le modificazioni prodotte dai mezzi rifrangenti.

In altri termini, occorre sostituire prima le ipotesi di Fresnel con delle nuove ipotesi altrettanto complete e farne poi il controllo sperimentale. Enunciare queste ipotesi e dimostrarle conformi alle esperienze fatte è lo scopo di questa Nota.

Il sistema delle sorgenti luminose, delle superficie riflettenti e dei mezzi rifrangenti sia costituito da parti rigide, ciascuna delle quali abbia un qualunque moto di traslazione uniforme ([10]); gli assi di riferimento siano quelli della meccanica classica. Ciò posto supporremo quanto segue:

1° *La velocità della luce emessa da una sorgente, la cui velocità è* u, *è, nel vuoto,* $c + u \cos \alpha$, *dove* α *è l'angolo della direzione del moto della sorgente con quella di propagazione della luce, qualunque siano le riflessioni o rifrazioni precedentemente subìte.*

([9]) Di questo si è ben accorto il Michaud (che si riferisce probabilmente alle bellissime esperienze di Q. Majorana), il quale fa, per la riflessione, precisamente l'ipotesi contenuta nei postulati che enuncio più avanti (“ Comptes-Rendus Acad. des Sc. „, 158 (1919), p. 507).

([10]) Per le esperienze di cui si tratta queste condizioni non sono restrittive, perchè tutte soddisfatte entro i limiti degli errori di osservazione.

2° *La velocità della luce monocromatica emessa da detta sorgente, in un mezzo rifrangente di indice* n *che si muove con la velocità* v, *è*

$$\frac{c}{n} + u \cos \alpha + \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)(v \cos \beta - u \cos \alpha),$$

dove β *è l'angolo della direzione di propagazione della luce con la direzione del moto del mezzo.*

È chiaro che pei sistemi in quiete si ritrova l'ottica classica. Inoltre è indifferente sostituire al primitivo sistema di riferimento un altro che sia in traslazione uniforme rispetto al primo, poichè, con le formule date, seguita a valere la regola di composizione delle velocità della cinematica. Quindi nell'assenza di moto relativo delle parti i fenomeni sono indipendenti dalla traslazione d'insieme dell'intero sistema.

Quando vi sia una sola sorgente luminosa, ci si potrà riferire ad assi connessi con la sorgente: in tal modo le espressioni date dalle nostre ipotesi vengono a coincidere con quelle di Fresnel nel caso di una sorgente fissa. Si osservi allora che tutte le esperienze fatte finora sull'influenza del moto relativo di sorgente ed osservatore vertono solo sui termini del primo ordine, e sono tutte soggette a quelle restrizioni surricordate che fanno sì che una traslazione d'insieme non modificherebbe i risultati osservati neanche ammettendo le ipotesi di Fresnel. Se dunque si tratta di esperienze in cui (nell'applicare le teorie di Fresnel) si ritenga fissa la sorgente, avremo gli stessi risultati anche colle nuove ipotesi, poichè si ha perfetta coincidenza delle formole; se invece si ritiene che la sorgente sia in moto, i risultati della teoria di Fresnel non restano modificati (nel 1° ordine) dando una traslazione a tutto il sistema che riduca in quiete la sorgente, e quindi vengono ancora a coincidere con quelli forniti dalle nuove ipotesi.

Tutte le esperienze eseguite finora (tranne quella di Michelson, che è contraria alla teoria di Fresnel) si possono dunque indifferentemente interpretare colle ipotesi di Fresnel o con quelle proposte nella presente Nota: per decidere in favore dell'una o dell'altra, tenendo conto dei soli termini del 1° ordine, occorrono misure *dirette* della velocità della luce o, ciò che è sostanzialmente lo stesso, delle lunghezze di onda.

Le ipotesi proposte son lungi dal costituire una teoria completa dell'ottica dei sistemi in moto: si limitano ai moti uniformi e trattano l'ottica indipendentemente dai suoi legami con l'elettrodinamica; ma ho solo voluto mostrare che l'ipotesi di Ritz sulla velocità della luce non è contraddetta da alcuna esperienza, sì che merita per la sua semplicità di venir adottata almeno come *working hypothesis* più frequentemente che non si sia fatto sinora.

Torino, 13 gennaio 1919.

L'Accademico Segretario
Carlo Fabrizio Parona

CLASSI UNITE

Adunanza del 15 Febbraio 1920

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti, della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali, i Soci Segre, Parona, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Sacco,

e della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche, i Soci Ruffini, Vicepresidente dell'Accademia, Pizzi, De Sanctis, Brondi, Einaudi, Baudi di Vesme, Vidari, Prato, Cian, Valmaggi, e Stampini Segretario della Classe, che funge da Segretario delle Classi unite.

È scusata l'assenza del Socio D'Ovidio, Direttore della Classe di Scienze fisiche.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza delle Classi unite del giorno 7 dicembre u. s.

Il Presidente dà comunicazione della lettera del Ministro della Pubblica Istruzione, il quale, rispondendo con data del 10 gennaio u. s. all'ordine del giorno votato dall'Accademia nella sua adunanza testè ricordata del 7 dicembre 1919, ripete di non potere elevare l'annua dotazione, pur riconoscendola insufficiente, per la recisa opposizione del Ministro del Tesoro.

Il Socio Grassi legge la relazione della Commissione per il 21° Premio Bressa relativo al quadriennio 1915-1918. Terminata la lettura, attesochè la Commissione deliberò di chiedere all'Accademia “ se non sarebbe conveniente sospendere pel momento il giudizio definitivo sul conferimento del premio „, pre-

sentando nell'ultimo capoverso della relazione due proposte alla scelta dell'Accademia, il Socio Segre propone che " la conchiusione ultima della Commissione sia modificata nel senso che un premio sia conferito ad opere del quadrienno 1915-1918 solo se in questo quadriennio si troverà un'opera degna del premio; in caso contrario i due premi si assegnino ad opere pubblicate negli anni dal 1915 al 1922 ". La proposta del Socio Segre è combattuta dal Vicepresidente Ruffini, e al dibattito prendono parte i Soci De Sanctis, Somigliana, Brondi e Stampini. Dopo animata discussione l'Accademia approva unanime la relazione e delibera di rimandare alla prossima adunanza delle Classi unite la votazione sull'ultima proposta, che è quella di affidare il compito di nuove ricerche e di una nuova relazione a quella Commissione che dovrà giudicare dell'assegnazione del premio Bressa internazionale per il quadriennio che scadrà nel 1922.

Il Socio Somigliana legge la relazione della Commissione per il Premio Vallauri riservato alle Scienze fisiche per il quadriennio 1915-1918. La relazione è approvata senza discussione, e si rimanda alla prossima adunanza la votazione sulla proposta della Commissione, che, non essendovi persona a cui possa essere conferito il premio, " il premio stesso vada ad aumento del capitale e serva così ad accrescere coi propri interessi i premi successivi ".

Infine il Socio De Sanctis legge, anche a nome del Socio Patetta, la Relazione intorno alla seconda conferenza accademica internazionale. La relazione è approvata con plauso dalla Accademia che di buon grado conviene di esprimere la sua gratitudine ed il suo plauso ai Colleghi francesi e segnatamente ai signori Senart presidente e Homolle segretario della conferenza, e riconosce l'opportunità d'un convegno in Roma di rappresentanti delle Classi morali delle singole Accademie Reali italiane nelle prossime ferie pasquali.

RELAZIONE

SUL

XXI PREMIO BRESSA

(quadriennio 1915-18)

Nessuna proposta di opere meritevoli di concorrere al premio fu fatta da soci dell'Accademia. Furono invece presentate dai loro autori le opere seguenti:

1. Brudenne Victor. — *La prévention de la tuberculose.*
2. Greenhill G. — N° 5 Memorie relative a questioni di meccanica, tre delle quali sono anteriori al 1915, cioè:
   Report on the Theory of a Stream Line past a plane barrier, and of the discontinuity arising at the edge, with an application of the Theory to an Aeroplane. London, 1910.
   The Attraction of a Homogeneous Spherical Segment. Baltimore, 1913.
   Report on Gyroscopic Theory. London, 1914.
   Quelli compresi nel quadriennio 1915-18 sono:
   Theory of a Stream Line past a Curved Wing. London, 1916.
   The Potential of a Lens, and Allied Physical Problems. Baltimore, 1917.
3. Henry Charles. — *Rayonnement, gravitation, vie.* " Bulletin de l'Institut général psychologique „, Paris, 1918.
4. Hicks W. M. — *On the enhanced series of lines in spectra of alkaline earths.* London, 1915.
   A critical study of spectral series. Parts I *a*. IV. Le prime tre parti sono anteriori al 1915. La parte IV è del 1916. Londra.
5. Honda (Kotaro) e collaboratori Murakami, Ôkubo e Ishiwara. — N. 13 lavori sulle proprietà magnetiche dei corpi. Tutti compresi nel quadriennio:
   Honda (K.). — *On magnetic analysis as a means of studying the structure of iron alloys*, s. l., 1918.
   — *On the temperature of the reversible* A_1 *transformation in carbon steels.* Sendai, Japan, 1916.

HONDA (K.). — *A criterion for allotropic transformations of iron at high temperatures.* Sendai, Japan, 1917.

— *On the magnetic investigation of the states of cementite in annealed and quenched carbon steels.* Sendai, Japan, 1917.

— and MURAKAMI (T.). — *On the thermomagnetic properties of the carbides found in steels.* Sendai, Japan, 1918.

— — *On the structure of the magnet steels and its change with the heat treatments.* Sendai, Japan, 1917.

— — *On the structure of tungsten steels.* Sendai, Japan, 1918.

— and ÔKUBO (J.). — *Ferromagnetic substances and crystals in the light of Ewing's Theory of Molecular Magnetism.* Sendai, Japan, 1916.

— — *On the effect of temperature on magnetisation considered from the standpoint of Ewing's Theory of Magnetism.* Sendai, Japan, 1916.

— — *On a theory of hysteresis-loss by magnetisation.* Sendai, Japan, 1917.

— — *On a kinetic theory of magnetism in general.* Sendai, Japan, 1918.

ISHIWARA (T.). — *On the magnetic investigation of A_3 and A_4 transformations in pure iron and steel.*

MURAKAMI (T.). — *On the structure of iron-carbon-chromium alloys.* Sendai, Japan, 1918.

6. JEFFREYS H. — N. 15 lavori di fisica e meccanica terrestre ed astronomica; tutti compresi nel quadriennio; cioè:

Certain Hypotheses as to the Internal Structure of the Earth and Moon. London, 1915.

The Effect of a Resisting Medium on Lagrange's Three Particles. London, 1915.

Two applications of Jacobi's integral. London, 1917.

The Viscosity of the Earth. London, 1915.

The Viscosity of the Earth (Third Paper). London, 1917.

The Compression of the Earth's Crust in Cooling. London, 1916.

On Certain Possible Distributions of Meteoric Bodies in the Solar System. London, 1916.

The Secular Perturbations of the Four Inner Planets. London, 1916.

The Secular Perturbations of the Inner Planets. London, 1918.

On the Early History of the Solar System. London, 1918.

The Resonance Theory of the Origin of the Moon. London, 1917.

Causes contributory to the Annual Variation of Latitude. London, 1916.

On Periodic Convection Currents in the Atmosphere. I-II. London, 1917.

Some Problems of Evaporation. London, 1918.
Problems of Denudation. London, 1918.

7. MEEK ALEXANDER. — *The migration of fish.* London, 1916.
8. MICHAUD FÉLIX. — N. 5 lavori di fisico-chimica e termodinamica; tutti compresi nel quadriennio; cioè:
   Les solutions des gaz dans les liquides. Extrait des "Annales de Physique„, 9ª Serie.
   Contribution à l'étude des mélanges. "Idem„.
   Le principe de Carnot et le principe de la dégradation et de l'énergie. Nei ni 16-17 della "Revue scientifique„ dell'11, 18, 25 agosto 1917.
   Parois semi-perméables et Potentiels thermodynamiques. Nel n. 21 della "Revue générale des Sciences„ del 15 settembre 1917.
   Association moléculaire et Combinaison chimique. Nel n. 23 "Id.„ del 15 dicembre 1917.
9. RIDGEWAY WILLIAM. — *The Dramas and dramatic Dances of non-European races in special reference to the origin of Greek tragedy.* Cambridge, 1915.
10. SHAPLEY H. and PEASE. — N. 7 lavori di astronomia, tutti compresi nel quadriennio, cioè:
    SHAPLEY (H.). — *Outline and summary of a Study of magnitudes in the globular cluster Messier 13,* 1916 (Publications of the Astronomical Society of the Pacific, 1916-1918).
    — *The dimensions of a globular cluster,* 1917.
    — *Globular clusters and the structure of the Galactic system,* 1918.
    — *Studies of magnitudes in star clusters* (Proceedings National Academy of Sciences. Washington, 1916-1917):

    I. On the absorption of light in space. - II. On the sequence of spectral types in Stellar revolution. - III. The colors of the brighter stars in four globular systems. - IV. On the color of stars in the Galactic clouds surrounding Messier 11. - V. Further evidence of the absence of scattering of light in space. - VI. The relation of blue stars and variables to Galactic planes. - VII. A method for the determination of the relative distances of globular clusters. Washington, 1917; 6 fasc.

    — *Studies based on the colors and magnitudes in stellar clusters* (Contribution from the Mount Wilson Solar Observatory; Nos 115-117, 126, 133, 151-157):

    I. The general problem of clusters. - II. Thirteen hundred stars in the Hercules cluster (Messier 13). - III. A catalogue of 311 stars in Messier 67. - IV. The Galactic cluster Messier 11. - V. Color-indices of stars in the Galactic clouds. -

VI. On the determination of the distances of globular clusters. - VII. The distances, distribution in space, and dimension of 69 globular clusters. - VIII. The luminosities and distances of 139 Cepheid variables. - IX. Three notes on Cepheid variation. - X. A critical magnitude in the sequence of stellar luminosities. - XI. A comparison of the distance of various celestial objects. - XII. Remarks on the arrangement of the sideral universe.

PEASE (FR. G.) and SHAPLEY (H.). — *Axes of symmetry in globular clusters.* Washington, 1917 (Proceedings National Academy of Washington, 1917).

— *On the distribution of stars in twelve globular clusters.* Washington, 1917 (Contributions from the Mount Wilson Solar Observatory, 129; "Astrophysical Journal „, vol. XLV, 1917).

11. SOPER H. E. — *Improvements in the method of and means for compiling tabular and statistical data.* Brevetto N. 117834. London, 1918.

12. WOODWARD ARTHUR SMITH. — Lavori diversi di Paleontologia, tutti compresi nel quadriennio, cioè:

WOODWARD (A. S.). — *The use of fossil Fishes in stratigraphical Geology.* London, 1915.

— *The use of the Higher Vertebrates in stratigraphical Geology.* London, 1917.

— *The fossil Fishes of the English Wealden and Purbeck formations.* Part I-II. London, 1916-1918.

— *A new specimen of Saurostomus esocinus.* London, 1916.

— *On a Mammalian mandible (" Cimolestes Cutleri „) from an Upper Cretaceous formation in Alberta, Canada.* London, 1916.

— *Early Man.* London, 1917.

— *On a new species of Edestus from the Upper Carboniferous of Workshire.* London, 1917.

— *Notes on the Pycnodont Fishes.* London, 1917.

— *On the Skull of an extinct Mammal related to Aeluropus from a Cave in the Ruby Mines at Mogok, Burma.* London, 1917.

— *The so-called Coprolites of Ichthyosaurians and Labyrinthodonts.* London, 1917.

— *A Guide to the Fossil Remains of Man.* 2nd edition. London, 1918.

— and SMITH (G. ELLIOT). — *On a Second Skull from the Piltdown Gravel.* London, 1917.

— and DAWSON (CH.). — *On a Bone implement from Piltdown (Sussex).* London, 1916.

— and PETRONIEVICS (B.). — *On the Pectoral and Pelvic Arches of the British Museum Specimen of "Archaeopteryx „.* London, 1917.

Oltre a questi concorrenti si era presentato anche il signor Thoral J. M. (pseudonimo Tony Lathor), con due opuscoli dal titolo: *La faillite du monde savant*. Ma lo stesso autore dichiara nella sua lettera del 30 aprile 1917 che quegli opuscoli furono pubblicati prima del 1914; cosicchè non è il caso di prenderli in considerazione.

Anche il concorrente sig. Brudenne non può essere preso in considerazione, perchè, dopo aver annunciato di voler concorrere al premio colla sua opera sulla prevenzione della tubercolosi, si limitò a far conoscere un indice del contenuto dell'opera, che, pare, non sia stata ancora pubblicata.

Conviene poi avvertire che due degli altri undici concorrenti, cioè il sig. Honda e il sig. Shapley, presentarono i loro lavori colla dichiarazione di voler concorrere ai premî che vengono conferiti dalla nostra Accademia, senza indicare precisamente se aspirassero al premio Bressa o al premio Vallauri; perciò si è creduto di considerarli come concorrenti ad entrambi codesti premî.

Ed ecco ora un giudizio riassuntivo sui lavori dei singoli concorrenti.

GREENHILL G.

Nel lavoro sulle correnti fluide che incontrano un ostacolo, l'autore, ben noto già per altri pregevoli lavori, nel campo della meccanica, intende preparare elementi per la teoria dell'aeroplano e la tecnica della sua direzione. Sono però ricerche soltanto teoriche, dove vengono riassunte in gran parte teorie note, dovute, per quanto riguarda le correnti fluide, a geometri italiani, e se ne fanno applicazioni che non implicano novità di concetti; sebbene siano condotte con scrupoloso metodo scientifico.

Nel lavoro relativo alla teoria del potenziale il Greenhill studia con molta abilità analitica il campo di attrazione di una lente piatta. La riducibilità del problema agli integrali ellittici era stata dimostrata da Hill; perciò e per quanto interessanti siano i risultati a cui l'autore arriva, convien riconoscere che il contenuto concettuale, essenziale della ricerca non gli appartiene.

La Commissione quindi ritiene che questi lavori del Greenhill, nonostante i loro pregi indiscutibili, non presentano tale carattere di originalità, o tale importanza di risultati da essere giudicati meritevoli del premio.

HENRY CHARLES.

La Monografia *Rayonnement, Gravitation, Vie,* presentata da questo concorrente, comincia colla esposizione di molte nozioni di Fisica moderna, quali il flusso luminoso, la legge di Lambert, quella di Kirchhoff, quella di Stephan, quella di Dulong e Petit, la formola di Planck, la teoria dei *Quanta*. Cerca poi di connettere tali nozioni o teorie con delle questioni di fisica fisiologica, ritornando spesso a questioni di fisica pura, come quella della relatività, di Einstein e Minkowski. Ma pur troppo non si riesce a comprendere il nesso logico, se veramente esso esiste, che ha guidato l'autore nel riunire nozioni tanto disparate.

Pare quindi che tale lavoro non possa in alcuna guisa esser preso in considerazione per il conferimento del premio.

HICKS W. M.

Il lavoro presentato costituisce un paziente e minuto studio critico sopra gli spettri in serie.

Le prime tre parti però sono di pubblicazione anteriore al 1915, e perciò dovrebbe essere presa in considerazione soltanto la parte Quarta, dove l'autore esamina la struttura degli spettri emessi sotto l'azione della scintilla elettrica, e la Nota ultima sugli spettri delle terre alcaline.

L'argomento studiato dall'autore è assai complesso e su di esso si hanno già tanti lavori sperimentali e dati d'osservazione da giustificare forse l'assenza di uno studio sperimentale originale nel lavoro del sig. Hicks. Ma d'altra parte, se le conclusioni a cui conducono le varie formole o teorie precedentemente note, a cominciare da quella di Balmer, sono lungi dall'essere d'accordo, anche il sig. Hicks, quantunque si sia sfor-

zato a perfezionare con molta cura e pazienza le idee degli autori precedenti, non pare sia riuscito a formulare teorie che rappresentino un progresso notevole nello studio in parola, e tale da poter essere preso in considerazione per il conferimento del premio.

HONDA KOTARO.

Le 13 Note presentate dal Prof. Honda e suoi collaboratori Murakami, Ishiwara e Ôkubo, vanno distinte in due gruppi.

Un primo gruppo di nove Note è dedicato allo studio delle trasformazioni allotropiche che subiscono il ferro e le sue leghe ferromagnetiche a diverse temperature, studio eseguito col metodo dell'analisi magnetica.

Questo metodo si basa sulla proprietà seguente delle sostanze ferromagnetiche, che cioè tali sostanze, poste in un campo magnetizzante non troppo debole, assumono una intensità di magnetizzazione che col crescere della temperatura va diminuendo, da prima lentamente e poi più rapidamente per annullarsi infine ad una temperatura *critica*, che è una costante caratteristica della sostanza; inoltre, se questa subisce una trasformazione allotropica, a una determinata temperatura, la suscettività magnetica varia bruscamente.

L'autore con numerose esperienze ha voluto dimostrare che questo metodo d'analisi magnetica permette di determinare facilmente e con molta esattezza le temperature a cui avvengono le trasformazioni ed anche la natura di esse.

Le ricerche furono estese poi a molte sostanze ferromagnetiche, ferro, acciaio al carbonio, acciaio al tungsteno, leghe di ferro e cromo, carburi di ferro. Ne risulta veramente ben dimostrata l'utilità del metodo per riconoscere la struttura delle diverse leghe nelle varie fasi del riscaldamento e del raffreddamento. Il gran numero di misure accurate eseguite su materiali di varia composizione, l'accordo dei risultati così ottenuti con quelli forniti dall'analisi termica e microscopica non lasciano alcun dubbio sulla esattezza delle conclusioni a cui giunge l'autore; però, salvo in qualche particolare, coteste conclusioni corrispondono in generale a quanto già si conosceva intorno alla struttura degli acciai ed alle trasformazioni che vi si producono per

effetto del riscaldamento. Non si può dire adunque che si tratti della scoperta di nuovi fenomeni importanti, ma certamente i numerosi risultati ottenuti potranno rendere preziosi servigi agli studiosi.

L'altro gruppo di quattro Note *Sulla teoria molecolare della magnetizzazione* tratta del modo di spiegare i fenomeni magnetici nelle sostanze ferromagnetiche, secondo l'ipotesi del magnetismo molecolare di Ewing.

L'autore ammette perciò, secondo tale ipotesi, che i corpi ferromagnetici siano costituiti da complessi elementari formati di magneti, che si orientano poi sotto l'azione di un campo esterno, e che la forza direttrice, antagonista, si riduca a quella che nasce dalla stessa polarità magnetica permanente degli elementi.

In seguito, per spiegare certe particolarità del fenomeno, specialmente della isteresi, fa intervenire anche l'influenza del moto termico e della viscosità. Ma di tale intervento è fatto cenno soltanto in termini generici.

Il calcolo conduce a formole complicate, che l'autore poi semplifica con qualche ipotesi accessoria. Riesce così a trovare una rappresentazione del fenomeno che si approssima abbastanza ai risultati sperimentali.

Anche il ciclo d'isteresi teorico risulta molto simile a quello reale nel suo andamento generale, ma ha il difetto che dà un valore eccessivo del magnetismo residuo, cioè 0,89 del massimo corrispondente alla saturazione, cioè almeno una volta e mezza del vero, e anche più in molti casi; come del resto aveva già trovato lo Ewing; inoltre questo valore sarebbe costante, mentre si sa che varia notevolmente da una sostanza all'altra.

Qualche altro punto della dimostrazione teorica del fenomeno d'isteresi lascia alquanto a desiderare.

In conclusione è questo uno studio paziente e laborioso, dove l'autore ha mostrato molta ingegnosità per superare le difficoltà che gli si presentavano strada facendo; ma, pur superandone parecchie, non ha fatto che perfezionare alquanto lo studio del modello di Ewing, senza raggiungere lo scopo, che a quanto pare egli si proponeva, di mostrare che la semplice ipotesi di Ewing può spiegare completamente i fenomeni magnetici.

La teoria dell'autore resta sempre un modello, di cui non si deve esagerare l'importanza, sia in riguardo al suo grado di verosimiglianza, sia in considerazione della sua utilità come guida a nuove ricerche.

Tanto più se si pensa che il far astrazione da qualunque specie di forze interne molecolari, all'infuori di quelle che nascerebbero dalla polarità magnetica degli ultimi elementi, sembra una ipotesi, se non azzardata, almeno tale che avrebbe bisogno di essere discussa e giustificata, anche per metterla d'accordo colle odierne vedute dei fisici intorno alla struttura molecolare dei corpi; e che effettivamente occorra tener conto di altre forze, oltre alla polarità magnetica, lo riconosce lo stesso autore laddove trova necessario di far intervenire la così detta viscosità e i moti termici.

I lavori dello Honda sono adunque assai pregevoli, senza dubbio, ma i risultati ottenuti non hanno quel carattere di novità o quel grado d'importanza scientifica o tecnica che si deve richiedere affinchè l'opera possa essere segnalata come meritevole del premio.

JEFFREYS HAROLD.

Il gruppo dei lavori presentati dal Sig. Harold Jeffreys si impone alla nostra attenzione per la varietà grande delle questioni trattate, che sono tra le più vitali del momento presente nel campo della geofisica e della geomeccanica, della cosmogonia del sistema solare e della meccanica celeste. S'impone anche per la mole veramente notevole, prodotto di un lavoro straordinario compiuto nel periodo esattamente quadriennale prescritto dal concorso. È finalmente ammirabile l'ardire col quale l'autore attacca problemi nuovi, che sembrano i meno accessibili ai metodi matematici e i più impenetrabili al potere dell'analisi.

Dare un'analisi completa della produzione scientifica in esame non è cosa facile senza uscire dai limiti di una Relazione accademica, ed entrare in troppi particolari di indole essenzialmente matematica. Tuttavia un esame sintetico degli argomenti che sono oggetto delle investigazioni dell'autore ed un

riassunto dei risultati raggiunti può essere sufficiente per dare un'idea del valore dell'opera.

Nel gruppo delle Memorie riguardanti la geofisica (N° 1, 4, 5, 6, 12, 13, 14, 15) troviamo dapprima un lavoro di critica intorno alle ipotesi sulla struttura interna della terra. L'autore parte dalle equazioni stabilite da Herglotz per l'equilibrio elastico di un solido costituito in modo conforme all'ipotesi di Wiechert, cioè da un nucleo centrale e da una crosta superficiale di densità diversa, ed arriva ad una conferma dei numeri dati dallo stesso Wiechert per le densità ed il rapporto dei raggi.

Discute anche alcune ipotesi sulla struttura della luna e tenta una spiegazione del fatto che essa ruota mostrando sempre alla terra la stessa faccia.

Altri lavori sono dedicati alle relazioni tra le costanti di elasticità e di viscosità della terra ed i fenomeni della marea e della nutazione euleriana, e ad una valutazione delle pressioni superficiali, che devono svilupparsi per effetto della contrazione dovuta al raffreddamento.

Di assai notevole importanza è la ricerca dedicata alle cause che possono produrre i movimenti del polo terrestre, ossia le variazioni di latitudine. In linea generale è noto che esse, in quanto si sovrappongono alla nutazione euleriana, dipendono da variazioni di densità o di distribuzione di massa nel globo terrestre. L'autore con acuta analisi ricerca gli effetti che sugli spostamenti del polo possono produrre i movimenti periodici dell'atmosfera e le conseguenti variazioni di pressione e di livello oceanico, le correnti prodotte da differenze di temperatura nei mari e le precipitazioni atmosferiche. Un'altra causa, pure di carattere periodico, e che l'autore con ipotesi speciali sottopone al calcolo, è la variazione di massa superficiale dovuta allo sviluppo della vegetazione nella stagione estiva. Naturalmente, estremamente incerti devono essere i dati di partenza ipotetici in una questione di tal genere, ma è notevole il fatto che l'autore abbia potuto attaccarla. Si occupa infine degli effetti dovuti alle glaciazioni polari.

A problemi speciali, che si connettono colla ricerca precedente, sono dedicati varii altri lavori sulle correnti di convezione nell'atmosfera, ed a quelli che l'autore chiama *Problems*

of evaporation e *Problems of denudation*, e cioè alla diffusione del vapor acqueo nell'aria ed agli effetti che la precipitazione esercita sul suolo come agente di abrasione e di sedimentazione.

Con metodi analoghi l'autore prende a trattare quistioni fondamentali di meccanica del sistema solare (N^{i} 2, 3, 7, 8, 9, 10, 11). Le modificazioni che l'ipotesi di un mezzo resistente porta al movimento nel problema dei tre corpi sono discusse in due Note. Un'ampia Memoria è dedicata alla legge di distribuzione dei corpi meteorici nel sistema solare, considerati come sciami di meteore moventisi intorno ad un grosso nucleo. Ammesso il moto stazionario e simmetrico rispetto ad un asse, l'autore trova che gli urti reciproci devono portare le orbite meteoriche ad avvicinarsi a cerchi giacenti in uno stesso piano. È questo un risultato applicabile all'anello di Saturno.

Un'altra Memoria è dedicata alla discussione della possibilità di formazione del sistema solare per condensazione da una massa gassosa, e l'autore esclude la possibilità che i pianeti esistenti abbiano avuto una origine di questa specie, tolta la luna.

Non è facile seguire l'autore nella molteplicità delle conclusioni a cui arriva in questioni così complesse. Tuttavia la facilità con cui egli enumera una folla di risultati e la recisione delle affermazioni, confrontata coll'abbondanza dell'elemento ipotetico, non possono a meno di lasciare il lettore perplesso intorno al valore definitivo di queste ricerche scientifiche.

In conclusione, volendo riassumere in un giudizio sintetico l'impressione nostra sull'opera dello Jeffreys, dobbiamo dire che, pur accettando senza troppo discutere le conclusioni a cui egli arriva, queste non assurgono alla importanza di risultati nuovi, che segnino progressi sostanziali nella scienza della terra e del cosmo. Mancando quindi, sia l'originalità vera del metodo matematico, sia l'importanza decisiva dei risultati raggiunti dal punto di vista fenomenologico, la Commissione, pur riconoscendo nell'autore attitudini brillanti di ricercatore, che potranno in seguito condurlo ad una elevata posizione nella scienza, non crede, nelle condizioni attuali, di poterlo proporre per il premio Bressa.

MEEK ALEXANDER.

L'autore ha raccolto in un volume i dati relativi alle migrazioni dei pesci, che formano oggetto dell'industria della pesca, e nel volume è seguito l'ordine sistematico, come più razionale, anche per agevolare la consultazione.

Ogni capitolo tratta di una sottoclasse, o di un ordine, di un sott'ordine o di un gruppo sistematico più ristretto, a seconda della sua importanza o della ricchezza in specie pescherecce.

Una breve introduzione pone il profano al corrente delle cause biologiche e geologiche di migrazione, e della letteratura generale su questo soggetto. Nei capitoli relativi ai varii gruppi sistematici sono pure indicati i lavori dai quali l'autore ha ricavato le nozioni diligentemente coordinate nei capitoli stessi e corredate da buon numero di figure, di diagrammi, di cartine in parte originali. Ogni capitolo ha quindi valore di un'accurata compilazione nella quale il lettore può trovare quanto si riferisce alla biologia dei varii pesci, sia marini che d'acqua dolce. Particolarmente sviluppati sono i capitoli che riguardano le aringhe, i salmoni, i merluzzi.

È fatto un largo posto alla embriologia, al comportamento delle larve e degli avanotti, tenendo però presente la pratica utilità di questi soggetti. Chiude il volume un breve riassunto con considerazioni generali sulle migrazioni e la distribuzione geografica in senso orizzontale e verticale.

L'opera del Meek può essere vantaggiosamente consultata nei riguardi delle norme da seguire e da impartire per disciplinare la pesca, e sopratutto le grandi pesche, senza turbare le condizioni biologiche delle varie specie che sono oggetto di commercio e senza ostacolare la loro riproduzione.

Non è tuttavia, per originalità di trattazione e per importanza scientifica dei risultati, così notevole da poter essere segnalato come degno del premio Bressa.

MICHAUD FÉLIX.

Il lavoro principale del Michaud è una estesa Memoria dal titolo *Contribution à l'étude des mélanges*, pubblicata negli " Annales de Physique „ del 1916. In questo lavoro l'autore introduce alcuni nuovi concetti relativi alle pareti semipermeabili, di cui si fa tanto uso nello studio delle trasformazioni dei miscugli, applicando i principî della termodinamica; e in particolare l'autore vuol dimostrare la opportunità di considerare delle pareti permeabili soltanto all'entropia e impermeabili alla materia. Stabilisce quindi alcuni teoremi fondamentali e ne fa l'applicazione a diversi casi di miscugli.

Le questioni trattate nelle altre pubblicazioni, cioè una Memoria dal titolo *Les solutions des gaz dans les liquides* negli " Annales de Physique „, un articolo nella " Revue Scientifique „ sul principio della degradazione dell'energia, e due brevi Note nella " Revue Générale des Sciences pures et appliquées „ si riferiscono al medesimo argomento e si svolgono intorno ai medesimi concetti stabiliti in quella prima Memoria. Degna di nota è specialmente la trattazione di alcune questioni relative alla soluzione dei gas nei liquidi, dove giunge a spiegare in modo plausibile alcune particolarità interessanti intorno al comportamento di tali soluzioni.

In complesso però i procedimenti ideati dall'autore non conducono alla scoperta di fatti o leggi nuove di notevole importanza; una gran parte dei risultati si limita ad una conferma di leggi e proprietà note. Rimane infine l'impressione che i metodi suggeriti dall'autore per studiare o dimostrare le proprietà dei miscugli non offrano neppure in generale il vantaggio di una maggiore semplicità e chiarezza nel procedimento dimostrativo.

L'opera del Michaud è certamente pregevole e meritevole di molta considerazione dal punto di vista del metodo di ricerca scientifica; ma non raggiunge tal grado d'importanza da indurre la Commissione a proporla come degna del premio.

RIDGEWAY WILLIAM.

Noto pel suo libro *The origin of metallic currency and weight standards*, l'Autore presenta per il premio Bressa il volume: *The Dramas and dramatic Dances of non-European races in special reference to the origin of Greek tragedy*, Cambridge 1915, che si collega con un suo precedente lavoro dal titolo *The origin of tragedy with special reference to the Greek tragedians.*

In quest'opera egli sosteneva che la tragedia greca ha origine esclusiva dalle primitive celebrazioni degli eroi, cioè dei defunti eroizzati. Che in tale teoria siano parecchi elementi di verità non pare discutibile. Ma essa sembra per un lato connettersi troppo strettamente con la dottrina della origine esclusiva della religione dal culto dei morti, che ora è generalmente sostituita da dottrine più larghe e comprensive, e per l'altro non tener conto sufficiente della parte fondamentale, ben rilevata ad esempio dal Dieterich, che ebbero nella formazione del dramma i sacri dromena dei misteri.

Alla difesa della propria teoria contro le obiezioni altrui, difesa sempre acuta, se non sempre convincente, dedica il Ridgeway l'ampia introduzione del nuovo libro. Nel quale poi, a rincalzo della teoria sulla tragedia Greca, egli studia antiche e moderne notizie sui sacri drammi e le sacre danze dell'Asia Occidentale, dell'Egitto, dell'India, di Giava, dell'Indocina, della Cina, del Giappone e d'altre regioni e giunge alla conclusione che Drammi e Danze son collegati col culto dei morti e che in generale totemismo e venerazione di spiriti delle piante sono formazioni secondarie, germogliate dalla fede nella esistenza dell'anima dopo la morte.

Questa trattazione, per quanto ricca di materiali preziosi, lascia perplessi non meno della precedente sulla tragedia Greca.

Che ci siano danze e rappresentazioni sacre connesse col culto dei morti, su ciò non cade dubbio; ma che tutte le danze e rappresentazioni sacre siano, almeno in origine, connesse con quel culto, questo non appare appieno dimostrato. E, convien dire, la dimostrazione riesce tanto meno efficace e persuasiva, in quanto nel campo della letteratura Indiana, della Egittologia,

dell'Islam, della letteratura dell'estremo oriente, e in quello stesso della storia comparata delle religioni, il Ridgeway si muove con assai minore sicurezza d'informazioni (se non di giudizio) che non in quello a lui più famigliare della letteratura Greca.

Ciò non toglie che il libro costituisca nel tutto insieme un importante contributo alla storia della Drammatica; ma i suoi pregi non sembrano tali da renderlo meritevole di esser preso in considerazione per il conferimento del premio.

SOPER H. E.

Il Sig. Soper H. E. presenta un suo brevetto dal titolo: " Improvements in the method of and means for compiling tabular and statistical data (1918) ".

Sono già in uso presso parecchi uffici statistici apparecchi o meccanismi intesi a rendere più rapida, meno faticosa e più sicura tanto l'operazione di classificare i singoli casi osservati, a seconda di certi caratteri o combinazioni di caratteri, quanto quella di contare il numero di individui aventi un dato carattere o combinazione di caratteri.

Il dispositivo ideato dal Soper vorrebbe essere una modificazione e un perfezionamento di quelli in uso: ma si tratta di una invenzione che manca di carattere scientifico, e per quanto possa presentare una certa utilità pratica nella compilazione di tavole statistiche, non è certamente di tale importanza da poter essere presa in considerazione per il concorso al premio Bressa.

SHAPLEY H.

L'opera che lo Shapley espone nelle sue 12 Memorie consiste di due parti. La prima, di carattere osservativo, consiste nell'indagare nei diversi ammassi stellari (*cluster*) globulari il comportamento delle grandezze stellari apparenti in rapporto coll'*index coloris*; vedere cioè per ogni *index coloris*, ossia per ogni tipo spettrale, il numero delle stelle rispondenti a ciascuna grandezza apparente.

L'autore, pur limitando le osservazioni a quattro o cinque grandezze, in alcuni ammassi, giunge ad un risultato degno della massima attenzione; cioè che, crescendo l'ordine di grandezza, ossia diminuendo lo splendore apparente da una stella a un'altra, diminuisce, nelle stelle dei detti ammassi, anche l'*index coloris*; le stelle più lucide hanno sempre più gradi di rosso che le più deboli.

Una prima conclusione che l'autore trae da queste osservazioni è che si possa ritenere nulla, o trascurabile, l'estinzione della luce negli spazi interstellari. Ma a questo risultato si possono muovere serie obiezioni, cosicchè esso va considerato come assai dubbio, essendo forse probabile che l'assorbimento, tanto generale, quanto selettivo, non sia trascurabile fuori del piano Galattico, allo stesso modo come non lo è (ed anche lo Shapley lo sa) nel detto piano.

La seconda parte del lavoro concerne la determinazione delle parallassi degli ammassi globulari.

Tre sono i metodi impiegati dall'autore per la stima delle distanze. Il primo, che fu già ideato dallo Hertzsprung, si basa sulla ipotesi che la grandezza assoluta delle stelle variabili del tipo di *δ Cephei*, dette appunto *Cefeidi*, sia funzione del solo periodo. Il secondo è un metodo che si fonda in massima su di un principio, pure già ammesso da altri, che cioè un ammasso il quale mostri stelle più lucide di un altro è probabilmente più vicino.

Più spedito è il terzo metodo, che consiste nel desumere la distanza degli ammassi dai loro diametri angolari, ammettendo che su per giù abbiano tutti la stessa estensione assoluta nello spazio.

Una trentina di ammassi, trattati coi due primi metodi, gli dànno un diagramma che mette a riscontro la distanza col diametro apparente, e da questo diagramma egli attinge per gli altri ammassi, di cui è solo noto il diametro, la distanza.

In base ai precedenti metodi è possibile allo Shapley procedere ad una grande ricostruzione dell'universo siderale, dove ad ogni oggetto celeste è assegnato il suo posto, sia rispetto all'osservatore terrestre, sia rispetto al piano centrale della Galassia. Ma tutto questo edifizio, attese le enormi incertezze onde sono affette le parallassi determinate dall'autore, è dubbio

che possa reggere alla prova dei fatti che verranno in luce nell'avvenire. Basta ad avvalorare questo dubbio osservare le enormi differenze fra le parallassi determinate dallo Shapley e quelle calcolate dallo Schouten per gli stessi ammassi, in base alle curve di luminosità di Kapteyn.

La lettura delle 12 Memorie presentate dallo Shapley rivela nell'autore una rara abilità nel trarre partito dalle osservazioni in modo da ricavarne quanti più risultati è possibile; ma rivela anche una certa fretta. E conseguenza di ciò è anche qualche contradizione; così, ad esempio, mentre nella seconda Memoria la distribuzione peculiare dei cluster globulari e la loro grande distanza mostrano che essi non fanno parte del sistema galattico, e che questo sia distintamente fuori del centro di gravità di quell'ordine di sistemi, nella dodicesima Memoria l'universo galattico comprende anche i cluster globulari, e non c'è più luogo a pluralità di sistemi. Questo cambiamento di concezione fra il principio e il termine del lavoro fa capire quanto ancora siano scarsi e incerti i dati d'osservazione, perchè se ne possa trarre quella solida costruzione dell'universo che lo Shapley vagheggia.

L'opera dello Shapley è indubbiamente meritevole di grande encomio, e fornisce allo studioso una quantità di dati e di considerazioni preziosissime, ma non raggiunge tale grado di perfezione da indurre la Commissione a proporre che il premio gli sia conferito.

ARTHUR SMITH WOODWARD.

Conservatore di Geologia nel British Museum, presenta numerose pubblicazioni, delle quali una in collaborazione con Ch. Dawson e un'altra con B. Petronievics. Di vario argomento paleontologico, sono in generale descrizioni di fossili di notevole importanza, ed una sola è di carattere monografico. Due sono discorsi presidenziali tenuti alla Società Geografica di Londra nel 1915 e 1916, nei quali l'A. delinea e illustra l'importanza che hanno i resti fossili dei vertebrati nella Geologia storica.

Quattro Note sono di argomento antropologico, ed in particolare degna di menzione l'istruttiva guida alla collezione degli avanzi fossili dell'uomo nel Museo Britannico, e l'interessante

studio sopra una distinta forma di un uomo primitivo (" On a second skull, etc. ").

Altre due riguardano pure dei resti di mammiferi; in una considera un genere che ritiene nuovo (Aelureidopus), e nell'altra degli avanzi di Cimolestes del Cretacico del Canadà. Sono inoltre da ricordare la breve Nota nella quale discute sull'attribuzione di certe Coproliti ai Selacidi piuttosto che ai Rettili, e l'interessante breve scritto: " On the pectoral and pelvic arches of Archaeopteryx ", in cui l'autore ravvisa caratteri essenzialmente sauroidi con qualche analogia con archi dei viventi Ratiti.

Ma i lavori più importanti del Woodward sono quelli che prendono in esame i resti fossili dei Pesci, come lo scritto sopra " A new species of Saurostomus esocinus " (1916), le " Notes on the Pycnodont fishes " (1917), la descrizione dell'Edestus Newtoni (1917), e sopratutto la Monografia sopra " The fossil Fishes of the english Wealden and Porbeck formations (part I, II) ", della quale furono pubblicati finora due fascicoli nelle Memorie della Paleontographical Society di Londra (1916-1918). Si tratta di una accurata descrizione sistematica, corredata da numerose figure nel testo e da molte tavole, nella quale è esaminata la ricca fauna fossile dei pesci del Wealdiano e del Porbeckiano inglese, a cominciare dagli Elasmobranchi, coi generi Hybodus, Acrodus, Asterocanthus, ed il nuovo genere Mylaeobates. In seguito si passa allo studio particolareggiato dei Teleostomi, numerosissimi, appartenenti a parecchi generi, due nuovi (Eomesodon, Enchelyolepis). Ma la estesa monografia è per ora incompleta e non può essere considerata nei suoi risultati e nelle conclusioni geostoriche e biologiche; sicchè la Commissione, che ha fissato particolarmente la sua attenzione sopra questo lavoro dell'insigne paleoittiologo, non è in grado di apprezzarne tutta l'importanza e non crede di poterlo proporre per il conferimento del premio.

In conclusione nessuno dei concorrenti vien giudicato meritevole del premio.

Considerato l'esito negativo del concorso, la Commissione crede opportuno avvertire che tale risultato può attribuirsi a diverse cause, dipendenti dalle condizioni eccezionali in cui si è svolto il quadriennio 1915-18, coincidente si può dire esatta-

mente col periodo della guerra mondiale, condizioni che, se da un lato hanno potuto distrarre le menti e l'attività degli studiosi e impedir loro di compiere un lavoro regolare e proficuo nel campo scientifico, d'altra parte hanno reso anche difficile il compito della Commissione e dei soci tutti dell'Accademia nella ricerca e nell'esame di lavori scientifici compiuti e di opere pubblicate nel detto quadriennio, tali da meritare di essere prese in considerazione nel concorso al premio.

La Commissione perciò sente il dovere di far presente all'Accademia questo stato di cose e di chiedere nello stesso tempo se non sarebbe conveniente sospendere pel momento il giudizio definitivo sul conferimento del premio, per provvedere ad integrare il lavoro di ricerca e di esame di quelle opere che, pur essendo state pubblicate nel quadriennio scaduto, potessero per avventura essere sfuggite all'attenzione della Commissione o dei Soci, ed essere così rimaste sconosciute.

La proposta della Commissione sarebbe dunque di rinnovare la procedura regolare per il concorso internazionale al premio Bressa, relativo sempre ai soli lavori pubblicati nel quadriennio scaduto 1915-18; nominando perciò di nuovo una prima Commissione, che dovrà poi essere integrata a norma del Regolamento, e assegnando un termine alla detta Commissione per presentare la sua Relazione; o meglio affidando il compito medesimo alla Commissione che dovrà giudicare dell'assegnazione del premio Bressa internazionale per il quadriennio che scadrà nel 1922; la quale Commissione avrebbe quindi da conferire due premi, uno per le opere compiute e pubblicate nel quadriennio 1915-18 e l'altro per quelle del quadriennio seguente 1919-22.

La Commissione

Presidente
ANDREA NACCARI

CARLO FABRIZIO PARONA
CORRADO SEGRE
GUIDO GRASSI Segretario Relatore
CARLO SOMIGLIANA
QUIRINO MAJORANA
GAETANO DE SANCTIS
FEDERICO PATETTA
ETTORE STAMPINI
FRANCESCO RUFFINI
ERNESTO SCHIAPARELLI

RELAZIONE DELLA COMMISSIONE

PER IL

PREMIO VALLAURI

(quadriennio 1915-18)

I concorrenti al premio Vallauri dei quali la Commissione ha esaminate le opere sono i sigg. Dr Pisani Michele, Musciacco Augusto, Leonardi-Cattolica amm. Pasquale col Maggiore Luria Aristide, Vecellio Alessandro, Verson prof. Enrico, Barnes George Edward, Shapley H., Kotaro-Honda, e Cirinei Egisto.

Nessuna proposta pel premio fu fatta dai Soci dell'Accademia. Le memorie presentate dai concorrenti sono le seguenti:

1. Prof. Cirinei. — Quattro esemplari del N. 5 dell'anno VII del periodico " Fides e Labor „ del Collegio Santa Maria, Organo dell'Associazione degli antichi allievi.
2. Pisani Michele fu Alfonso:
   a) *Cura del Tracoma e della Cheratite vasculosa superficiale (panno grasso della cornea) con l'auto-siero-terapia.* Cosenza, Tip. Municipale R. De Rose, 1914.
   b) *La Cataforesi nella terapia delle lesioni sifilitiche dell'occhio.* Cosenza, Tip. Municipale R. De Rose, 1915.
3. Musciacco Augusto da Lecce. — *Per un piccolo mistero nel vortice dei liquidi.* Lecce, Tip. Editrice Leccese, 1917.
   — *Il Restometro.* Lecce, Tip. Editrice Leccese, 1917.
   — *Il Restometro.* Riassunto.
   — *Postilla sulla differenza di altezza tra due battenti, ecc.*
   — *Delle illusioni ottiche spaziali in relazione con la retina umana.* Lecce, 1918.
   — *Un tratto d'unione tra spirito e materia* (Considerazioni di fisica organica). Lecce, 1918.
4. Leonardi Cattolica S. E. Pasquale e Luria Maggiore Aristide. — *Fari e segnali marittimi.* Torino, Stab. Doyen di L. Simondetti.
   — *Documenti a schiarimento* A a I (N. 9).

5. VECELLIO ALESSANDRO. — *Equilibrio cosmico.* P. 1ª, 3 esemplari. Feltre, Stabil. Tip. P. Castaldi di O. Boschiero, 1916.
6. VERSON ENRICO. — *Il Filugello e l'arte di governarlo.* Roma-Napoli, Società Editrice Libraria, 1917.
7. BARNES GEORGE EWARD. — *The Etiology of disturbances of the heart beat.* Boston, 1917.
   — *The rationale of Neurasthenia and of disturbances of arterial tension.* Boston, 1917.
8. SHAPLEY (H.). — *Outline and summary of a Study of magnitudes in the globular cluster Messier 13,* 1916 (Publications of the Astronomical Society of the Pacific, 1916-1918).
   — *The dimensions of a globular cluster,* 1917.
   — *Globular clusters and the structure of the Galactic system,* 1918.
   — *Studies of magnitudes in star clusters* (Proceedings National Academy of Sciences. Washington, 1916-1917):

     I. On the absorption of light in space. - II. On the sequence of spectral types in Stellar revolution. - III. The colors of the brighter stars in four globular systems. - IV. On the color of stars in the Galactic clouds surrounding Messier 11. - V. Further evidence of the absence of scattering of light in space. - VI. The relation of blue stars and variables to Galactic planes. - VII. A method for the determination of the relative distances of globular clusters. Washington, 1917; 6 fasc.

   — *Studies based on the colors and magnitudes in stellar clusters* (Contribution from the Mount Wilson Solar Observatory; Nos 115-117, 126, 133, 151-157):

     I. The general problem of clusters. - II. Thirteen hundred stars in the Hercules cluster (Messier 13). - III. A catalogue of 311 stars in Messier 67. - IV. The Galactic cluster Messier 11. - V. Color-indices of stars in the Galactic clouds. - VI. On the determination of the distances of globular clusters. - VII. The distances, distribution in space, and dimension of 69 globular clusters. - VIII. The luminosities and distances of 139 Cepheid variables. - IX. Three notes on Cepheid variation. - X. A critical magnitude in the sequence of stellar luminosities. - XI. A comparison of the distance of various celestial objects. - XII. Remarks on the arrangement of the sideral universe.

9. PEASE (FR. G.) and SHAPLEY (H.). — *Axes of symmetry in globular clusters.* Washington, 1917 (Proceedings National Academy of Washington, 1917).
   — *On the distribution of stars in twelve globular clusters.* Washing-

ton, 1917 (Contributions from the Mount Wilson Solar Observatory, 129; "Astrophysical Journal „, vol. XLV, 1917).

10. Honda (K.). — *On magnetic analysis as a means of studying the structure of iron alloys*, s. l., 1918.

— *On the temperature of the reversible A, transformation in carbon steels.* Sendai, Japan, 1916.

— *A criterion for allotropic transformations of iron at high temperatures.* Sendai, Japan, 1917.

— *On the magnetic investigation of the states of cementite in Annealed and Quenched carbon steels.* Sendai, Japan, 1917.

— and Murakami (T.). — *On the thermomagnetic properties of the carbides found in steels.* Sendai, Japan, 1918.

— — *On the structure of the magnet steels and its change with the heat treatments.* Sendai, Japan, 1917.

— — *On the structure of tungsten steels.* Sendai, Japan, 1918.

— and Ôkubo (J.), — *Ferromagnetic substances and crystals in the light of Ewing's Theory of Molecular Magnetism.* Sendai, Japan, 1916.

— — *On the effect of temperature on magnetisation considered from the standpoint of Ewing's Theory of Magnetism.* Sendai, Japan, 1916.

— — *On a theory of hysteresis-loss by magnetisation.* Sendai, Japan, 1917.

— — *On a kinetic theory of magnetism in general.* Sendai, Japan, 1918.

11. Murakami (T.). — *On the structure of iron-carbon-chromium alloys.* Sendai, Japan, 1918.

La Commissione dopo un primo esame ha concluso che non potessero essere prese in considerazione agli effetti del concorso le due memorie del Dr Pisani coi titoli: *Cura del Tracoma e della Cheratite vasculosa; La Cataforesi nella Terapia*, in quanto non contengono che osservazioni d'indole clinica, senza alcuna ricerca originale. Le osservazioni sono anche in numero limitato e troppo compendiosamente descritte per poter portare ad alcun convincimento sulla bontà dei metodi curativi proposti dall'autore.

Parimenti fu esclusa l'opera presentata dal sig. Alessandro Vecellio col titolo: *Equilibrio cosmico*, Parte I: *L'equilibrio nel mondo fisico*, perchè mancante di serietà scientifica. Altrettanto dicasi di un breve scritto riguardante una pretesa scoperta del

sig. Cirinei, inserito nel periodico " Fides et Labor „ col titolo: *Una sorpresa dell'indagine sperimentale.*

Ispirate ad un puro dilettantismo scientifico, e non basate che sulla più ingenua intuizione sono le memorie presentate dal sig. cav. Augusto Musciacco coi titoli: *Per un piccolo mistero nel vortice dei liquidi; Delle illusioni ottiche spaziali in relazione con la retina umana; Un tratto d'unione tra spirito e materia.*

A questi lavori d'indole quasi filosofica il sig. Musciacco aggiunge la descrizione di un suo apparecchio costruito allo scopo di ottenere la costanza nell'afflusso dei liquidi, e che non presenta che modificazioni di poco significato rispetto ad apparecchi notissimi.

Ragioni intrinseche consigliarono perciò di non prendere in considerazione i lavori del sig. Musciacco.

Passando ad opere di ben maggiore importanza e serietà, la Commissione ha preso in attento esame l'opera in due volumi: *Fari e segnali marittimi* presentata dai sigg. Ammiraglio Pasquale Leonardi-Cattolica e Cap. del genio Aristide Luria. In essa è esposto tutto quanto riguarda il segnalamento marittimo, servizio di primaria importanza e di grande interesse internazionale. Quest'opera è di importanza fondamentale per la Marina italiana, la quale prosegue l'opera patriottica iniziata dall'ammiraglio Magnaghi per emancipare i nostri servizi marittimi dagli stranieri.

Non si può che compiacersi coi due egregi autori che hanno saputo esporre con chiarezza tutti i principali progressi della scienza moderna relativi all'illuminazione delle coste per la sicurezza della navigazione. Tuttavia la Commissione deve concludere per la non presa in considerazione dell'opera stessa, in quanto non si possono in essa riconoscersi quei caratteri di ricerca originale scientifica, che costituiscono la condizione fondamentale pel conferimento del premio.

Il prof. Kotaro Honda, insieme ai suoi collaboratori Murakami ed Okubo ha inviato due gruppi di memorie che la Commissione ha ritenuto come presentati, oltre che per il premio Bressa, anche pel premio Vallauri.

Le 13 Note presentate dal Prof. Honda e suoi collaboratori vanno distinte in due gruppi.

Un primo gruppo di nove Note è dedicato allo studio delle

trasformazioni allotropiche che subiscono il ferro e le sue leghe ferromagnetiche a diverse temperature, studio eseguito col metodo dell'analisi magnetica.

Questo metodo si basa sulla proprietà seguente delle sostanze ferromagnetiche, che cioè tali sostanze, poste in un campo magnetizzante non troppo debole, assumono una intensità di magnetizzazione che col crescere della temperatura va diminuendo, da prima lentamente e poi più rapidamente per annullarsi infine ad una temperatura *critica*, che è una costante caratteristica della sostanza; inoltre, se questa subisce una trasformazione allotropica, a una determinata temperatura, la suscettività magnetica varia bruscamente.

L'autore con numerose esperienze ha voluto dimostrare che questo metodo d'analisi magnetica permette di determinare facilmente e con molta esattezza le temperature a cui avvengono le trasformazioni ed anche la natura di esse.

Le ricerche furono estese poi a molte sostanze ferromagnetiche, ferro, acciaio al carbonio, acciaio al tungsteno, leghe di ferro e cromo, carburi di ferro. Ne risulta veramente ben dimostrata l'utilità del metodo per riconoscere la struttura delle diverse leghe nelle varie fasi del riscaldamento e del raffreddamento. Il gran numero di misure accurate eseguite su materiali di varia composizione, l'accordo dei risultati così ottenuti con quelli forniti dall'analisi termica e microscopica non lasciano alcun dubbio sulla esattezza delle conclusioni a cui giunge l'autore; però, salvo in qualche particolare, coteste conclusioni corrispondono in generale a quanto già si conosceva intorno alla struttura degli acciai ed alle trasformazioni che vi si producono per effetto del riscaldamento. Non si può dire adunque che si tratti della scoperta di nuovi fenomeni importanti, ma certamente i numerosi risultati ottenuti potranno rendere preziosi servigi agli studiosi.

L'altro gruppo di quattro Note *Sulla teoria molecolare della magnetizzazione* tratta del modo di spiegare i fenomeni magnetici nelle sostanze ferromagnetiche, secondo l'ipotesi del magnetismo molecolare di Ewing.

L'autore ammette perciò, secondo tale ipotesi, che i corpi ferromagnetici siano costituiti da complessi elementari formati di magneti, che si orientano poi sotto l'azione di un campo

esterno, e che la forza direttrice, antagonista, si riduca a quella che nasce dalla stessa polarità magnetica permanente degli elementi.

In seguito, per spiegare certe particolarità del fenomeno, specialmente della isteresi, fa intervenire anche l'influenza del moto termico e della viscosità. Ma di tale intervento è fatto cenno soltanto in termini generici.

Il calcolo conduce a formole complicate, che l'autore poi semplifica con qualche ipotesi accessoria. Riesce così a trovare una rappresentazione del fenomeno che si approssima abbastanza ai risultati sperimentali.

Anche il ciclo d'isteresi teorico risulta molto simile a quello reale nel suo andamento generale, ma ha il difetto che dà un valore eccessivo del magnetismo residuo, cioè 0,89 del massimo corrispondente alla saturazione, cioè almeno una volta e mezza del vero, e anche più in molti casi; come del resto aveva già trovato lo Ewing; inoltre questo valore sarebbe costante, mentre si sa che varia notevolmente da una sostanza all'altra.

Qualche altro punto della dimostrazione teorica del fenomeno d'isteresi lascia alquanto a desiderare.

In conclusione è questo uno studio paziente e laborioso, dove l'autore ha mostrato molta ingegnosità per superare le difficoltà che gli si presentavano strada facendo; ma, pur superandone parecchie, non ha fatto che perfezionare alquanto lo studio del modello di Ewing, senza raggiungere lo scopo, che a quanto pare egli si proponeva, di mostrare che la semplice ipotesi di Ewing può spiegare completamente i fenomeni magnetici.

La teoria dell'autore resta sempre un modello, di cui non si deve esagerare l'importanza, sia in riguardo al suo grado di verosimiglianza, sia in considerazione della sua utilità come guida a nuove ricerche.

Tanto più se si pensa che il far astrazione da qualunque specie di forze interne molecolari, all'infuori di quelle che nascerebbero dalla polarità magnetica degli ultimi elementi, sembra una ipotesi, se non azzardata, almeno tale che avrebbe bisogno di essere discussa e giustificata, anche per metterla d'accordo colle odierne vedute dei fisici intorno alla struttura molecolare dei corpi; e che effettivamente occorra tener conto di altre forze,

oltre alla polarità magnetica, lo riconosce lo stesso autore laddove trova necessario di far intervenire la così detta viscosità e i moti termici.

I lavori dello Honda sono adunque assai pregevoli, senza dubbio, ma i risultati ottenuti non hanno quel carattere di novità o quel grado d'importanza scientifica o tecnica che si deve richiedere affinchè l'opera possa essere segnalata come meritevole del premio.

L'astronomo H. Shapley del Mount Wilson solar Observatory ci presenta un gruppo grandioso di lavori, in cui le più accurate indagini di osservazioni sono poste a base di alcune nuove ed originali vedute sulla costituzione di sistemi astrali (*globulars systems*, come l'autore li chiama), nei quali si vorrebbero riscontrare caratteri generali d'analogia col nostro sistema solare.

Due lavori sono fatti in collaborazione col sig. F. G. Pease.

L'opera che lo Shapley espone nelle sue 12 Memorie consiste di due parti. La prima, di carattere osservativo, consiste nell'indagare nei diversi ammassi stellari (*cluster*) globulari il comportamento delle grandezze stellari apparenti in rapporto coll'*index coloris*; vedere cioè per ogni *index coloris*, ossia per ogni tipo spettrale, il numero delle stelle rispondenti a ciascuna grandezza apparente.

L'autore, pur limitando le osservazioni a quattro o cinque grandezze, in alcuni ammassi, giunge ad un risultato degno della massima attenzione; cioè che, crescendo l'ordine di grandezza, ossia diminuendo lo splendore apparente da una stella a un'altra, diminuisce, nelle stelle dei detti ammassi, anche l'*index coloris*; le stelle più lucide hanno sempre più gradi di rosso che le più deboli.

Una prima conclusione che l'autore trae da queste osservazioni è che si possa ritenere nulla, o trascurabile, l'estinzione della luce negli spazi interstellari. Ma a questo risultato si possono muovere serie obiezioni, cosicchè esso va considerato come assai dubbio, essendo forse probabile che l'assorbimento, tanto generale, quanto selettivo, non sia trascurabile fuori del piano Galattico, allo stesso modo come non lo è (ed anche lo Shapley lo sa) nel detto piano.

La seconda parte del lavoro concerne la determinazione delle parallassi degli ammassi globulari.

Tre sono i metodi impiegati dall'autore per la stima delle distanze. Il primo, che fu già ideato dallo Hertzsprung, si basa sulla ipotesi che la grandezza assoluta delle stelle variabili del tipo di *δ Cephei*, dette appunto *Cefeidi*, sia funzione del solo periodo. Il secondo è un metodo che si fonda in massima su di un principio, pure già ammesso da altri, che cioè un ammasso il quale mostri stelle più lucide di un altro è probabilmente più vicino.

Più spedito è il terzo metodo, che consiste nel desumere la distanza degli ammassi dai loro diametri angolari, ammettendo che su per giù abbiano tutti la stessa estensione assoluta nello spazio.

Una trentina di ammassi, trattati coi due primi metodi, gli dànno un diagramma che mette a riscontro la distanza col diametro apparente, e da questo diagramma egli attinge per gli altri ammassi, di cui è solo noto il diametro, la distanza.

In base ai precedenti metodi è possibile allo Shapley procedere ad una grande ricostruzione dell'universo siderale, dove ad ogni oggetto celeste è assegnato il suo posto, sia rispetto all'osservatore terrestre, sia rispetto al piano centrale della Galassia. Ma tutto questo edifizio, attese le enormi incertezze onde sono affette le parallassi determinate dall'autore, è dubbio che possa reggere alla prova dei fatti che verranno in luce nell'avvenire. Basta ad avvalorare questo dubbio osservare le enormi differenze fra le parallassi determinate dallo Shapley e quelle calcolate dallo Schouten per gli stessi ammassi, in base alle curve di luminosità di Kapteyn.

La lettura delle 12 Memorie presentate dallo Shapley rivela nell'autore una rara abilità nel trarre partito dalle osservazioni in modo da ricavarne quanti più risultati è possibile; ma rivela anche una certa fretta. E conseguenza di ciò è anche qualche contradizione; così, ad esempio, mentre nella seconda Memoria la distribuzione peculiare dei *cluster* globulari e la loro grande distanza mostrano che essi non fanno parte del sistema galattico, e che questo sia distintamente fuori del centro di gravità di quell'ordine di sistemi, nella dodicesima Memoria l'universo galattico comprende anche i *cluster* globulari, e non c'è più luogo a pluralità di sistemi. Questo cambiamento di concezione fra il principio e il termine del lavoro fa capire quanto ancora

siano scarsi e incerti i dati d'osservazione, perchè se ne possa trarre quella solida costruzione dell'universo che lo Shapley vagheggia.

L'opera dello Shapley è indubbiamente meritevole di grande encomio, e fornisce allo studioso una quantità di dati e di considerazioni preziosissime, ma non raggiunge tale grado di perfezione da indurre la Commissione a proporre che il premio gli sia conferito.

Il prof. Enrico Verson, direttore della R. Stazione bacologica sperimentale di Padova presenta un volume dal titolo: *Il filugello e l'arte di governarlo.* La Commissione pur riconoscendo in esso meriti eminenti, tali da renderlo praticamente utilissimo ai bachicultori, non crede possa rappresentare l'opera più ragguardevole, nè quella più celebre del quadriennio, come vuole lo Statuto. Conclude quindi proponendo che non sia presa in considerazione agli effetti del premio Vallauri.

Il sig. D^r Barnes George Edward ha presentato al concorso due memorie: l'una concernente l'Eziologia dei disturbi del cuore, l'altra sulla neurastenia e sulle alterazioni della tensione arteriosa.

Circa la prima quistione l'autore adotta la teoria neurogena, piuttosto che quella miogenica, due eterni campi di dispute tra gli studiosi con argomentazioni anatomo-fisiopatologiche importanti da ambo le parti. Le considerazioni dell'autore sono di vario ordine, tratte dalla fisiologia e dalla clinica, ma senza negare l'importanza della tesi e delle argomentazioni sostenute dall'autore, si può affermare che vi manca la nota originale e decisiva e sopratutto che l'autore non presenta risultati sperimentali suoi proprii, onde anche accettando le conclusioni speculative del medesimo il suo lavoro non sarebbe di tale natura da poter essere preso in considerazione per il premio Vallauri.

E altrettanto è necessario concludere per il lavoro sulla Neurastenia che è fatto di una serie di considerazioni interessanti tratte dalla fisiologia e dalla clinica, ma senza aggiunta di ricerche sperimentali proprie dell'autore. L'argomento è dei più largamente discussi nella medicina moderna e si possono trovare già vagliati tutti gli argomenti e tutte le ipotesi.

La Commissione non si meraviglia dei risultati negativi dei

suoi lavori sul materiale presentato pel concorso al premio Vallauri. Il quadriennio che corre dal 1915 al 1918 è un periodo così eccezionale nella storia del mondo, che non poteva non avere ripercussione anche sulla produzione scientifica. Essa è stata generalmente scarsa, frammentaria, quali le preoccupazioni generali imponevano. Inoltre i più giovani e validi cultori della ricerca scientifica furono assorbiti in opere attinenti alla guerra, sia per aumentarne i mezzi di offesa, o rinforzare quelli di difesa, o per attenuarne gli effetti disastrosi.

Anche in tale opera si potrebbero forse riscontrare caratteri di genialità che uniti alla sua alta importanza sociale, avrebbero potuto offrire all'Accademia campo pel conferimento del premio Vallauri. Ma essa è ancora mal nota e di non facile accesso. Un tentativo fatto in seno alla Commissione per presentare all'Accademia proposte estranee al gruppo dei concorrenti, non ha avuto successo.

Alla Commissione non resta quindi altro còmpito che proporre all'Accademia che per quanto concerne il III premio Vallauri per le Scienze fisiche sia applicato l'art. 6 dello Statuto e cioè che il premio stesso *vada ad aumento del capitale e serva così ad accrescere coi proprî interessi i premi successivi.*

La Commissione:

Il Presidente dell'Accademia
A. Naccari.

Commissari

C. Somigliana, *Segretario relatore*
G. Grassi
E. D'Ovidio
C. F. Parona
N. Jadanza
F. Sacco.

***Relazione** intorno alla seconda conferenza accademica internazionale.*

EGREGI COLLEGHI,

Con i poteri da voi conferitici, dopo approvata la nostra relazione, nella adunanza a classi unite del 6 luglio scorso, noi partecipammo come vostri delegati alla seconda conferenza accademica internazionale per le scienze filologiche, archeologiche, storiche, morali, politiche e sociali, che si tenne in Parigi dal 15 al 18 ottobre 1919.

Mentre al precedente convegno di maggio non erano rappresentate che le accademie di sette Stati (Stati Uniti d'America, Belgio, Francia, Grecia, Italia, Giappone, Romania), al secondo erano rappresentate quelle di ben undici (Stati Uniti, Inghilterra, Belgio, Danimarca, Francia, Grecia, Olanda, Italia, Giappone, Polonia, Russia); tre altri Stati avevano aderito (Spagna, Romania, Norvegia); le accademie di tre altri, pur non potendo prendere pel momento deliberazioni definitive a causa delle ferie, facevano però prevedere la loro adesione (Finlandia, Portogallo, Ceco-Slovacchia). Come si vede, la iniziativa assunta dalla Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere di Parigi per la unione accademica internazionale è stata dunque coronata dal meritato successo, e lo schema di statuto da noi elaborato nel maggio 1919 ha ottenuto, in massima, larga approvazione dalle altre accademie scientifiche. Delle accademie invitate mancavano soltanto, oltre quelle di Serbia, Brasile e Cina di cui non eran giunte in tempo le risposte, che possono prevedersi favorevoli, quelle di Svezia e Svizzera. Per la Svezia l'Accademia di Stoccolma ha dichiarato " che sarà lieta di partecipare alla Unione quando sarà possibile invitarvi tutte le nazioni „. Quanto alla Svizzera, pur non avendo essa aderito ancora, assisteva però alle nostre adunanze un rappresentante ufficioso per render conto dell'opera nostra alle società scientifiche svizzere e prepararne la eventuale adesione.

Giusta la relazione che vi facemmo e le vostre deliberazioni, noi ci proponevamo: 1° di chiarire l'art. XI intorno al contributo da darsi al bilancio ordinario dell'Unione da ciascuno de' suoi membri; 2° di dare maggiore elasticità all'art. XII circa le proposte di ricerche e pubblicazioni; 3° e soprattutto, d'insistere perchè l'art. IV, conforme ad un emendamento già da noi presentato ed approvato nella sessione di maggio, non contenesse nessuna esclusione; ma lasciasse aperte le porte, con le debite cautele, a tutti quelli da cui può attendersi una onesta e cordiale collaborazione.

Il testo dell'art. XI nello statuto definitivo, che è allegato alla presente relazione, precisa nel modo più chiaro che la contribuzione annua deve pesare sulle nazioni e non sulle singole accademie. Esso infatti dice che il bilancio ordinario è alimentato da contribuzioni eguali per tutti i membri della U. A. I.; dove il senso in cui è adoperato il termine *membro* è chiarito dall'art. IV: " chacune des délégations nationales est dite en son ensemble membre de l'Union „. Noteremo qui inoltre che il nostro Ministro degli Esteri ha preso, per bocca del sen. Lanciani rappresentante dell'Accademia dei Lincei, impegno formale di mettere a disposizione della delegazione italiana una somma ben superiore ai 2000 franchi, che sono stabiliti come contributo provvisorio per ciascuno Stato, e che tale dichiarazione rendeva inutile per parte nostra ogni riserva di carattere finanziario.

L'art. XII poi circa le proposte di ricerche e pubblicazioni, pur rimanendo inalterato per ciò che riguarda le condizioni finanziarie e tecniche per l'accoglimento delle proposte, venne però, a richiesta nostra e di un delegato belga, precisato nel senso che la iniziativa di tali proposte può partire: 1° dai membri della Unione, cioè dalle delegazioni nazionali; 2° dalle singole accademie partecipanti, le quali potranno anche delegare commissari speciali per discuterne nelle adunanze dei delegati; 3° dal consiglio direttivo della Unione. Crediamo d'avere così nel modo migliore assicurato l'autonomia e la libertà d'iniziativa alle accademie singole, mentre al tempo stesso è resa possibile la federazione di due o più accademie d'uno stesso Stato o di più Stati per un comune lavoro scientifico.

Venendo all'art. IV, che per una trasposizione d'articoli è divenuto il V, esso ora stabilendo che sull'ammissione di nuovi

membri si vota a scrutinio segreto e si richiede la maggioranza dei tre quarti sulla totalità delle voci, risponde in tutto, ci sembra, ai desiderati da voi espressi. Cioè esso afferma virtualmente la universalità della Unione accademica, mentre, come appunto suggerivamo nella relazione da voi approvata, circonda il voto delle cautele necessarie " a piena guarentigia contro ammissioni che potessero riuscire inopportune ovvero odiose, o che fossero tali da turbare anzichè promuovere la serenità della collaborazione scientifica ".

Per tutto il resto, senza che noi entriamo in una minuta e particolare disamina, il confronto tra lo schema di statuto approvato nel maggio e lo statuto definitivo mostra come non c'è articolo che non sia stato sottoposto a rigorosa revisione e ad attenta elaborazione per precisarlo e migliorarlo: alla quale elaborazione abbiamo cooperato noi stessi come meglio abbiamo saputo.

Nè solo abbiamo rivolto la nostra attenzione allo statuto. Ma anche rispetto al voto presentato da un delegato americano al nostro convegno per porre la conservazione dei monumenti e la direzione delle ricerche archeologiche nei territori dell'impero ottomano, quale era nel 1914, sotto la sorveglianza di una commissione internazionale, che sarebbe nominata alla sua volta da una delle commissioni la cui nomina è preveduta dal patto della Società delle Nazioni, noi intervenimmo sostenendo due riserve. Queste riserve, che ci parvero assai opportune a salvaguardare tanto gli interessi della scienza quanto quelli dell'Italia e che vedemmo con piacere approvate da tutti i colleghi, sono: 1° che i commissarî archeologici vengano nominati dai corpi competenti delle nazioni interessate; 2° che la sorveglianza della commissione internazionale non si estenda ai territori dell'impero ottomano assegnati ad una Potenza in piena sovranità, ai quali si applicheranno anche per le antichità e gli scavi le leggi e i regolamenti nazionali.

Voi vedete del resto anche dalle numerose proposte di ricerche e pubblicazioni registrate nell'atto verbale della Conferenza, come sia vivo e fattivo in tutti i partecipanti all'Unione il desiderio di lavoro intenso e fecondo. Essendo peraltro tassativamente prescritto dall'art. XII dello statuto che proposte di tal fatta per essere prese in considerazione debbano presen-

tarsi con modalità determinate al comitato dei delegati dell'Unione eletto con le norme stabilite all'art. IV, esse non potevano essere presentate alla nostra conferenza se non a titolo provvisorio ed ufficioso, e fu perciò stabilito esplicitamente che non dovessero creare rispetto ai loro argomenti alcun diritto di priorità in favore di chi le presentava. Ciò a salvaguardia delle accademie, che per allora non potevano fare alcuna proposta. Tra le quali è la nostra. Perchè, non avendo alcun mandato specifico da voi in tal materia, e non avendo nessun affidamento intorno al contributo finanziario che l'Accademia o chi per essa avrebbe potuto dare per l'attuazione di studi o ricerche, noi ci astenemmo dal fare proposte in vostro nome, non volendo oltrepassare il mandato da voi conferitoci e non potendo di nostro capo prendere per conto vostro quegli impegni che sono richiesti al comma 3° dell'art. XII.

È sempre del resto pienamente libera la nostra Classe di preparare e presentare quelle proposte che creda, quando ritenga di avere i mezzi per finanziarle. Al presente, poichè le proposte provvisorie pervenute all'Unione, nei termini generici in cui sono registrate nell'atto verbale, non possono fornire argomento di utile discussione, noi dobbiamo attendere che il segretariato provvisorio, già impiantato a Bruxelles, ce le trasmetta man mano nella redazione definitiva e nelle condizioni prescritte dall'articolo XII, come già ha cominciato a fare. E toccherà alla Classe di presentare in merito le sue osservazioni, che dovranno essere discusse con quelle delle altre accademie nella prima tornata ordinaria dei delegati dell'Unione. È bene poi osservare fin da ora che non mancano proposte le quali hanno grande interesse per l'Italia e non possono effettuarsi senza valida collaborazione italiana, quelle p. e. presentate dall'Accademia dei Lincei pel *Corpus inscriptionum* e per la *Forma orbis Romani*; e che dovrà essere intento della nostra Classe assicurare a questa R. Accademia nella attuazione di imprese di tanta importanza quella parte che per la sua autorità e le sue tradizioni le compete.

Urge frattanto che la presidenza della nostra Accademia si ponga in relazione con l'Accademia dei Lincei e con le altre Accademie Reali italiane, quelle specialmente che hanno risposto al nostro invito facendoci prevedere condizionata o incondizionata la loro adesione, per costituire in Italia quell'aggruppa-

mento dei corpi scientifici nazionali, preveduto dall'art. IV, che dovrà provvedere alle modalità della nomina dei due delegati italiani ed eventualmente all'esame di proposte collettive di lavori e ricerche da presentarsi all'Unione. A tal uopo sarà da esaminare, d'accordo con le altre Accademie Reali, la opportunità d'un convegno di rappresentanti delle Classi morali delle singole Accademie, che potrebbe per esempio tenersi in Roma nelle prossime ferie pasquali.

Ed ora a noi non resta che deporre nelle vostre mani il mandato affidatoci, che crediamo di avere debitamente adempiuto, e chiedervi la ratifica della firma da noi apposta in vostro nome e in virtù dei poteri da voi conferitici, allo statuto definitivo della U. A. I.

Ma prima di chiudere è nostro gradito dovere ricordare il tòno amichevole e veramente fraterno, che regnò in tutte le discussioni del congresso, la cordialità che fu sempre e da tutti dimostrata a noi delegati italiani, l'assenza di qualsiasi velleità d'imperialismo scientifico per parte di qualsiasi nazione, il tatto e la volontà sincera di accordo, con cui le discussioni furono dirette dai colleghi francesi che avevano preso l'iniziativa della Unione. Ai quali, e segnatamente ai Sig[ri] Senart presidente e Homolle segretario della conferenza, noi crederemmo perciò doveroso che si esprimesse la gratitudine e il plauso della nostra Accademia.

Signori: è certamente prematuro il dire quali potranno essere i risultati positivi che si otterranno nel campo delle scienze morali per mezzo della nuova Unione. Noi li auguriamo amplissimi, e auguriamo che la nostra Accademia vi contribuisca efficacemente così come ha efficacemente contribuito al costituirsi della Unione stessa. Ma questo possiamo dire, che già lo stesso raccogliersi tra tanti popoli un fascio così ragguardevole di forze miranti al progresso delle scienze da noi professate è un fatto d'alto valore umano e civile. Dall'attuazione di esso non doveva rimanere assente, e non è rimasta assente, l'Italia. E noi ci sentiamo onorati di avervi attivamente partecipato come rappresentanti di questa insigne Accademia Reale.

FEDERICO PATETTA.
GAETANO DE SANCTIS *Relatore.*

STATUTS

DE

l'Union Académique Internationale.

I.

Les corps savants ou groupes de corps savants appartenant aux nations dont les noms suivent et représentés par des délégués munis de pleins pouvoirs ou dûment qualifiés:

Amérique (Am. philosophical Society, Am. Academy of Arts and Sciences, Am. philosophical Association, Am. philological Association, Am. oriental Society, Modern Language Association of America, Archaeological Institute of America, Am. historical Association, Am. Antiquarian Society, Am. Economic Association),

Belgique (Académie royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique),

Danemark (Académie royale des Sciences et Lettres de Danemark),

France (Académie des Inscriptions et Belles-Lettres, Académie des Sciences morales et politiques),

Grande Bretagne (British Academy),

Grèce (Délégation du Gouvernement hellénique, suppléant l'Académie d'Athènes dont la création est prochaine),

Hollande (Académie royale des Sciences),

Italie (Académie nationale des Lincei de Rome, Académie royale des Sciences de Turin),

Japon (Académie Impériale),

Pologne (Académie polonaise des Sciences de Cracovie),

Russie (Académie des Sciences de Russie),

estiment qu'il y a lieu de régler par un accord nouveau les relations corporatives des académies et corps savants, en vue de la collaboration scientifique internationale.

II.

Le but de cet accord est la coopération au progrès des études par des recherches et des publications collectives, dans l'ordre des sciences cultivées par les académies et institutions scientifiques participantes: sciences philologiques, archéologiques et historiques, sciences morales, politiques et sociales.

III.

A cette fin, les corps savants et groupes de corps savants énumérés à l'article I[er] décident de se grouper en une fédération scientifique qui port le nom d'*Union Académique internationale* (UAI).

Par le mot *Union* ils affirment les sentiments de confraternité amicale, confiante, égale et libre dont ils sont animés et dont s'inspire la fédération.

Le mot *Académique* s'entend d'abord et avant tout des corps savants proprement appelés académies et ayant un caractère national; il embrasse aussi, soit à défaut d'académies, soit à côté de celles-ci et d'entente avec elles, les institutions scientifiques, assimilables en raison de leur caractère national, de leur consécration scientifique, de la nature et de la méthode de leurs travaux, qui, dans chacun des pays affiliés à l'Union, ont décidé ou décideront de se grouper et de se donner une représentation collective.

IV.

Chacune des nations, quel que soit le nombre des académies ou institutions scientifiques participant, pour leur compte, à l'UAI, est représentée par deux délégués. Ces délégués sont désignés dans chaque pays par les corps savants ou le groupe des corps savants affiliés à l'Union. La composition de ces groupes est réglée librement par chacune des nations appartenant à l'UAI, sous la réserve qu'elle sera notifiée à celle-ci. Chacune des délégations nationales est dite, en son ensemble, membre de l'Union.

V.

Les corps savants ou groupes de corps savants des nations qui ne sont pas comprises dans la liste de l'art. I[er], s'ils dé-

sirent faire partie de l'Union Académique Internationale, font connaître leur intention, soit directement, soit par l'entremise de trois des membres de l'UAI. Il est statué sur l'admission au scrutin secret, à la majorité des trois quarts de la totalité des voix de l'UAI, exprimées directement ou par correspondance.

VI.

Les délégués réunis composent le Comité de l'Union; ils élisent le Bureau directeur de l'UAI, ils délibèrent et statuent sur toutes les questions d'intérêt général, en particulier sur les admissions de membres nouveaux, sur les projets de recherches ou de publications collectives, sur la gestion des finances de l'UAI.

Les décisions du Comité sont prises à la majorité absolue des voix, sauf en ce qui concerne les admissions des membres nouveaux et les modifications aux statuts, pour lesquelles la majorité des trois quarts est requise (art. V et XIII).

Chaque membre dispose de deux voix: en cas d'absence motivée d'un des délégués, le délégué présent jouit du double vote.

Le Comité ne peut délibérer valablement que si plus de la moitié des membres participe à la délibération.

VII.

Le Bureau du Comité se compose de un président, deux vice-présidents, un secrétaire et deux secrétaires-adjoints.

Il est élu pour une durée de trois ans, il se renouvelle par roulement, au tirage au sort, à raison de un président et un secrétaire par année.

Les membres du Bureau sont rééligibles, mais pas immédiatement après la fin de leur mandat.

Une même nation ne peut être représentée à la fois dans le Bureau par plus d'un de ses délégués.

Le Bureau préside aux délibérations du Comité, contrôle l'administration générale de l'UAI et l'avancement de ses travaux. Il a qualité pour prendre, dans l'intervalle des sessions, les mesures urgentes et convoquer au besoin le Comité.

VIII.

L'Union Académique internationale élit pour son siège permanent la ville de Bruxelles. Il y est établi un secrétariat administratif, par les soins de la délégation belge, chargée, sous le contrôle du Bureau, de l'expédition des affaires courantes, de la correspondance, de la garde des archives, de la gestion du budget ordinaire administratif (art. XI), et éventuellement des fonds qui pourraient advenir au secrétariat de Bruxelles par dons, legs ou fondations destinés aux œuvres de l'UAI. La langue française est adoptée comme langue officielle de l'UAI pour la correspondance et toutes les pièces administratives.

IX.

Les délégués se réunissent au moins une fois l'an à Bruxelles en session ordinaire. Ils fixent à chaque réunion la date de la suivante. Ils peuvent être convoqués hors session par le Bureau si celui-ci le juge nécessaire.

X.

Des réunions extraordinaires, ayant le caractère de solennités scientifiques ou de fêtes confraternelles, et auxquelles seraient conviées en corps les académies ou institutions assimilées faisant partie de l'UAI, peuvent avoir lieu, sans périodicité régulière, sur l'initiative spontanée et par invitation spéciale d'un des membres de l'Union, dans l'un ou l'autre des pays qui y ont adhéré.

XI.

L'Union académique internationale est pourvue d'un budget qui comporte deux chapitres: *Budget ordinaire* ou administratif, destiné aux dépenses du secrétariat de Bruxelles; *Budget extraordinaire* ou scientifique, destiné aux recherches et publications.

Le premier est alimenté par une contribution égale pour tous les membres de l'UAI.

Le second est constitué, au fur et à mesure des besoins, par les soins des membres de l'Union qui auront pris l'initiative et assumé la charge de recherches ou de publications approuvées par l'Union, soit aux frais des gouvernements ou des bureaux directeurs dont ils relèvent, soit au moyen des ressources dont l'UAI disposera ou des fondations dont elle pourra bénéficier. La diversité des législations en matière de donations pouvant s'opposer à ce que l'UAI en reçoive directement, il paraîtrait expédient qu'en chaque pays les donations fussent faites aux corps savants intéressés, avec affectation spéciale à l'UAI, ou qu'elles fussent attribuées pour la même fin au secrétariat permanent de Bruxelles.

XII.

Les membres de l'UAI devront être saisis, au moins quatre mois avant la réunion du Comité, des projets de recherches ou de publications que l'on se proposerait de soumettre à celui-ci, afin que les délégués puissent recevoir du corps savant ou du groupe de corps savants qu'ils représentent des instructions et un mandat définis.

L'initiative des recherches ou publications peut être prise soit par chacun des membres de l'Union ou des corps savants représentés, soit par le Bureau de l'Union.

Dans tous les cas, les auteurs de la proposition doivent, outre la mention très précise du sujet, l'exposé des motifs, le plan du travail, l'estimation des dépenses, indiquer la mesure dans laquelle ils comptent eux-mêmes contribuer scientifiquement et financièrement à l'exécution, les collaborations ou concours qu'ils demandent ou dont ils se sont assurés. Ils peuvent désigner des commissaires spéciaux pour la discussion en comité.

Le corps savant ou les corps savants qui auront assumé la charge d'une recherche ou publication avec l'assentiment du Comité, en auront la direction sous son contrôle; ils organiseront le travail, en désigneront le siège, en choisiront les collaborateurs, et les réuniront quand ils le jugeront nécessaire.

Si la proposition émane du Bureau, le Comité, après l'avoir examinée et approuvée, délibère sur les moyens d'exécution; il constitue les commissions spéciales qui sont chargées, sous son contrôle, de diriger les recherches ou publications.

XIII.

Les propositions de modifications aux statuts doivent être présentées par trois membres de l'Union, quatre mois au moins avant la réunion du Comité.

Le vote sur ces propositions a lieu dans les mêmes conditions que le vote sur les admissions de membres nouveaux (art. V, VI), à la majorité des trois quarts.

Ont signé:

W. H. Buckler	*États-Unis d'Amérique*
Louis H. Gray	„
H. Pirenne	*Belgique*
J. Bidez	„
J. L. Heiberg	*Danemark*
Otto Jespersen.	„
Émile Senart	*France*
Théophile Homolle . . .	„
Ém. Boutroux	„
Arthur Chuquet	„
Frédéric G. Kenyon . . .	*Grande-Bretagne*
D. Éginitis	*Grèce*
M. Kebedgy	„
C. van Vollenhoven . . .	*Hollande*
J. J. Salverda de Grave .	„
Lanciani.	*Italie*
G. de Sanctis.	„
F. Patetta	„
K. Onozuka	*Japon*
J. Takakusu.	„
Casimir Morawski	*Pologne*
Jean Rozwadowski . . .	„
M. Rostostzeff	*Russie*

Gli Accademici Segretari
Carlo Fabrizio Parona
Ettore Stampini

PUBBLICAZIONI FATTE SOTTO GLI AUSPICI DELL'ACCADEMIA

Il Messale miniato del card. Nicolò Roselli detto il cardinale d'Aragona. Codice della Biblioteca nazionale di Torino riprodotto in fac-simile per cura di **C. Frati, A. Baudi di Vesme** e **C. Cipolla.**

Torino, Fratelli Bocca editori, 1906, 1 vol. in–f° di 32 pp. e 134 tavole in fotocollografia.

Il codice evangelico *k* della Biblioteca Universitaria nazionale di Torino, riprodotto in fac-simile per cura di **C. Cipolla, G. De Sanctis** e **P. Fedele.**

Torino, Casa editrice G. Molfese, 1913, 1 vol. in-4° di 70 pagg. e 96 tav.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza dell'8 Febbraio 1920 . *Pag.* 213

Sesini (Ottorino). — Le oscillazioni torsionali degli alberi di trasmissione con massa propria e con masse concentrate in punti intermedi . . . . „ 215

Poli (Cino). — Sulla teoria dei fenomeni ottici nell'ipotesi che il moto della sorgente modifichi la velocità della luce emessa „ 227

Classi Unite.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 15 Febbraio 1920 . *Pag.* 233

Grassi (Guido). — Relazione sul XXI Premio Bressa (quadriennio 1915–1918) . . . . „ 235

Somigliana (Carlo). — Relazione della Commissione per il Premio Vallauri (quadrienno 1915–1918) . . . . „ 254

De Sanctis (Gaetano). — Relazione intorno alla seconda conferenza accademica internazionale . . . . „ 264

Tip. Vincenzo Bona – Torino

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. LV, Disp. 8ª, 9ª e 10ª, 1919-1920

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 8.
1920

CLASSI UNITE

Adunanza del 22 Febbraio 1920

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti, della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali, i Soci D'Ovidio, Direttore della Classe, Segre, Foà, Parona, Grassi, Majorana,

e della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche, i Soci Ruffini, Vicepresidente dell'Accademia, Einaudi, Baudi di Vesme, Patetta, Prato, e Stampini Segretario della Classe, che funge da Segretario delle Classi unite.

È scusata l'assenza del Soci Guidi, Mattirolo, Sacco e Cian.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza delle Classi unite del giorno 15 corr.

L'Accademico Segretario dà lettura della lettera ministeriale con la quale si annunzia che con R. Decreto del 15 gennaio u. s. il Socio Prato fu eletto Tesoriere dell'Accademia per un triennio a decorrere dal 1° luglio 1919, e il Presidente, salutando il nuovo Tesoriere, porge, a nome dell'Accademia, nuovi e vivi ringraziamenti al Socio Einaudi per l'opera da lui prestata nel suo ufficio sessennale di Tesoriere.

Si procede alla votazione concernente il 21° Premio Bressa (quadriennio 1915-1918) secondo la proposta della Commissione, che è quella di affidare il compito di nuove ricerche e di una nuova relazione alla Commissione che dovrà giudicare dell'as-

segnazione del Premio Bressa internazionale per il quadriennio che scadrà nel 1922. La proposta è approvata alla unanimità.

Si passa poi alla votazione riguardante il Premio Vallauri riservato alle Scienze fisiche per il quadriennio 1915-1918, secondo la proposta della Commissione, che è di non conferire il premio, sì che il premio vada ad aumento del capitale e serva ad accrescere in tal guisa coi propri interessi i premi successivi. La proposta è approvata alla unanimità.

Finalmente si effettua separatamente da parte delle due Classi la votazione per la nomina della Commissione per il Premio Bressa (nazionale, quadriennio 1917-1920). La Commissione risulta composta dei Soci Majorana, Segre e Grassi per la Classe di Scienze fisiche, e dei Soci De Sanctis, Ruffini e Patetta per la Classe di Scienze morali.

Gli Accademici Segretari
Carlo Fabrizio Parona
Ettore Stampini

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 22 Febbraio 1920

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci Senatore D'Ovidio, Direttore della Classe, Segre, Foà, Grassi, Panetti, Majorana, e Parona Segretario.

È scusata l'assenza dei Soci Salvadori, Jadanza, Guidi, Mattirolo, Sacco.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Presidente con parole di vivo rimpianto dà notizia della morte dell'illustre botanico Pierandrea Saccardo, nostro Socio corrispondente dal 1885; ne ricorda le virtù e le benemerenze scientifiche, in attesa che Egli sia degnamente commemorato, e soggiunge che, a suo invito, l'Accademia fu rappresentata ai funerali dal Rettore dell'Università di Padova.

Il Presidente presenta per la stampa negli *Atti* una Nota del Prof. E. Perucca col titolo *Elettrizzazione del Mercurio per strofinio*.

LETTURE

Sulla elettrizzazione del mercurio per strofinio

Nota I di ELIGIO PERUCCA

§ **1. Introduzione.** — Scopo di questo lavoro è di rendere noto un fenomeno presentato dal mercurio nelle condizioni ordinarie di esperienze del genere, cioè nell'aria, a pressione normale e a temperature ordinarie (10°-40°). Questo fenomeno, sfuggito alla osservazione dei precedenti sperimentatori, è il seguente: *una superficie di mercurio appena formata si elettrizza energicamente di segno positivo se posta a contatto con quarzo, vetro, paraffina, ceralacca, ebanite, cera vergine, colofonia, lana, ecc.* [1], *ma, in un tempo variabile da pochissimi secondi fino a qualche ora, la superficie di mercurio va perdendo la sua eccitabilità positiva, passa per un istante di eccitabilità nulla, per poi acquistare eccitabilità negativa, la quale cresce asintoticamente fino a un valore limite.*

Vien subito in mente di connettere questo fenomeno con le variazioni col tempo della costante capillare del mercurio, osservate già da molti anni [2], e con le variazioni col tempo del comportamento ottico nella riflessione su superfici di mercurio [3].

---

[1] Coordinando i miei risultati con quelli di P. E. Shaw (" Proc. Roy. Soc. ", A. *94*, p. 16, 1917; dal titolo si prevede la pubblicazione di ulteriori risultati sull'argomento, ma non mi risulta che ciò sia stato fatto fino ad ora), il fenomeno presumibilmente avviene al contatto del mercurio con tutti i corpi elencati da tale autore, esclusi celluloide e caucciù da un lato e amianto dall'altro. V. però la nota [5] a p. 4.

[2] P. es. A. Kahläne, " An. d. Phys. ", *7*, p. 471, 1902.

[3] J. J. Haak e K. Sissingh, " K. Ak. Amst. Pr. ", *21*, p. 678, 1919. Sarebbe stato per me interessantissimo porre in relazione i risultati di questo

Il fenomeno in questione permette di interpretare i risultati numerosi ottenuti dai varî sperimentatori sulla elettrizzazione del mercurio per strofinio.

Mi limiterò in questa nota a:

1° descrivere le condizioni nelle quali ho eseguito le esperienze ed esporne i risultati,

2° coordinare i risultati ottenuti dagli altri sperimentatori.

Rinvio ad un'altra comunicazione la discussione sulla causa del fenomeno.

La superficie di mercurio di fresco preparata evidentemente si va modificando. In base alle esperienze già eseguite, risulta necessario il contatto della superficie di mercurio con l'aria; è quindi probabile che l'ossigeno e l'umidità dell'ambiente partecipino al fenomeno in modo notevole.

§ 2. **Condizioni sperimentali.** — Veniva preparata in un piattello di circa 8 cm. di lato una superficie *fresca* di mercurio, filtrando questo metallo attraverso carta bibula forellata, oppure facendolo effluire da un imbuto a collo affilato. Il mercurio era stato preventivamente purificato con acido cloridrico e acido nitrico, lavato in acqua distillata, poi asciugato,

Ho usato piattelli di ferro, di alluminio, di vetro. Il piattello di ferro è preferibile, perchè non viene attaccato dal mercurio, come succede per l'alluminio, e non dà segno di elettrizzazione per strofinio col mercurio, come succede pel vetro. Ma l'esperienza riesce ugualmente in tutti e tre i casi. Ho anche usato due recipienti di ferro cilindrici, l'uno di circa 3 cm. di diametro, l'altro, invece, molto più ampio.

In molte esperienze [4] il mercurio era in comunicazione per-

---

recente lavoro con le mie osservazioni; ma ciò non mi è stato possibile, perchè finora non ho potuto procurarmi il lavoro originale, del quale mi sono note solo le recensioni dei *Sc. Abstracts* e dei *Beiblätter*.

Ad esempio, anche L. P. Wheeler (" Phil. Mag. „, *22*, p. 229, 1911) osserva che una superficie tersa di mercurio perde rapidamente la sua freschezza.

[4] Le esperienze eseguite sono state parecchie centinaia, distribuite in circa 70 giorni. Quasi sempre una esperienza consisteva in numerose prove successivamente eseguite. Ogni risultato è stato verificato con numerose esperienze.

manente, mediante un filo di rame, con un elettrometro a foglia d'alluminio. Trattandosi per ora di esperienze puramente qualitative, dirò solo che ogni divisione della scala corrispondeva, in media, a circa 10 volts. Poggiavo delicatamente sul mercurio il disco isolante per circa due secondi, poi lo allontanavo.

Ma la maggior parte delle esperienze sono state fatte tenendo il mercurio a terra, poggiandovi su delicatamente il disco dell'isolante per circa due secondi, e introducendo quest'ultimo in un pozzo di Faraday connesso all'elettrometro a foglia d'alluminio.

Determinavo il segno del potenziale e quindi della carica indicata dall'elettrometro avvicinando al mercurio — nella prima disposizione — o al pozzo di Faraday — nella seconda — una bacchetta di ebanite strofinata con lana. Numerose prove eseguite con una pila Zamboni mi hanno assicurato che in ogni caso la mia ebanite si caricava negativamente.

Per il mio scopo, risultò indifferente, come del resto è naturale, l'usare l'una o l'altra disposizione.

Gli isolanti con i quali toccavo il mercurio sono stati:

Quarzo (lamina perpendicolare all'asse con facce piane e levigate). Mi sono più volte assicurato che non si producessero fenomeni piezo- o piroelettrici, ma che l'elettrizzazione si manifestasse nel quarzo per solo effetto del contatto con il mercurio.

Vetro (due dischi a facce piane e levigate di cristallo di qualità diversa; e parecchi tubi di vetro di circa 2 cm. di diametro di qualità diverse, tubi destinati, in particolare, a essere introdotti nel mercurio nei recipienti di ferro cilindrici di cui ho parlato precedentemente.

Alcune prove mi hanno assicurato che il fenomeno si svolge in modo analogo anche quando l'isolante sia:

paraffina
ceralacca
ebanite
cera vergine
colofonia
lana

} in dischi fatti con materiale preso dal commercio.

Preferisco però limitarmi a considerare le sole esperienze col vetro e con il quarzo, e specialmente quelle col quarzo, il

solo, tra gli isolanti solidi che avevo a disposizione, chimicamente definito (5).

I dischi di isolante erano incollati a un disco di paraffina o ebanite, sul quale era innestato un manico metallico, con cui sostenevo il disco. Così il disco era isolato, ma era evitata la produzione di elettricità che si manifesta sfregando con le dita un isolante.

Una prova ordinaria consisteva nel sovraporre delicatamente al mercurio il disco di materiale isolante, lasciarvelo a contatto circa due secondi, poi asportarlo e misurare la carica del mercurio (1ª disposizione) o dell'isolante (2ª disposizione).

L'elettrizzazione che così acquistano mercurio e isolante è fortissima; l'elettrometro indica sia nell'una che nell'altra delle disposizioni su indicate, aventi infatti capacità elettrostatiche dello stesso ordine, un potenziale che raggiunge anche parecchie centinaia di volts.

Dopo ogni prova, scaricavo il mercurio ponendo al suolo il piattello mediante la mano; scaricavo in pochi secondi l'isolante, ponendolo lateralmente ad alcuni cm. da una fiammella a gas tenuta in una stanza attigua a quella delle esperienze.

Le esperienze sono state eseguite con superfici terse di mercurio e di isolante.

Ho già detto che finora ho eseguito le esperienze nell'aria ia pressione e temperatura ordinarie. Noterò soltanto che anche n queste esperienze preliminari potevo far variare entro limiti abbastanza estesi e conosciuti l'umidità relativa, ma anche la temperatura dell'aria sovrastante al mercurio: facevo quasi contemporaneamente le esperienze nelle parti più fredde del laboratorio (10° circa) e sul termosifone (40° circa).

§ 3. **Esperienze ordinarie e loro risultati.** — Mercurio in un piattello, toccato con la superficie del disco di quarzo. Clas-

---

(5) Lo zolfo, sia poggiato che immerso bruscamente nel mercurio, si è *sempre* elettrizzato positivamente; più fortemente, però, quando sia poggiato. È probabile che, con una sufficiente velocità di immersione, anche lo zolfo si elettrizzi negativamente.

Non credo sia opportuno l'uso dello zolfo, chè, anche a temperatura ordinaria, reagisce col mercurio.

sifico i risultati secondo il modo col quale sono stati ottenuti, ma, come si vedrà dal seguito del lavoro, non credo si debba attribuire all'umidità l'importanza che da questa classificazione scaturisce:

a) in ambiente freddo e umido (nelle parti fredde del laboratorio, con tempo nebbioso o pioggia). Soltanto dopo parecchie filtrazioni attraverso carta bibula ben secca riescivo ad ottenere il fenomeno da me indicato. E, quando l'ottenevo, la variazione di segno della eccitabilità del mercurio avveniva in pochissimi secondi. Viene quindi il dubbio che le numerose esperienze con risultato negativo che si hanno in queste condizioni siano dovute alla rapidità con la quale il fenomeno avviene, o addirittura al non formarsi, durante la filtrazione, della superficie fresca di mercurio, sulla quale il fenomeno si presenta.

b) in ambiente piuttosto secco (con bel tempo anche nelle parti fredde del laboratorio, ma ordinariamente ad un paio di metri dal termosifone, a una temperatura di circa 18°). Il fenomeno si produce quasi sempre dopo una sola filtrazione, pur di usare carta da filtro ben pulita e asciutta; esso richiede qualche minuto per svolgersi.

Esempio: Eccitabilità del quarzo posto a contatto con superficie di mercurio vecchia di due giorni e misurata dalla deviazione all'elettrometro connesso col pozzo di Faraday (seconda delle disposizioni su accennate): +18.

Eccitabilità del quarzo a contatto con lo stesso mercurio, la cui superficie è stata appena formata mediante filtrazione:

Tempi	0	20″	40″	1′	1′20″	1′40″	2′
Eccitabilità	— 35	— 30	— 21	— 14	— 9	— 4	0

2′20″	2′40″	3′	4′	6′	10′	20″	
+ 3	+ 5	+ 6	+ 7	+ 8	+ 14	+ 17	Temperatura del mercurio: 20°

Avverto che a questi numeri non si deve attribuire alcun valore quantitativo; basti notare, infatti, che l'eccitabilità del

quarzo così misurata mediante il potenziale indicato dall'elettrometro cresce col tempo durante il quale quarzo e mercurio sono a contatto. Ciò è probabilmente dovuto a una lieve conducibilità del quarzo.

I pochi casi nei quali il fenomeno non si è prodotto si possono attribuire con grande verosimiglianza a qualche variazione accidentale e non facilmente verificabile nelle condizioni dell'ambiente o della filtrazione del mercurio.

c) ambiente caldo e secco. Il fenomeno si produce senza bisogno di speciali precauzioni nel filtrare il mercurio, ma questa volta esso richiede molti minuti per svolgersi. Con il mercurio già caldo, filtrato e tenuto sul termosifone, a circa 40°, l'eccitabilità iniziale positiva del mercurio cambiava segno sol dopo una, due, tre ore.

§ 4. **Interpretazione del fenomeno.** — L'esistenza di questi fatti, verificati in varie centinaia di superfici di mercurio al loro contatto con una stessa superficie di quarzo, induce a pensare che la superficie *fresca* di mercurio abbia proprietà fisiche nettamente distinte da quelle di una superficie *vecchia*.

Ho già detto che, per altre vie, vari sperimentatori erano già stati condotti a questo risultato.

Il mercurio entra dunque nel numeroso gruppo dei metalli che si elettrizzano di segno diverso secondo lo stato della loro superficie o il modo con cui vengono strofinati. Si tratta, veramente, di risultati tra loro slegati e non sempre concordi: così De La Rive [6] attribuisce all'umidità una grande importanza; J. A. Mc Clelland e C. J. Power [7] non confermano il fatto.

Il caso del mercurio è più semplice, perchè si può preparare in pochi secondi una superficie nuova di mercurio in condizioni sensibilmente eguali. Inoltre l'elettrizzazione del mercurio si ottiene col semplice contatto col dielettrico; quindi sono evitate tutte le complicazioni dello strofinio, in particolare l'asportazione reciproca di particelle e il riscaldamento.

---

(6) " Pogg. Ann. „, *37*, p. 506, 1836.

(7) " Roy. Irish Ac. Proc. „, A. *34*, p. 40, 1918; mi sono note solo le recensioni della " Rev. Scientifique „ e dell' " Elettricista „. Altro lavoro recente è dovuto a W. M. Jones (" Phil. Mag. „, *29*, p. 261, 1915).

È certo che la superficie fresca di mercurio va alterandosi col tempo, quando sia in presenza dell'aria (v. § 5). Vien subito il dubbio che ossigeno e umidità possano essere i principali artefici. Pur rinviando ad altra Nota la discussione sulla causa del fatto, noterò fin d'ora che il fenomeno avviene molto lentamente nell'ambiente a temperatura elevata sovrastante al termosifone; quindi è probabile che non si tratti di una reazione chimica alla superficie del mercurio (8). Per questo io credo che la causa della variazione superficiale del mercurio connessa col segno della sua eccitabilità elettrica al contatto col quarzo e col vetro vada cercata piuttosto in un fenomeno fisico alla superficie di contatto mercurio-aria. Un adsorbimento di ossigeno da parte del mercurio è già stato segnalato in esperienze di capillarità (9). Dai risultati esposti nel paragrafo precedente sembrerebbe naturale attribuire il fenomeno ad adsorbimento di vapor d'acqua da parte della superficie di mercurio; ma non formazione di un semplice strato superficiale aeriforme ricco di vapor d'acqua, perchè, nelle condizioni *b)* e *c)*, il cambiamento di segno nella eccitabilità del mercurio non viene accelerato dall'alitare sul mercurio fino a formarvi sù una pellicola di rugiada che rapidamente sparisce. Nè il cambiamento di segno viene ottenuto rapidamente preparando la superficie fresca di mercurio in ambiente artificialmente saturato di vapor d'acqua e tenendovela alcuni minuti.

Noterò, inoltre, che nelle esperienze *c)* non era esclusa la possibilità di correnti convettive del mercurio, quindi di un continuo rimescolamento (10).

Esperienze ulteriori, fatte in un ambiente ove siano note e variabili a piacere la natura e le condizioni fisiche del gas sovrastante al mercurio, mi permetteranno, io spero, di trovare la causa del fenomeno.

---

(8) V. però § 5, *d.*

(9) W. C. Mc C. Lewis, " ZS. für Phys. Chem. „, *73,* p. 133, 1910. Christiansen (" Wied. Ann. „, *53,* 401, 1894) attribuisce all'ossigeno un'importanza capitale.

(10) Ma col solo riscaldamento del mercurio si riesce ugualmente ad ottenere il rinnovamento della superficie del mercurio necessario per farne tornare positiva l'eccitabilità (v. § 5, *d*).

§ 5. **Esperienze speciali e i loro risultati.** — Ho eseguito varie esperienze per assicurarmi che il fenomeno descritto sia dovuto all'esistenza sul mercurio di due specie di superfici, l'una *fresca*, che al contatto con vetro, quarzo, ecc., si carica positivamente; l'altra *vecchia*, ottenuta per un'alterazione non ancor ben definita della precedente, la quale si carica negativamente al contatto con questi isolanti.

Esporrò solo le seguenti esperienze, per l'applicazione che ne farò nel paragrafo seguente:

a) Ho fatto numerose volte esperienze contemporanee con la stessa superficie di mercurio e diverse superfici di isolante, nel mio caso il disco di quarzo e un disco di vetro da specchi.

Il fenomeno del cambiamento di segno avviene sensibilmento allo stesso istante sia pel quarzo che pel vetro, forse un po' prima pel quarzo ([11]).

Ho fatto esperienze contemporaneamente con una superficie vecchia di mercurio e una superficie fresca di mercurio, toccate con la stessa lamina di quarzo. Così mi sono assicurato che, mentre il fenomeno avviene nella superficie fresca di mercurio, la lamina di quarzo dimostra ai suoi contatti con la superficie vecchia di conservare sempre le stesse proprietà.

In tutte le prove occorrenti per queste esperienze non ho mai toccato la superficie del dielettrico altro che col mercurio.

Nelle ultime esperienze ho sempre verificato, mediante una superficie di mercurio vecchia di molti giorni, quale fosse la condizione di eccitabilità dell'isolante.

Pur dovendosi ammettere l'influenza dello stato superficiale del quarzo o del vetro ([12]), è logico concludere che il fenomeno avviene alla superficie del mercurio e non alla superficie del dielettrico.

Ho fatto anche prove per cercare un'influenza dello stato o della storia precedente della superficie del dielettrico, ma i

---

([11]) Posso accennare che esperienze analoghe con la paraffina, l'ebanite e la ceralacca hanno mostrato che il cambiamento di segno dell'eccitabilità del mercurio si ha prima nel quarzo e vetro, poi nella ceralacca e nella paraffina quasi contemporaneamente; infine nell'ebanite.

([12]) V. in particolare i lavori di Christiansen e di Shaw già citati.

fatti osservati sono irregolari e non mi è riuscito di riprodurli a mia volontà. Essi si notano nel vetro, nel quarzo e si riducono ordinariamente a una variazione del valore dell'eccitabilità, non del segno di questa.

Vetro e quarzo, lasciati all'aria libera qualche tempo, diventano poco eccitabili al contatto col mercurio, ma ritornano alle condizioni ordinarie mediante una semplice pulitura con un qualunque corpo asciutto.

Rarissime volte mi è riuscito come di ritardare il momento in cui una superficie fresca di mercurio cambia il segno della sua eccitabilità, pulendo rapidamente il dielettrico con cotone ben secco, oppure scaldando la superficie del dielettrico a temperatura molto elevata (200°-300°), ma aspettandone il raffreddamento prima di fare la prova.

b) Un recipiente di ferro cilindrico, profondo circa 12 cm., diametro 3 cm. circa, viene riempito di mercurio per circa 4 cm. In questo mercurio posso immergere un tubo di vetro chiuso a un'estremità (p. es. un tubo da saggio). Le cose sono disposte in modo che, introducendo il tubo, il mercurio sale fino al bordo del recipiente di ferro. Si ha così modo di porre a contatto del tubo di vetro una superficie di mercurio costretta a distendersi grandemente e, quindi, paragonabile, con ogni probabilità, a una superficie di mercurio preparata di fresco.

Versato nel recipiente di ferro un po' di mercurio a superficie vecchia, lo tocco con l'estremità del tubo di vetro, senza produrre grande estensione della superficie di mercurio. Verifico che l'estremità del tubo è carica positivamente.

Immergo, sia pur dolcemente (cioè in 3-4 secondi), il tubo di vetro fino in fondo al cilindro, in modo che la superficie di mercurio si distenda e venga a lambire per quasi 12 cm. il tubo di vetro. Ora il tubo di vetro risulta fortemente carico di elettricità negativa.

Parecchie volte, con un tubo di vetro bene asciutto e, quindi, pochissimo conduttore, ho potuto addirittura constatare che l'estremità del tubo era carica positivamente, le zone successive erano cariche negativamente.

c) Ritento le esperienze nelle stesse condizioni di *b)*, solo sostituendo allo stretto cilindro di ferro un recipiente di ferro di parecchi cm. di diametro — nel mio caso una vaschetta di 20 cm. di diametro e 6-7 cm. di profondità.

Le esperienze precedenti riescono soltanto se il tubo di vetro viene introdotto nel mercurio molto vivacemente, quasi vi venga battuto; anche così alcune volte non si riesce a ottenere il vetro carico negativamente, ma soltanto una elettrizzazione positiva del vetro più debole di quella che si ottiene con una immersione delicata. Non è escluso che con velocità di immersione sufficentemente alte il fenomeno si produca anche in questo caso.

Queste esperienze si accordano immediatamente con l'interpretazione esposta al § 4.

d) Una superficie vecchia di mercurio acquista la caratteristica di superficie fresca, cioè si elettrizza positivamente, se il mercurio a cui essa appartiene viene sbattuto o rimescolato vivacemente. Probabilmente la filtrazione agisce in questo senso.

Si può attribuire a rimescolamento l'effetto del riscaldamento notato a pag. 446, 3° periodo, e cioè la lentezza con cui avviene il fenomeno nel caso del § 3, *c)*.

e) Una superficie fresca di mercurio veniva coperta ermeticamente con una lastra di vetro, così da toglierla dal contatto dell'aria. Una tal superficie rimaneva fresca per moltissime ore (fino a 24, nelle mie prove), mentre una superficie preparata in modo eguale, dello stesso mercurio, ma all'aria, dava luogo al fenomeno in circa mezz'ora.

Questa prova, ripetuta numerosissime volte, obbliga a considerare l'aria come causa essenziale del fenomeno.

f) Infine, facendo gocciolare il mercurio ([13]) sulle superfici isolanti di quarzo, vetro, colofonia, cera vergine, lana, ebanite, ceralacca, paraffina, queste risultarono sempre cariche negativamente; il mercurio risultò carico positivamente.

Tutti questi isolanti, posti a contatto con la superficie vecchia dello stesso mercurio, si elettrizzavano positivamente. Anche questo fatto si accorda facilmente con l'ipotesi del § 4, ma noterò che questo non è un modo semplice di eseguire le esperienze, perchè

([13]) Esperienze preliminari mi assicuravano che le goccioline di mercurio non erano elettrizzate prima di battere sull'isolante. Non mi consta che il Christiansen abbia esteso al mercurio le sue esperienze di balloelettricità.

si sostituisce al semplice contatto l'urto mal definito e accompagnato dallo sminuzzamento delle goccie di mercurio.

§ 6. **I risultati dei precedenti sperimentatori.** — Sono numerosi, ma disparati. Disgraziatamente, gli autori raramente indicano con sufficiente dettaglio le condizioni delle esperienze. Invero, non risulta, p. es., che alcuno abbia pensato finora che occorresse indicare la larghezza del recipiente contenente il mercurio rispetto alla grossezza della bacchetta isolante che vi si immerge. Per questo, è difficile verificare e trovare una spiegazione per i risultati ottenuti. Ma, limitandomi all'elenco dei fatti più importanti, sarà facile accorgersi che tutti — tranne uno — si possono far dipendere dal fenomeno da me descritto.

Canton e Le Roy trovano risultati discordanti per l'elettrizzazione del mercurio a contatto col vetro e con qualche altro isolante; l'uno trova il mercurio negativo, l'altro positivo.

Ingenhousz (1784) tenta accordare questi risultati, attribuendoli a diversa velocità di tocco dell'isolante col mercurio. Le sue ricerche lo conducono al risultato che il mercurio si elettrizza positivamente per un tocco lento con vetro, canfora, lacca, caucciù, negativamente per un tocco rapido.

È questo il solo dei risultati finora ottenuti sull'elettrizzazione del mercurio, che è in disaccordo netto con le esperienze da me eseguite.

Ma tutti gli sperimentatori che dopo Ingenhousz hanno rifatto le esperienze sull'argomento (Dessaignes, Riess, Shaw) hanno trovato risultati opposti a quelli dati da Ingenhousz.

Dessaignes [14] è autore del lavoro più dettagliato sull'elettrizzazione del mercurio per contatto con isolanti. Per quanto si tratti di un lavoro condotto in un modo strano, i suoi risultati fondamentali sono benissimo interpretabili dal mio punto di vista.

Eccoli: col barometro alto (quindi, probabilmente, con tempo secco) il mercurio tende ad elettrizzarsi positivamente; col barometro basso (quindi, probabilmente, con tempo umido) il mercurio tende ad elettrizzarsi negativamente; sembra quindi

---

[14] "An. de Chim. et de Phys. „. *2*, p. 59, 1816.

che il Dessaignes si sia trovato in condizioni analoghe a quelle del § 3, *a)* e *c)*; che sia proprio l'umidità relativa a produrre tale diversità di risultati, è cosa dubbia, specialmente dopo le prove di pag. 446, 1° capov.;

il mercurio che è toccato da ceralacca, vetro, zolfo ([15]) si elettrizza negativamente, si elettrizza positivamente quando sia da essi battuto; con una certa velocità di tocco, il mercurio sembra ineccitabile.

Ma uno dei risultati del Dessaignes è inesatto certamente: vetro freddo in mercurio caldo non si elettrizza; vetro caldo in mercurio freddo si elettrizza fortemente. Di un altro risultato, quello riguardante l'influenza di una stretta fasciatura nella parte del corpo isolante non introdotta nel mercurio, non sono riuscito ad avere conferma.

Riess ([16]) asserisce che mercurio pulito a contatto con vetro pulito si elettrizza negativamente. Questo risultato può benissimo coesistere con i miei. Dice anche che la velocità del tocco tra isolante e mercurio non ha influenza: io credo di poterne desumere che egli si sia trovato nel caso del § 5, *c)* (secondo capoverso).

Infine, in un recente lavoro sull'elettrizzazione per strofinio, P. E. Shaw ([17]) ha preso in considerazione il comportamento del mercurio; disgraziatamente sorvola su varie delle condizioni sperimentali. Forse per questo non mi è stato possibile riprodurre tutti i fenomeni descritti da questo autore. Pur prescindendo dalla connessione tra l'interpretazione da me proposta e i fenomeni di capillarità e ottici già accennati, io noterò che il fenomeno permette di spiegare nel modo più semplice i risultati del Shaw da me verificati, senza introdurre il concetto di una “ anormalità „ alla superficie del dielettrico, prodotta dall'urto di questo col mercurio. Non sono, naturalmente, in grado di discutere i risultati indicati dal Shaw e da me non saputi ritrovare.

Nelle esperienze a temperatura ordinaria, il Shaw trova:

([15]) V. nota ([5]) a p. 4.

([16]) *Reibungselektrizität*, vol. II, p. 362 e segg.

([17]) Lav. cit., p. 25.

1° Bacchette di tutti i dielettrici — eccetto celluloide e caucciù da un lato, amianto dall'altro lato — introdotte gentilmente nel mercurio, lo elettrizzano negativamente; introdotte vivacemente, lo elettrizzano positivamente. È il fenomeno già scoperto dal Dessaignes, corrispondente a quello del § 5 *b)* e *c)*. Potrei notare nuovamente che con lo zolfo nè l'esperienza § 5 *b)* nè l'esperienza § 5 *f)* mi sono mai riuscite; lo zolfo si è elettrizzato sempre positivamente, sia pur più debolmente quando veniva immerso bruscamente nel mercurio.

2° Vetro, mica e altri dielettrici “ anormali „ (perchè riscaldati alla “ temperatura critica „) elettrizzano positivamente il mercurio per contatto sia gentile che violento.

Se il mercurio si elettrizza positivamente al contatto delicato, è evidente dal mio punto di vista che al tocco brusco il mercurio resta positivo. Limitandomi dunque al caso del contatto delicato, le esperienze ([18]) che hanno condotto il Shaw all'enunciato 2° sono state forse eseguite con una superficie *fresca* di mercurio. Se così non fosse, io dovrei pensare che questo risultato del Shaw è dovuto a circostanze fortuite; e infatti nè la lamina di quarzo nè alcuno dei vetri da me utilizzati hanno dimostrato di diventare “ anormali „, cioè di elettrizzare positivamente il mercurio a superficie vecchia, a temperature anche notevolmente superiori a quelle indicate dal Shaw. Per i vetri, potrà dipendere dalla qualità, perchè non è ben chiaro su quali specie di vetri il Shaw abbia sperimentato; pel quarzo, la cosa si spiega meno facilmente ([19]).

Mi è riuscito di riprodurre il fenomeno della “ anormalità „ di Shaw le alcune volte che mi è riuscito di pormi in queste condizioni: la superficie di mercurio ha appena oltrepassato l'istante di eccitabilità nulla al tocco col vetro o col quarzo, già usati da molto tempo e in molte prove senza alcuna pulitura; riscaldo rapidissimamente la superficie dell'isolante; ecco che il mercurio torna positivo per riprendere la sua marcia verso la condizione limite di eccitabilità negativa. Ma lo stesso effetto

---

([18]) Non è detto quante prove abbia fatto l'Autore e in quali condizioni per giungere a questo risultato.

([19]) Il Shaw non dice come sia tagliato il quarzo rispetto all'asse ottico; non è questo un elemento trascurabile, specialmente se si tien conto della piezo- e termo-elettricità del quarzo.

ho avuto se, invece di scaldare a 300° circa, pulisco vetro o quarzo con cotone ben secco. Questa prova, da me ripetuta varie volte in giorni e condizioni diverse, dimostra che l'" anormalità „ dovuta al riscaldamento potrebbe consistere anche in una semplice modificazione dell'atmosfera superficiale del dielettrico, modificazione che avviene in grado sufficiente solo a una certa temperatura (temperatura critica). L'azione del cotone secco sarebbe di asportare l'atmosfera a contatto con il vetro o con il quarzo per sostituirla con un'atmosfera nuova.

3° Una bacchetta di vetro, immersa nel mercurio, si carica fortemente con carica +; ripetendo la prova molte volte, la carica + finisce col diventare molto piccola; ma la eccitabilità iniziale è ristabilita se si frega il vetro con la mano o con un batuffolo di cotone.

Non mi è stato facile verificare neanche questo risultato del Shaw. Parecchie volte ho provato ad immergere gentilmente fino a più di 100 volte di seguito il quarzo e il vetro nel mercurio; non ho trovato notevole differenza di eccitabilità. Se le successive immersioni si fanno un po' rapidamente, si ha l'effetto indicato dal Shaw, ma si ricade nel fatto 1° o del § 5 *d)*; ciò si accorda col fatto che il quarzo e il vetro, i quali dopo qualche decina di rapide immersioni si mostravano debolmente carichi, riassumevano immediatamente o, al massimo, dopo pochi secondi, l'eccitabilità ordinaria se posti a dolce contatto col mercurio per il solito tempo di due secondi.

Ancora in vari altri casi ho trovato l'effetto indicato dal Shaw, e precisamente quando, per la poca pulizia del mercurio, dopo alcune immersioni, sia pur delicate, quarzo e vetro si mostrano come lievemente appannati e qualche gocciolina di mercurio cominciava ad aderirvi. E allora questa " anormalità „ del quarzo o del vetro sparisce per strofinio con la mano, col cotone, con la lana, insomma pulendo la superficie del dielettrico.

Ho già avuto occasione di accennare che le superfici di mercurio e di quarzo dalle quali ho dedotto le mie conclusioni, erano sempre terse.

Christiansen, nel lavoro citato, ha fatto numerose esperienze sulla elettrizzazione a contatto tra mercurio e isolanti, in particolare tra mercurio e vetro. Egli ha attribuito all'ossigeno i fenomeni osservati; ha considerato in particolare l'in-

fluenza dell'ossigeno adsorbito dagli isolanti; nel caso particolare del vetro trova delle variazioni di eccitabilità col tempo, che ricordano il fenomeno da me descritto; ma, come anche il Shaw, ha dato forse troppa importanza alle variazioni che avvengono nell'isolante, mentre che le esperienze da me descritte pongono fuori dubbio l'esistenza di una modificazione superficiale del mercurio, di importanza eccezionale per l'elettrizzazione a contatto.

§ 7. — Il fenomeno che ho preso in esame è certamente particolare; ma io credo che possa contribuire dal suo canto a far luce nella questione ancor così complessa della elettrizzazione per strofinio.

Tutti sono d'accordo nel ritenere che la causa di questa elettrizzazione sia nelle differenze fisiche tra le due superfici a contatto e sia della stessa natura della causa producente l'elettrizzazione per contatto; ma finora si conoscono solo alcune relazioni particolari e non prive di eccezioni tra le proprietà fisiche e l'elettrizzazione per strofinio (legge di Cohen, leggi di Héséhous). Ciò è dovuto alla inesatta conoscenza delle condizioni superficiali dei dielettrici utilizzati, molti dei quali — e i più comuni — sono corpi chimicamente non definiti e difficilmente riproducibili in condizioni fisiche sensibilmente uguali. Per questa difficoltà, avevo iniziato le mie esperienze, dirette ad uno scopo molto generale (verifica della identità del fenomeno Volta e del fenomeno di elettrizzazione per strofinio in modo più completo di quanto facciano le esperienze di Thompson, di Hoorweg, di Christiansen), sulla coppia mercurio-quarzo.

Come si è visto, anche in questo caso le esperienze avevano condotto a risultati disparati; le mie ricerche hanno indicato un fatto nuovo, mediante il quale diventa possibile il coordinamento di tali risultati.

Torino, 20 febbraio 1920.
Gabinetto di Fisica del R. Liceo Alfieri.

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 7 Marzo 1920

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci D'Ovidio Direttore della Classe, Segre, Foà, Guidi, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Panetti, Ponzio, Sacco, Majorana e Parona Segretario.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Presidente annunzia che il 22 dello scorso febbraio, nell'ora stessa della nostra precedente adunanza, mentre si esprimevano fervidi voti per la sua guarigione, si spegneva il Socio Prof. Nicodemo Jadanza, il caro collega ed amico, che fu Tesoriere dell'Accademia. Soggiunge che altri dirà degnamente dei suoi meriti scientifici: si limita a ricordare che il compianto Jadanza, nato nel 1847 in Campo Lattaro (Molise) da poveri contadini, animato da ferrea volontà e da innato amore del sapere, potè cogli scarsi aiuti di un congiunto salire alla dignità di professore universitario, dopo di aver conseguita, attraverso grandi privazioni, la laurea di ingegnere in Napoli. A Torino, dove venne nel 1881 e insegnò Geodesia all'Università e al Politecnico, svolse la sua attività scientifica, della

quale i risultati sono quasi tutti consegnati nelle nostre pubblicazioni accademiche. Noi lo ricorderemo come scienziato e docente, ma anche per la sua assiduità esemplare e diligenza nel compimento del dovere, per la schietta modestia, per la franchezza del carattere, e per la grande bontà dell'animo suo.

Il Socio D'Ovidio manda pure un affettuoso saluto alla memoria del suo conterraneo, confermando gli eroici sforzi da Lui compiuti per la conquista della elevata posizione sociale e additandolo come esempio mirabile ai giovani, segnatamente ai giovani meridionali.

Il Presidente dice che comunicherà alla famiglia del rimpianto Socio l'espressione del nostro cordoglio, e prega il Socio Panetti di accettare l'incarico della commemorazione, per la quale potrà profittare dei cenni autobiografici dallo stesso Jadanza destinati all'Accademia. Il Socio Panetti accoglie di buon grado l'invito di scrivere l'elogio dell'amato suo professore.

Il Socio Sacco fa omaggio della sua Memoria *Le condizioni meteoro-idrologiche dell'Era quaternaria e la causa dei periodi glaciali.* Il Presidente ringrazia e invita il Socio Mattirolo a commemorare il compianto nostro Socio corrispondente P. A. Saccardo. Il collega Mattirolo accetta volontieri l'incarico.

Quindi la Classe si raduna in seduta privata e procede alla nomina di un rappresentante della Classe nel Consiglio di Amministrazione.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 21 Marzo 1920

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE ENRICO D'OVIDIO
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Soci Segre, Guidi, Mattirolo, Grassi, Ponzio, Sacco, Majorana e Parona Segretario.

È scusata l'assenza del Presidente Naccari.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Ad invito del Presidente, il Socio Mattirolo legge la commemorazione del Socio corrispondente P. A. Saccardo. Il Presidente ringrazia il collega per l'eloquente e degno elogio del compianto ed eminente botanico. Comunica poi le circolari relative al " Congrès international des Mathématiciens " che si terrà a Strasburgo durante l'estate prossimo, ed al " Congresso internazionale di Meteorologia " promosso dalla Società Meteorologica Italiana, che si raccoglierà a Venezia nel prossimo ottobre.

LETTURE

PIETRO ANDREA SACCARDO

Treviso, 23 Aprile 1845 — Padova, 12 Febbraio 1920

Commemorazione letta dal Socio naz. resid. ORESTE MATTIROLO

Per l'amicizia affettuosa e cordiale che, da una lunga serie di anni, mi legava con perfetta comunanza di ideali a PIETRO ANDREA SACCARDO, ho accettato con entusiasmo l'onore di rievocare davanti a voi la figura e l'opera del sommo micologo testè scomparso, perchè, purtroppo! sarà questo l'unico conforto al dolore che mi affligge: l'unico omaggio che io potrò offrire alla memoria dell'amico troppo duramente rapito alla scienza.

Dire degnamente di P. A. SACCARDO e della gigantesca opera sua, non è certo impresa da potersi assolvere nei limiti concessi dai Regolamenti della nostra Accademia, onde le mie povere parole, più che una commemorazione, saranno l'espressione dei sentimenti e del desiderio intensissimo che ha lasciato nei nostri cuori la scomparsa di così eletto ingegno, di così nobile carattere.

Nell'ora dolorosa del distacco, quando l'animo piange l'amico, il collega, il consigliere, non sorregge la calma necessaria per analizzarne l'opera: ciò sarà fatto più tardi; oggi io cercherò solo di prospettare la grandezza della perdita che ha fatto la scienza, e lumeggiare, in una rapida sintesi, l'idea animatrice dell'opera di P. A. SACCARDO, che ha stupito il mondo per la mole e l'importanza.

Quando si pensi che SACCARDO (nato a Treviso il 23 aprile 1845) iniziò la serie delle sue pubblicazioni appena sedicenne;

che da allora non rubò, si può dire, un'ora al lavoro; quando si consideri la mole della sua opera maggiore, la *Sylloge fungorum omnium hucusque cognitorum*, durata già lo spazio di trent'un anno, comprendente 22 volumi di complessive 23451 pagine (e due volumi ancora inediti); quando, infine, si faccia anche un censimento, sia pure sommario, delle sue pubblicazioni, che raggiungono, in numero, parecchie centinaia, di cui una sola è ricca di 1500 figure colorate, disegnate dallo stesso Autore, si rimane sbalorditi di fronte a tanta somma di lavoro, e la mente ricorre alla favolosa produttività aldrovandiana; alla leggendaria energia enciclopedica dell'ERMETE TRISMEGISTO! e nello stesso tempo alla ininterrotta produttività degli alluminatori medioevali, coi lavori dei quali anche il lavoro saccardiano ha molti punti di contatto.

Egli non ebbe altro scopo nella vita che la famiglia ed il lavoro; altra soddisfazione, si può dire, che la scoperta di nuove forme.

La natura lo aveva dotato di un intuito morfologico meraviglioso e, potrei dire meglio, *miracoloso*; di una memoria delle più tenaci; e l'ordine col quale egli attendeva alle sue ricerche, seguiva norme fisse. La sua vita, appena dopo il periodo della gioventù, fu sempre uguale; e, come quella dei certosini, obbediente ad una " Regola „ dalla quale mai, tranne in casi eccezionalissimi, si dipartiva, tanto che io mi ero indotto a chiamarlo il *Padre generale dei Miceti Osservanti*, appellativo che era rimasto gradito al mio diletto amico, cosicchè lo usò poi sempre nella corrispondenza nostra.

Sensibilissimo alle vicissitudini atmosferiche, quando i primi freddi autunnali preludiavano ai rigori dell'inverno, egli più non abbandonava l'ambiente del Laboratorio e in esso, dirò così, si *incistidava* per tutta quanta la durata dell'inverno; e però egli stesso soleva paragonarsi ad una *Orchidea* di serra calda.

In questo genere di vita laboriosissima e metodicamente ordinata, stava il segreto della stupefacente produttività del SACCARDO.

Ordine e metodo erano parte integrante del suo essere, erano le direttive dei suoi lavori, che rispecchiano queste particolari attitudini.

La *Sylloge* stessa, riassunto di una enorme congerie di

forme, non sarebbe ciò che è, se il materiale di cui si compone non fosse stato disciplinato da fili conduttori, che il SACCARDO ha saputo opportunamente e mirabilmente ordire.

Per ciò che si riferisce alla conoscenza delle forme fungine non ebbe egli chi lo superasse, nè credo che alcuno mai potrà superarlo.

Questo che io non dubito di affermare, è d'altronde luminosamente dimostrato dai suoi lavori, sussidiati da classiche raccolte di *Exsiccata*; i quali pongono l'Italia all'avanguardia delle Nazioni per ciò che si riferisce a tali generi di lavori, così che il nome di lui rifulgerà nel campo della sistematica, illuminato dall'aureola che corona le opere dei *Grandi*.

Così innata era in lui la conoscenza delle forme dei funghi, tale l'intuito delle affinità e delle analogie che regolano la loro correlazione nel tempo e nello spazio, che egli, non solo giunse a descrivere un numero colossale di miceti, ma riuscì a " divinare „ molti di quelli che ancora non si erano rivelati agli osservatori!

Quante volte non ebbe poi il conforto di vedere avverate le predizioni raccolte nel suo curioso lavoro sui *Prevedibili funghi futuri secondo la legge di analogia*! (1896).

L'opera del SACCARDO, in certo qual modo, io penso paragonarla a quella dei compositori di musica, dei poeti, dei pittori, che compongono, scrivono, dipingono, animati da un sentimento che essi stessi non possono definire, ma che li sospinge a creare melodie nuove, a raggiungere effetti di luce e di colore non prima sognati, ad evocare, col ritmo delle parole, sensazioni che agitano il cuore. L'analogia, l'armonia delle forme è d'altronde legge che regola tutti i regni della natura; e SACCARDO sentì la potenza di questa legge che immortalò l'opera sua, sgorgata da un concetto originale intuitivo, unilaterale, non suffragato però da uno spirito critico tale da assicurarle basi solidamente scientifiche.

La *Sylloge* conserverà, così, immutato nel tempo il carattere di indiscutibile utilità pratica, ma non potrà essere in avvenire ugualmente fattrice di progresso reale, se la consideriamo dal punto di vista al quale tendono le speculazioni della scienza moderna, fondate, più che sulla forma di un solo stadio per quanto elevato, come è quello della riproduzione, sulla intima

conoscenza dell'intero ciclo di sviluppo di ogni singola specie, e sulle relazioni che ogni specie contrae colle sue vicine durante i periodi di sviluppo e di accrescimento.

L'opera maggiore di SACCARDO è quindi essenzialmente opera di statistica o, dirò meglio, di " statica „ delle forme, censimento che è base indispensabile a qualunque ulteriore studio di micologia, ed è in questo senso ammirabile e prodigiosa, così che nessuno raggiungerà l'altezza alla quale egli è assurto.

Ma non a questo solo campo di studi applicò il SACCARDO le doti speciali del suo ingegno organizzatore, la straordinaria sua cultura bibliografica, sussidiate dalle innate facoltà di ordine; chè egli ci lasciò pure un numero grande di lavori che si riferiscono alla storia della Botanica in Italia, riuscendo a riassumere, ordinare, elencare, in mirabile modo, la immensa varietà dei lavori dei botanici che lo precedettero. Così la sua *Botanica in Italia* e la sua *Cronologia della Flora italiana* e tanti altri lavori suoi sono repertorii, miniere di nozioni, pi dati, di date che formano e formeranno, chi sa per quanti anni ancora, il *substratum* degli studi che si riferiscono alla Storia della nostra scienza.

Con uguale competenza trattò egli pure la sistematica delle piante superiori; degna della sua fama è, fra le altre, l'opera che si riferisce allo studio della flora della provincia di Treviso, compilata negli anni della prima giovinezza, alloraquando, indefessamente erborizzando, andava raccogliendo ogni sorta di materiali vegetali, essendo egli un botanico completo.

Datano da quegli anni le celebri sue raccolte di *Exsiccata*, fra le quali la notissima *Mycotheca veneta*, che testimoniano della sua splendida attività di botanico peripatetico, durata purtroppo breve periodo di tempo, prima cioè di chiudersi nel laboratorio, per dedicarsi allo studio dei materiali da lui raccolti e di quelli che d'ogni parte del mondo affluivano a lui perchè da lui fossero classificati e studiati.

In questa occasione io non tento neppure di ricordare le innumere contribuzioni micologiche che illustrano raccolte fatte da specialisti di ogni parte del mondo e da lui studiate!

La enumerazione delle opere di SACCARDO potrà essere compiuta soltanto dal suo diletto figlio Domenico, micologo cresciuto

alla scuola paterna. Sarà questo il più glorioso monumento che la pietà figliale potrà dedicare alla sua memoria!

Ma, prima di porre termine alla affrettata rievocazione dell'opera del compianto amico, io mi voglio ancora compiacere di segnalare la sua *Flora Tarvisina Renovata* pubblicata sul finire della guerra, ossia *Enumerazione critica delle piante vascolari finora note nella provincia di Treviso*, " come quella che gli ricordava tante miserie ma anche tanti eroismi! „, illustrando essa le gloriose regioni del Grappa, del Montello, di Vittorio Veneto.

In questo suo lavoro l'illustre Autore si compiace di rievocare i tempi della sua feconda attività giovanile, quando, incoraggiato da tre insigni naturalisti veneti, NARDO, ZANARDINI, DE VISIANI (che fu suo maestro), indefessamente andava erborizzando nelle località che oggi sintetizzano le più fulgide glorie d'Italia.

L'antica prima edizione, ossia il *Prospetto della Flora trevigiana*, fu la causa decisiva, perchè, sono sue parole, " la Botanica divenisse il suo studio prediletto e professionale „.

Tredicenne appena iniziava il *Prospetto*, e lo conduceva a termine nell'anno 1863, ottenendo di pubblicarlo negli " Atti dell'Istituto Veneto „, quando egli era entrato nel diciottesimo anno dell'età sua!

I risultati delle successive conquiste botaniche in quella regione che gli fu culla e che egli con orgoglio di italiano seguì palpitante nelle tristi e nelle liete vicende, culminate poi nella vittoria di Vittorio Veneto, si possono qui riassumere con due soli numeri: mentre 1387 erano le piante elencate nel prospetto del 1863; 1717 sono invece quelle raccolte nella *Flora Tarvisina Renovata* del 1917.

D'altra parte e per dare un'idea dell'attività saccardiana anche nel campo della Micologia, notiamo che: se erano 245 i funghi noti per la regione veneta, secondo il censimento del barone DE HOHENBUEHL HEUFLEUR, elencati nella *Enumeratio Crypt. Italiae Venetae,* edita nel 1871 (prima cioè dei lavori di SACCARDO), 4600 divennero quelli da lui enumerati e studiati nella stessa regione; mentre di essi 3000 furono raccolti nella sola provincia di Treviso. Cifre eloquenti che lumeggiano l'importanza dell'opera sistematica da lui compiuta, che pone il Veneto fra le regioni meglio note della Penisola dal punto di vista botanico.

Pier Andrea Saccardo, ardente patriota, che dopo Caporetto vide la sua diletta Vittorio calpestata, rovinata dalle orde barbariche; che pianse amaramente, non di sgomento per la perdita di ogni avere, ma per la rovina temuta dei suoi ideali, ebbe pure il supremo, ineffabile conforto di assistere al trionfo e alla liberazione dei fratelli da tanto tempo schiavi dello straniero.

Nel suo ritiro di Avellino presso il genero Prof. Trotter, gli giunse la notizia degli eventi gloriosi; esultante d'entusiasmo potè quindi far ritorno con animo sereno alla sua Padova (così duramente provata durante la guerra), dove lo aveva colpito una irreparabile sciagura, la perdita della sua adorata e fedele compagna. Egli allora si raccolse in sè stesso e, con rinnovato ardore, tutto si consacrò al lavoro, nel quale cercò conforto e oblio. Intensificò ancora la sua già eccezionale attività scientifica, serenamente spegnendosi il 12 febbraio ora scorso, fra le collezioni, fra i libri, che erano stati lo scopo della sua esistenza, il sospiro della sua anima innamorata di ogni cosa bella e buona.

Scienziato di Laboratorio non fu egli solamente, ma come insegnante valoroso ed efficace fu lustro e decoro dell'antichissima Cattedra di Botanica dell'Ateneo Padovano. Dalla sua Scuola uscì tutta una schiera di valorosissimi sistematici, che oggi degnamente onorano il Maestro e la scienza e ne seguono l'esempio e le tradizioni.

Per tutta la vita il Saccardo seguì l'ideale che si era prefisso da giovinetto; gli allori che egli raccolse per consenso universale, i suffragi, i premi che le più insigni Accademie di tutto il mondo gli decretarono, additano la sua nobile figura alla riconoscenza nostra, perchè la sua fama è gloria d'Italia.

La nostra Accademia, che annoverò il Saccardo fra i suoi Soci corrispondenti fino dall'8 febbraio del 1885, invia oggi alla famiglia desolata e per essa al suo diletto figlio Domenico, coi sentimenti di condoglianza profondamente e dolorosamente sentiti, l'espressione della sua ammirazione per l'opera da Lui compiuta a vantaggio della scienza e per l'onore della Patria.

Torino, 12 marzo 1920.

L'Accademico Segretario
Carlo Fabrizio Parona

PUBBLICAZIONI FATTE SOTTO GLI AUSPICI DELL'ACCADEMIA

Il Messale miniato del card. Nicolò Roselli detto il cardinale d'Aragona. Codice della Biblioteca nazionale di Torino riprodotto in fac-simile per cura di **C. Frati, A. Baudi di Vesme** e **C. Cipolla.**

Torino, Fratelli Bocca editori, 1906, 1 vol. in-f° di 32 pp. e 134 tavole in fotocollografia.

Il codice evangelico *k* della Biblioteca Universitaria nazionale di Torino, riprodotto in fac-simile per cura di **C. Cipolla, G. De Sanctis** e **P. Fedele.**

Torino, Casa editrice G. Molfese, 1913, 1 vol. in-4° di 70 pagg. e 96 tav.

SOMMARIO

Classi Unite.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 22 Febbraio 1920 . *Pag.* 275

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 22 Febbraio 1920 . *Pag.* 277

Perucca (Eligio). — Sulla elettrizzazione del mercurio per strofinio (Nota I) . . . . „ 278

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 7 Marzo 1920 . *Pag.* 293

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 21 Marzo 1920 . „ 295

Mattirolo (Oreste). — Commemorazione di Pietro Andrea Saccardo (Treviso, 23 aprile 1845 - Padova, 12 febbraio 1920) . „ 296

Tip. Vincenzo Bona - Torino

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. LV, Disp. **11**ª, **12**ª, **13**ª e **14**ª, **1919-1920**

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 3.
1920

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza dell'11 Aprile 1920

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE ENRICO D'OVIDIO
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Soci Salvadori, Segre, Peano, Foà, Guidi, Mattirolo, Panetti, Sacco, Majorana, Rosa, Herlitska e Parona Segretario.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Presidente presenta i nuovi Soci Rosa e Herlitska, dà loro il benvenuto a nome della Classe, rallegrandosi della loro nomina, per la quale nuove forze si aggiungono a rinvigorire l'attività dell'Accademia. I Soci Rosa ed Herlitska rispondono, rinnovando i ringraziamenti per la loro nomina già espressi per lettera.

Il Socio Foà presenta in omaggio la prima dispensa del *Trattato di Anatomia patològica*, da lui pubblicato in collaborazione di parecchi colleghi, e ne parla, richiamando l'attenzione dei colleghi sulla edizione e sulle figure che fanno onore alle Arti grafiche torinesi. Il Socio Guidi fa omaggio della sua Nota *Sul calcolo statico delle dighe a gravità*, ed il Socio Panetti del suo scritto su *Il Laboratorio di aerodinamica del R. Politecnico di Torino*. Come omaggio dell'autore prof. M. Chini, il

Socio PEANO offre con parole di lode i due volumi *Corso speciale di Matematiche ad uso dei chimici e dei naturalisti* (4ª ediz.). *Esercizi di Calcolo infinitesimale* (3ª ediz.). Il Presidente ringrazia a nome della Classe.

Ricorda poi le deliberazioni restrittive del Consiglio di Amministrazione, riguardanti le pubblicazioni accademiche, imposte dalle difficili condizioni finanziarie del momento (23 novembre 1919, 26 febbraio 1920), e fa osservare che, pur troppo, si deve ora applicare il provvedimento pel quale, allorchè il numero dei fogli stampati (*Atti*) giunga a 30 ed il Tesoriere ne avverta i Segretari, si deve chiudere l'accettazione di nuove Note, consentendosi al Socio, a partire da quel momento, solo più la presentazione di una Nota propria, ove egli non abbia già esaurito il numero totale (tre) assegnatogli. Il Segretario aggiunge che il Consiglio di Amministrazione dovrà provvedere al nuovo aggravio nelle spese di stampa per l'aumento del 20 % annunciato in questi giorni dalla tipografia.

Su queste comunicazioni si ha uno scambio di idee fra i Soci SACCO, MAJORANA, FOÀ, PEANO ed il Presidente nell'intento di studiare i modi onde evitare i danni di ulteriori riduzioni nelle pubblicazioni, scopo principale dell'azione accademica. Il Presidente, a nome del Consiglio di Amministrazione, prende atto delle idee e proposte dei colleghi, ed assicura che la Presidenza agisce attivamente nel senso di rimediare per quanto è possibile alle attuali strettezze finanziarie che paralizzano le nostre attività.

Il Socio SEGRE presenta per la stampa negli *Atti*, ma con riserva subordinatamente alle disposizioni ora entrate in vigore, una Nota (III) del Dott. A. TERRACINI intorno ad *Alcune questioni sugli spazi tangenti e osculatori a una varietà.*

Il Socio corrispondente Prof. G. COLONNETTI ha mandato alla Presidenza, pure per la stampa, una sua Nota sui *Rapporti per azioni statiche e dinamiche nei pali di una conduttura elettrica.*

La Classe si raccoglie in seguito in seduta privata e in conformità all'art. 14 dello Statuto accademico procede, mediante votazione a schede segrete, alla elezione del Direttore della Classe. Riesce eletto il Socio Prof. Corrado Segre, salvo l'approvazione Sovrana.

LETTURE

Alcune questioni sugli spazi tangenti e osculatori ad una varietà

Nota III di ALESSANDRO TERRACINI [1]

Determinazione delle V_k $(k \leq 4)$ le cui sezioni iperpiane hanno spazi osculatori di dimensione minore dell'ordinario.

1. — Nella Introduzione alla Nota I, e poi anche al n° 8 della medesima Nota, già ho accennato a un problema connesso cogli altri di cui mi sono occupato in questo lavoro, cioè al problema della determinazione delle V_k le cui sezioni iperpiane hanno spazi osculatori di dimensione minore dell'ordinario. Precisamente, se P è un punto generico di una V_k, S_ω lo spazio in esso osculatore, V'_{k-1} la sezione della V_k con un iperpiano generico σ passante per P, $S_{\omega'}$ lo spazio osculatore in P a V'_{k-1}, appartenente perciò alla intersezione σS_ω, risulta da quel n° 8 che, *in generale*, $S_{\omega'}$ esaurirà l'intersezione σS_ω, ossia sarà $\omega' = \omega - 1$, non appena sia $\omega \leq \frac{(k-1)(k+2)}{2} + 1$, mentre per $\omega > \frac{(k-1)(k+2)}{2} + 1$ sarà, *in generale*, $\omega' = \frac{(k-1)(k+2)}{2}$ [2].

---

[1] Per le Note I e II cfr. questi *Atti*, vol. XLIX, pp. 214-247, adunanza del 14 dicembre 1913, e vol. LI, pp. 695-716, adunanza del 5 marzo 1916.

[2] Colgo quest'occasione per avvertire che nell'ultima linea del n° 8 della Nota I invece di d si deve leggere k (come è scritto, esattamente, nell'enunciato di quel n°); e che nella settima linea dell'enunciato che chiude la Nota II, anzichè “ retta direttrice „ si deve leggere “ curva direttrice „ (come è scritto, esattamente, al n° 4).

Vi sono tuttavia delle V_k *eccezionali*, tali che, per le loro sezioni iperpiane generiche, ω' ha un valore più piccolo di quelli ora indicati: ci vogliamo appunto occupare della ricerca di tali V_k eccezionali, per $k \leq 4$. Il modo di avviare la ricerca è indicato dal risultato già acquisito (v. ancora il n° 8 della Nota I), che quelle V_k sono, tutte e sole, quelle che soddisfanno a un sistema di $d = \frac{k(k+3)}{2} - \omega$ eq. di Laplace lin. ind., tale che la matrice jacobiana delle loro forme associate [3] sia identicamente nulla, di caratteristica $k - (\omega - \omega' - 1)$.

Per $k = 2$, si riconosce immediatamente che *non esiste nessuna superficie di tal fatta*; per $k = 3$, il sistema delle coniche associate sarà costituito dalle coppie di rette (del loro piano) per un punto fisso, cosicchè il teorema del n° 10 della Nota I ci assicura che *le sole* V_3 *del tipo richiesto sono i luoghi generici* [4] *di piani di* S_r *con* $r \geq 6$.

Per $k = 4$, il sistema delle quadriche associate dovrà essere uno di quelli elencati sotto a_1), a_2), a_3), b) e c) nel n° 1 della Nota II, oppure il sistema ∞^2 delle coppie di piani per una retta. *In quest'ultimo caso si trovano,* fondandosi ancora sul n° 10 della Nota I, *le* V_4 *luoghi generici* (cfr. la nota [4]) *di piani di* S_r *con* $r \geq 11$; e, nello stesso modo, *il caso* a_1) *conduce alle* V_4 *luoghi generici di* S_3 *immerse in* S_r *con* $r \geq 8$. Il caso b) rientra fra quelli studiati al n° 12 della Nota I. Restano quindi a trattare i casi a_2), a_3) e c).

2. — Gioverà sgombrare anzitutto il terreno dal caso c), in cui le quadriche, associate al sistema di equazioni di Laplace rappresentato dalle V_4, costituiscono un sistema ∞^3 contenente un sistema ∞^2 formato dalle coppie di piani per una retta r. Ora però, a differenza di quanto si è fatto nella Nota II, ci converrà non escludere quei particolari sistemi di quadriche che soddisfanno contemporaneamente anche alla definizione del caso a) (sistemi lineari di coni col medesimo vertice). Le no-

---

(3) V. Nota I, n° 2.

(4) Generici nel senso che quelle V_3 non debbono rappresentare altre equazioni di Laplace, se non le ∞^2 che esprimono che quelle V_3 sono luoghi di piani.

tazioni sono le medesime che abbiamo definito nel n° 5 della Nota II.

Si tratta di determinare le V_4 che rappresentano tutte e sole le equazioni di un sistema:

$$(1)\qquad \begin{cases} A_1 A_1 x + \sum_r g_{11r} x^{(r)} + g_{11} x = 0 \\ A_2 A_1 x + \sum_r g_{12r} x^{(r)} + g_{12} x = 0 \\ A_2 A_2 x + \sum_r g_{22r} x^{(r)} + g_{22} x = 0 \\ \sum_{r,s} u_{rs} A_s A_r x + \sum_r p_r x^{(r)} + px = 0 \end{cases}$$

(dove i quattro operatori differenziali A_1, A_2, A_3, A_4 siano linearmente indipendenti), nell'ultima delle quali possiamo supporre $u_{11} = u_{12} = u_{22} = 0$. Col procedimento del n° 10 della Nota I le tre prime equazioni conducono a due nuove equazioni di Laplace le cui quadriche associate hanno per equazioni:

$$(2)\qquad \begin{cases} \alpha_1 (\varphi_{21} + \gamma_{12}) - \alpha_2 \gamma_{11} = 0 \,, \\ -\alpha_1 \gamma_{22} + \alpha_2 (\varphi_{12} + \gamma_{21}) = 0 \,. \end{cases}$$

Ora, se non è identicamente $u_{33} = u_{34} = u_{44} = 0$ (cioè nei sottocasi c_1) e c_2) in cui non tutte le quadriche associate alle (1) passano per la retta r), queste quadriche, in quanto passano per la retta r ($\alpha_1 = \alpha_2 = 0$), dovranno appartenere al sistema lineare delle quadriche associate alle tre prime equazioni (1); e perciò segue che γ_{11}, γ_{12}, γ_{22}, φ_{12} si annullano nei punti di quella retta. Il sistema differenziale $A_1 F = A_2 F = 0$ è dunque completo, e si può effettuare un opportuno cambiamento di variabili in modo da dare al sistema (1) la forma ([5]):

$$(1')\qquad \begin{cases} x^{(11)} + \sum_r g_{11r} x^{(r)} + g_{11} x = 0 \\ x^{(12)} + \sum_r g_{12r} x^{(r)} + g_{12} x = 0 \\ x^{(22)} + \sum_r g_{22r} x^{(r)} + g_{22} x = 0 \\ \sum_{r,s} u_{rs} x^{(rs)} + \sum_r p_r x^{(r)} + px = 0 \end{cases}$$

([5]) Indichiamo, per semplicità, i coefficienti delle (1′) cogli stessi simboli usati nelle (1): non occorre avvertire che si tratterà generalmente di funzioni diverse.

E non potrà neppur ora essere identicamente $u_{33}=u_{34}=u_{44}=0$, poichè, variando la scelta dei parametri, il sistema lineare delle quadriche associate alle equazioni di Laplace rappresentate dalla V_4 resta proiettivo a sè stesso (Nota I, n° 2); cosicchè lo stesso ragionamento di sopra prova che $g_{113}=g_{114}=g_{123}=$ $=g_{124}=g_{223}=g_{224}=0$: le superficie $\tau_3=$ cost., $\tau_4=$ cost. rappresentano tre eq. di Lap. lin. ind. e sono perciò piani.

Nei sottocasi c_1) c_2) si ottengono dunque le V_4 luoghi di piani, rappresentanti quattro equazioni di Lap. lin. ind.

3. — Nel sottocaso c_3), in cui tutte le quadriche associate alle (1) del n° precedente passano per la retta r (cioè $u_{33}=$ $=u_{34}=u_{44}=0$), la conclusione precedente non è più valida. Tuttavia si può dimostrare che il sistema $A_1 F=A_2 F=0$ è ancora completo, e dedurre che, se la V_4 non è ancora un luogo di piani, rappresentante quattro eq. di Lap. lin. ind., essa è costituita da ∞^1 V_3, rappresentanti quattro eq. di Lap. lin. ind. Infatti, operiamo per semplicità, nello S_3 delle quadriche associate, un cambiamento di coordinate, ponendo i nuovi piani fondamentali in $\alpha_1=0$, $\alpha_2=0$, $\alpha_3=0$, $\alpha_4=0$, e precisamente poniamo le nuove coordinate θ' di un punto $[\theta]$ proporzionali a $\sum_r a_{1r}\theta_r$, $\sum_r a_{2r}\theta_r$, $\sum_r a_{3r}\theta_r$, $\sum_r a_{4r}\theta_r$. Allora se, colle formole di trasformazione, $\gamma_{12}=\sum_r g_{12r}\theta_r$ diviene identicamente $\gamma'_{12}=$ $=\sum_r g'_{12r}\theta'_r$, ecc. (cosicchè la relazione $\varphi_{12}=-\varphi_{21}=g_{21}-g_{12}$ diviene $\varphi'_{12}=-\varphi'_{21}=g'_{21}-g'_{12}$), dal fatto che le quadriche (2) debbono stare con α_1^2, $\alpha_1\alpha_2$, α_2^2 in un sistema ∞^3, segue:

$$(3)\qquad \left\| \begin{matrix} \varphi'_{213}+g'_{123} & \varphi'_{214}+g'_{124} & -g'_{113} & -g'_{114} \\ -g'_{223} & -g'_{224} & \varphi'_{123}+g'_{213} & \varphi'_{124}+g'_{214} \end{matrix} \right\| = 0.$$

D'altra parte, operiamo sulle tre prime (1) con A_3, A_4 in modo da ricavarne le $A_n A_l A_m x$ $(l, m=1,2;\ n=3,4)$, e quindi anche le $A_l A_n A_m x \sim A_n A_l A_m x+\sum_{r,s} a_{mr}\varphi_{nls}x^{(rs)}$, espresse linearmente per x e le sue derivate prime e seconde; e sostituiamo poi queste espressioni nelle relazioni che si ricavano operando con A_1, A_2 sull'ultima fra le (1): si giunge così a

due nuove equazioni di Laplace, che hanno per quadriche associate:

$$(4)\qquad \begin{aligned} &u_{13}(-\alpha_3\gamma_{1l}+\alpha_1\varphi_{3l})+u_{14}(-\alpha_4\gamma_{1l}+\alpha_1\varphi_{4l})+\\ &+u_{23}(-\alpha_3\gamma_{2l}+\alpha_2\varphi_{3l})+u_{24}(-\alpha_4\gamma_{2l}+\alpha_2\varphi_{4l})+\\ &+A_l(u_{13})\alpha_1\alpha_3+A_l(u_{14})\alpha_1\alpha_4+A_l(u_{23})\alpha_2\alpha_3+\\ &+A_l(u_{24})\alpha_2\alpha_4+\alpha_l\pi=0 \qquad (l=1,2),\end{aligned}$$

dove, come al solito, $\pi=\sum_r p_r\theta_r$. E poichè attualmente tutte le quadriche associate alle (1) contengono la retta $\alpha_1=a_2=0$, così su questa retta dovrà essere:

$$u_{13}\alpha_3\gamma_{1l}+u_{14}\alpha_4\gamma_{1l}+u_{23}\alpha_3\gamma_{2l}+u_{24}\alpha_4\gamma_{2l}=0 \qquad (l=1,2),$$

ossia sarà:

$$(5)\quad \left\{\begin{array}{llll} u_{13}g'_{113} & & +u_{23}g'_{213} & =0\\ u_{13}g'_{123} & & +u_{23}g'_{223} & =0\\ & u_{14}g'_{114} & & +u_{24}g'_{214}=0\\ & u_{14}g'_{124} & & +u_{24}g'_{224}=0\\ u_{13}g'_{114} & +u_{14}g'_{113} & +u_{23}g'_{214} & +u_{24}g'_{213}=0\\ u_{13}g'_{124} & +u_{14}g'_{123} & +u_{23}g'_{224} & +u_{24}g'_{223}=0. \end{array}\right.$$

Ora le u non sono certo tutte nulle, cosicchè in una almeno delle coppie u_{13}, u_{23}; u_{14}, u_{24} v'è una u diversa da zero; se, per fissare le idee, u_{13}, u_{23} sono entrambe nulle, segue dalle due prime (5) $\begin{vmatrix} g'_{113} & g'_{213}\\ g'_{123} & g'_{223}\end{vmatrix}=0$. Allora, se anche u_{14}, u_{24} non sono entrambe identicamente nulle, segue dalla terza e dalla quarta (5) $\begin{vmatrix} g'_{114} & g'_{214}\\ g'_{124} & g'_{224}\end{vmatrix}=0$, mentre, se u_{14}, u_{24} sono entrambe identicamente nulle, lo stesso risultato segue dalle due ultime eguaglianze dello stesso gruppo. In ogni caso si ha dunque:

$$(6)\qquad \begin{vmatrix} g'_{113} & g'_{213}\\ g'_{123} & g'_{223}\end{vmatrix}=\begin{vmatrix} g'_{114} & g'_{214}\\ g'_{124} & g'_{224}\end{vmatrix}=0.$$

Le quali eguaglianze, paragonate colle (3) e tenuto conto che $\varphi'_{12n} = -\varphi'_{21n} = g'_{21n} - g'_{12n}$ $(n = 3, 4)$, porgono $\varphi'_{123} = \varphi'_{124} = 0$. Perciò, anche nel caso attuale, φ_{12} si annulla sulla retta $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$; il sistema $A_1 F = A_2 F = 0$ è completo. Pertanto nel caso c_3) il sistema rappresentato dalla V_4, con un opportuno cambiamento di parametri, è riducibile alla forma:

$$(7) \quad \begin{cases} x^{(11)} + \sum\limits_r g_{11r}\, x^{(r)} + g_{11}\, x = 0 \\ x^{(12)} + \sum\limits_r g_{12r}\, x^{(r)} + g_{12}\, x = 0 \\ x^{(22)} + \sum\limits_r g_{22r}\, x^{(r)} + g_{22}\, x = 0 \\ u_{13}\, x^{(13)} + u_{14}\, x^{(14)} + u_{23}\, x^{(23)} + u_{24}\, x^{(24)} + \sum\limits_r p_r\, x^{(r)} + p x = 0 \end{cases}$$

(cosicchè si può supporre che gli operatori A_1, A_2, A_3, A_4 siano rispettivamente $\frac{\partial}{\partial \tau_1}$, $\frac{\partial}{\partial \tau_2}$, $\frac{\partial}{\partial \tau_3}$, $\frac{\partial}{\partial \tau_4}$); anzi le considerazioni svolte ci permettono inoltre di affermare che sussistono le (3) e le (6) in cui le φ' si pongano uguali a zero e al posto delle g' si sostituiscano le attuali g (giacchè ora i due sistemi $[\theta]$ e $[\theta']$ si possono supporre coincidenti). Ora fra le uguaglianze compendiate nella (3) vi sono le

$$\begin{vmatrix} g_{113} & g_{114} \\ g_{123} & g_{124} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} g_{123} & g_{124} \\ g_{223} & g_{224} \end{vmatrix} = 0$$

che permettono [6] di porre:

$$(8) \quad \begin{cases} g_{113} = \lambda h\,, & g_{114} = \lambda k\,, \\ g_{123} = \mu h\,, & g_{124} = \mu k\,, \\ g_{223} = \nu h\,, & g_{224} = \nu k\,. \end{cases}$$

Dalle (6) segue allora $(\lambda\nu - \mu^2)\, h^2 = (\lambda\nu - \mu^2)\, k^2 = 0$: perciò sarà $h = k = 0$ oppure $\lambda\nu - \mu^2 = 0$. Nel primo caso,

---

[6] La conclusione non cade anche se $g_{123} = g_{124} = 0$, giacchè le (3) mostrano che in tale ipotesi dovrà sussistere almeno una fra le coppie di relazioni $g_{113} = g_{114} = 0$, $g_{223} = g_{224} = 0$.

nelle tre prime fra le (7) non compaiono se non derivazioni fatte rispetto a τ_1, τ_2: si conchiude ancora, come nei casi c_1), c_2), che la V_4 è una ∞^2 di piani. Se invece non è identicamente $h = k = 0$, nel qual caso potremo supporre non tutte identicamente nulle λ, μ, ν, e perciò anche, in virtù della $\lambda\nu - \mu^2 = 0$, non entrambe identicamente nulle λ e ν — per fissare le idee supporremo nel seguito non identicamente nulla la λ — si trae dalle (7), tenuto conto delle (8), che $\mu x^{(11)} - \lambda x^{(12)}$, $\nu x^{(12)} - \mu x^{(22)}$ si esprimono come combinazioni lineari di x, $x^{(1)}$, $x^{(2)}$; le superficie $\tau_3 = \text{cost.}$, $\tau_4 = \text{cost.}$ rappresentano due distinte equazioni di Laplace le cui forme associate contengono, poichè $\lambda\nu - \mu^2 = 0$, uno stesso fattore lineare, e sono perciò sviluppabili [7]. Orbene, queste ∞^2 sviluppabili si ripartiscono in ∞^1 sistemi semplicemente infiniti, dando luogo a ∞^1 V_3, ciascuna delle quali rappresenta quattro eq. di Lap. lin. ind.

Infatti, si osservi anzitutto che l'equazione di Laplace, conseguenza delle (7), la cui quadrica associata è la prima fra le (2), è attualmente:

$$(9)\quad \mu h x^{(13)} + \mu k x^{(14)} - \lambda h x^{(23)} - \lambda k x^{(24)} + (\ldots) x^{(1)} + (\ldots) x^{(1)} + (\ldots) x^{(2)} +$$
$$+ (-\lambda h g_{121} + \nu h g_{112} + \mu h [g_{111} - g_{122}] + (\mu h)^{(1)} - (\lambda h)^{(2)}) x^{(3)} +$$
$$+ (-\lambda k g_{121} + \nu k g_{112} + \mu k [g_{111} - g_{122}] + (\mu k)^{(1)} - (\lambda k)^{(2)}) x^{(4)} = 0,$$

equazione che non può, nelle ipotesi attuali, essere identicamente soddisfatta, e che pertanto non può differire, se non per un fattore, dall'ultima fra le (7), alla quale si può dunque supporre senz'altro sostituita. Si formi allora quella ulteriore equazione di Laplace, conseguenza delle (7), che ha per quadrica associata la prima delle (4) ($l = 1$), cioè la

$$(10)\quad (h [\nu g_{112} - \mu g_{122} + 2\mu^{(1)} - \lambda^{(2)}] + 2\mu h^{(1)} - \lambda h^{(2)}) x^{(13)} +$$
$$+ (k [\nu g_{112} - \mu g_{122} + 2\mu^{(1)} - \lambda^{(2)}] + 2\mu k^{(1)} - \lambda k^{(2)}) x^{(14)} +$$
$$+ (h [- \mu g_{112} + \lambda g_{122} - \lambda^{(1)}] - \lambda h^{(1)}) x^{(23)} +$$
$$+ (k [- \mu g_{112} + \lambda g_{122} - \lambda^{(1)}] - \lambda k^{(1)}) x^{(24)} \sim 0.$$

---

[7] Il risultato vale anche nel caso in cui sia $\mu = \nu = 0$, perchè allora la seconda e la terza fra le equazioni (7) mostrano già che quelle superficie sono sviluppabili.

La proporzionalità fra i coefficienti di $x^{(24)}$, $x^{(34)}$ in questa equazione e nella (9) porge intanto (giacchè $\lambda \neq 0$):

$$\begin{vmatrix} h & h^{(1)} \\ k & k^{(1)} \end{vmatrix} = 0,$$

mentre quella fra i coefficienti di x^{13}, x^{14} permette ulteriormente di concludere, almeno se $\mu \neq 0$:

$$\begin{vmatrix} h & h^{(2)} \\ k & k^{(2)} \end{vmatrix} = 0.$$

Che se fosse poi identicamente $\mu = 0$, e perciò anche $\nu = 0$, la medesima conclusione emerge dal fatto che, mancando allora nella (9) i termini in $x^{(13)}$, $x^{(14)}$, essi dovranno mancare anche nella (10), e quindi sarà $(h\lambda)^{(2)} = (k\lambda)^{(2)} = 0$.

Il rapporto di h e k è dunque funzione delle sole τ_3, τ_4, e perciò l'equazione in F:

$$h\, F^{(3)} + k\, F^{(4)} = 0$$

ammette soluzioni — non costanti — funzioni delle sole τ_3, τ_4. Se σ è una generica fra esse, eseguendo il cambiamento di variabili $\sigma_1 = \tau_1$, $\sigma_2 = \tau_2$, $\sigma_3 = \tau_3$, $\sigma_4 = \sigma\,(\tau_3, \tau_4)$ (certo invertibile salvo, forse, uno scambio fra i due ultimi parametri), nel sistema (7) trasformato le prime tre equazioni vengono a non contenere più derivazioni fatte rispetto a σ_4, e perciò anche la quarta (come risulta dalla ispezione della (9), ove si ponga $k = 0$); vale a dire le V_3 $\sigma_4 =$ cost. rappresentano quattro eq. di Lap. lin. ind.

Concludendo, si può affermare che *nel caso c), le* V_4 *cercate*, appartenenti a S_r con $r \geq 10$, *sono le* V_4 *luoghi di piani, rappresentanti quattro eq. di Lap. lin. ind., e inoltre altre* V_4 *appartenenti alla classe delle* V_4, *luoghi generici* [8] *di* $\infty^1 V_3$ *rappresentanti ciascuna quattro eq. di Lap. lin. ind.* Per le V_4 del

---

[8] Generici nel senso che le V_4 non rappresentino altre eq. di Lap. se non quelle esprimenti appunto che esse sono luoghi di $\infty^1 V_3$ rappresentanti quattro eq. di Lap. lin. ind.

primo tipo è ben chiaro che esse risolvono il nostro problema nel caso c); per quelle del secondo tipo si può ancora affermare che esse risolvono tutte il problema, per quanto esse corrispondano ovviamente al caso a_3), e perciò, in generale, non al caso c). Le V_3 di cui risultano luogo queste V_4, e pertanto anche le stesse V_4, si sanno costruire tutte (9); esse si troveranno enumerate nell'enunciato finale di questo lavoro.

4. — Nel sottocaso a_2), in cui le quadriche associate alle equazioni di Laplace rappresentate dalla V_4 costituiscono un sistema ∞^4 di coni col medesimo vertice, il sistema di equazioni di Laplace rappresentato dalla V_4 si può supporre della forma:

$$(11)\quad \left\{\begin{array}{l} A_2 A_1 x + \sum_r g_{12r}\, x^{(r)} + g_{12}\, x = 0 \\ A_3 A_1 x + \sum_r g_{13r}\, x^{(r)} + g_{13}\, x = 0 \\ A_3 A_2 x + \sum_r g_{23r}\, x^{(r)} + g_{23}\, x = 0 \\ A_1 A_1 x + \rho_1 A_3 A_3 x + \sum_r g_{11r}\, x^{(r)} + g_{11}\, x = 0 \\ A_2 A_2 x + \rho_2 A_3 A_3 x + \sum_r g_{22r}\, x^{(r)} + g_{22}\, x = 0 \end{array}\right.$$

dove i tre operatori A_1, A_2, A_3 si suppongono (come in tutto seguito di questo lavoro) linearmente indipendenti.

Il calcolo delle espressioni $A_n A_m A_l x - A_m A_n A_l x$ $(l, m, n = 1, 2, 3;\ l \neq m \neq n)$ desunte dalle prime tre equazioni, porge intanto tre nuove equazioni di Laplace, conseguenze delle (11), le cui quadriche associate hanno per equazione:

$$(12)\quad \left\{\begin{array}{l} \alpha_1 \varphi_{23} + \alpha_3 \gamma_{12} - \alpha_2 \gamma_{13} = 0 \\ \alpha_2 \varphi_{31} + \alpha_1 \gamma_{23} - \alpha_3 \gamma_{21} = 0 \\ \alpha_3 \varphi_{12} + \alpha_2 \gamma_{31} - \alpha_1 \gamma_{32} = 0\,. \end{array}\right.$$

E poichè esse devono avere un punto doppio in $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$, segue che φ_{12}, φ_{13}, φ_{23}, γ_{12}, γ_{13}, γ_{23} sono combinazioni lineari

(9) Cfr. la mia Nota: *Sulle* V_k *che rappresentano più di* $\frac{k(k-1)}{2}$ *equazioni di Laplace linearmente indipendenti.* " Rend. del Circ. mat. di Palermo ", t. XXXIII (1912), pp. 176-186.

di α_1, α_2, α_3. Di più, operando con A_2 e con A_1 rispettivamente sulla quarta e sulla quinta equazione (11), e ricavando $A_2 A_1 A_1 x \sim A_1 A_2 A_1 x + \sum_{r,s} a_{1r} \varphi_{12s} x^{(rs)}$ dalla prima equazione, si ottengono ancora due equazioni di Laplace, aventi per quadriche associate:

$$(13) \quad \begin{cases} -\alpha_1 \gamma_{12} + \alpha_1 \varphi_{12} + A_2(\rho_1)\alpha_3^2 + \rho_1(-\alpha_3\gamma_{32} + \alpha_3\varphi_{32}) + \alpha_2\gamma_{11} = 0, \\ -\alpha_2 \gamma_{21} + \alpha_2 \varphi_{21} + A_1(\rho_2)\alpha_3^2 + \rho_2(-\alpha_3\gamma_{31} + \alpha_3\varphi_{31}) + \alpha_1\gamma_{22} = 0. \end{cases}$$

Anche per queste quadriche il punto $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$ è doppio, e perciò in quel punto è anche $\gamma_{11} = \gamma_{22} = 0$. Tutto questo prova che il sistema $A_1 F = A_2 F = A_3 F = 0$ è completo, e che, assumendo come nuovo parametro τ_4 una soluzione di tale sistema, nel sistema (11) trasformato non compaiono più derivate fatte rispetto a τ_4; cioè le V_3 $\tau_4 =$ cost. rappresentano cinque equazioni di Lap. lin. ind. Ora una V_3 rappresentante cinque equazioni di Lap. lin. ind. (v. la nota (9)) o sta in S_4, o è una ∞^1 di piani sviluppabile ordinaria, eventualmente degenere. La V_4 in questione sarà dunque costituita da ∞^1 V_3 di S_4, o da ∞^1 piani di una sviluppabile ordinaria (insieme coi casi degeneri). Viceversa, le V_4 generiche (dove la parola *generiche* ha un significato analogo a quello definito nella nota (8)) fra quelle di questi due tipi rappresentano cinque sole eq. di Lap. lin. ind. e corrispondono proprio al caso a_2). Quindi *le* V_4 *corrispondenti al caso* a_2) (situate in S_r con $r \geq 9$) *sono* V_4 *generiche fra quelle costituite da* $\infty^1 V_3$ *di* S_4, *o da* ∞^1 *sviluppabili ordinarie di piani (insieme coi casi degeneri).*

Non è forse senza interesse osservare che in modo perfettamente analogo si dimostra che, se una V_k rappresenta tutte e sole le equazioni di un sistema:

$$(11') \quad \begin{cases} A_m A_n x \sim 0 \qquad (m, n = 1, 2, \ldots p;\ m \neq n) \\ A_m A_m x + \rho_m A_p A_p x \sim 0 \qquad (m = 1, 2, \ldots p-1) \end{cases}$$

dove i p operatori differenziali A sono linearmente indipendenti, essa, se $p > 2$, è luogo di ∞^{k-p} V_p, ciascuna delle quali rappresenta $\frac{p(p+1)}{2} - 1$ eq. di Lap. lin. ind., cioè luogo di ∞^{k-p} V_p appartenenti ciascuna a uno S_{p+1}, oppure di ∞^{k-p} luoghi di S_{p-1}

sviluppabili ordinarie eventualmente degeneri. E di qui segue facilmente il risultato, che estende, in un certo senso, il teorema finale del n° 10 della Nota I:

Se una V_k *ammette in ogni punto generico un cono* V_{p-1}^2 *di tangenti tripunte, con* $p > 2$, *e se essa non rappresenta altre equazioni di Laplace se non quelle che esprimono questa proprietà, essa una* ∞^{k-p} *di* V_p *appartenenti ciascuna a uno* S_{p+1}, *oppure una* ∞^{k-p} *di luoghi di* S_{p-1} *sviluppabili ordinarie, eventualmente degeneri* (nella seconda alternativa quel cono V_{p-1}^2 essendo costituito da uno S_{p-1} doppio).

5. — Resta finalmente a studiare il sottocaso a_3), in cui le quadriche associate alle equazioni di Laplace rappresentate dalla V_4 costituiscono un sistema ∞^3 di coni col medesimo vertice. Come già si è osservato alla fine del n° 3, le V_4 luoghi generici di ∞^1 V_3 rappresentanti ciascuna quattro eq. di Lap. lin. ind., forniscono appunto delle V_4 di questo tipo; risulterà però che esse non sono le sole.

La trattazione di questo caso riuscirà un po' minuziosa in quanto, per conseguire una certa semplicità nei calcoli, saremo condotti a distinguerlo ancora, a sua volta, in vari sottocasi. Precisamente, segando il sistema ∞^3 dei coni quadrici associati con un piano generico, si otterrà un sistema ∞^3 di coniche luogo, avente come polare una schiera di coniche inviluppo G, che apparterrà necessariamente a uno dei seguenti tipi, proiettivamente distinti:

I. le coniche di G ammettono uno stesso trilatero autopolare;

II. sono tangenti in un punto, e ammettono ulteriormente due tangenti in comune;

III. sono osculatrici di un punto;

IV. hanno in comune un contatto quadripunto;

V. sono bitangenti;

VI. costituiscono un'involuzione di coppie di punti su una punteggiata;

VII e VIII. sono costituite da un punto fisso, e da un punto variabile su una retta che rispettivamente non gli appartiene o gli appartiene.

Nei casi VII e VIII le relative V_4 corrispondono, oltre che al caso a_3), anche al caso c), e quindi sono da ritenersi già note; ci limiteremo pertanto a trattare gli altri casi.

6. — Nella ipotesi I, il sistema rappresentato dalla V_4 si può supporre ridotto alla forma:

$$(14)\quad \begin{cases} A_2 A_1 x + \sum_r g_{12r} x^{(r)} + g_{12} x = 0 \\ A_3 A_1 x + \sum_r g_{13r} x^{(r)} + g_{13} x = 0 \\ A_3 A_2 x + \sum_r g_{23r} x^{(r)} + g_{23} x = 0 \\ \rho_1 A_1 A_1 x + \rho_2 A_2 A_2 x + \rho_3 A_3 A_3 x + \sum_r g_r x^{(r)} + g x = 0, \end{cases}$$

dove nessuna delle tre funzioni ρ_1, ρ_2, ρ_3 sia identicamente nulla. Dalle prime tre equazioni segue intanto, come al n° 4, che il sistema $A_1 F = A_2 F = A_3 F = 0$ è completo, e che inoltre per $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$ è $\gamma_{12} = \gamma_{13} = \gamma_{23} = 0$. Approfittando nel solito modo di questa circostanza possiamo intanto supporre $a_{14} = a_{24} = a_{34} = g_{124} = g_{134} = g_{234} = 0$. Applichiamo di nuovo in questa ipotesi lo stesso procedimento, deducendone p. es. l'equazione di Laplace la cui quadrica associata è la prima delle (12); essa è:

$$\sum_{rs} a_{1s} \varphi_{23r} x^{(rs)} + \sum_{rs} a_{3s} g_{12r} x^{(rs)} - \sum_{rs} a_{2s} g_{13r} x^{(rs)} + \sum_{rs} a_{1s}^{(r)} \varphi_{23r} x^{(s)} +$$
$$+ \sum_{rs} (a_{3s} g_{12r}^{(s)} - a_{2s} g_{13r}^{(s)}) x^r + A_3 (g_{12} x) - A_2 (g_{13} x) = 0.$$

In questa equazione non compare la derivata $x^{(4)}$; pertanto è $g_4 = 0$, oppure essa è combinazione lineare delle sole prime tre equazioni (14). Nella prima ipotesi, in nessuna delle equazioni (14) compaiono derivate fatte rispetto a τ_4, e perciò le V_3 $\tau_4 = \text{cost.}$ rappresentano quattro eq. di Lap. lin. ind., e la V_4 è una ∞^1 di V_3 rappresentanti ciascuna quattro eq. di Lap. lin. ind. Occupiamoci dunque della seconda ipotesi, in cui le forme che stanno al primo membro delle (12) sono combinazioni lineari di $\alpha_1 \alpha_2$, $\alpha_1 \alpha_3$, $\alpha_2 \alpha_3$; allora φ_{23}, γ_{23}, γ_{32} risultano combinazioni lineari delle sole α_2, α_3, ecc. Ciascuno dei tre sistemi $A_2 F = A_3 F = 0$; $A_1 F = A_3 F = 0$; $A_1 F = A_2 F = 0$, nella funzione incognita F, è dunque completo, e si possono sostituire a τ_1, τ_2, τ_3 tre nuovi parametri che siano rispettivamente soluzioni di questi tre sistemi (si può sempre fare in modo che il cambiamento di parametri sia invertibile). Il sistema (14) è pertanto riducibile alla forma:

$$(15)\quad\begin{cases} x^{(23)} \qquad\qquad + g_{232}\,x^{(2)} + g_{233}\,x^{(3)} + g_{23}\,x = 0 \\ x^{(13)} + g_{131}\,x^{(1)} \qquad\qquad + g_{133}\,x^{(3)} + g_{13}\,x = 0 \\ x^{(12)} + g_{121}\,x^{(1)} + g_{122}\,x^{(2)} \qquad\qquad + g_{12}\,x = 0 \\ \rho_1\,x^{(11)} + \rho_2\,x^{(22)} + \rho_3\,x^{(33)} + g_1\,x^{(1)} + g_2\,x^{(2)} + g_3\,x^{(3)} + \\ \qquad\qquad + g_4\,x^{(4)} + g\,x = 0 \end{cases}$$

(dove si è tenuto conto delle condizioni trovate per γ_{23}, ecc.), coll'ipotesi che anche ora g_4 non sia identicamente nullo (per non ricadere nel caso già trattato), e che nessuna delle ρ sia identicamente nulla. Ci si può poi anche ridurre, dividendo le x per una stessa soluzione del sistema (15), al caso in cui $g_{12} = g_{13} = g_{23} = g = 0$; indicheremo in seguito con (15′) il sistema (15) così trasformato. Tra i coefficienti che compaiono nelle (15′) devono intercedere parecchie relazioni di cui diremo al n° 7; in particolare, il fatto che la V_4 non può rappresentare equazioni del primo ordine porta a stabilire, tra i coefficienti delle prime tre equazioni, delle relazioni che già furono considerate dal Darboux ([10]). Ciascuna delle V_3 $\tau_4 =$ cost. rappresenta dunque un sistema di tre equazioni di Laplace [le tre prime del sistema (15)], la forma delle quali mette in evidenza, su di essa, l'esistenza di tre sistemi ∞^1 di superficie che si tagliano secondo *linee coniugate*, nel senso che *le linee secondo le quali ogni superficie di un sistema è segata dalle superficie degli altri due sistemi costituiscono* (su quella superficie) *due sistemi coniugati*. Una tale V_3, in quanto non verifichi delle ulteriori equazioni di Laplace, sarà chiamata brevemente nel seguito *V_3 di Darboux*; essa si può anche definire come *una* V_3 *rappresentante tre sole eq. di Lap. lin. ind., e contenente tre sistemi ∞^1 di superficie, tali che i piani tangenti alle superficie di un sistema nei punti della linea intersezione di due superficie dei rimanenti due sistemi costituiscono una sviluppabile ordinaria (eventualmente degenere).*

Le V_4 *che andiamo ricercando, rappresentanti il sistema* (15) *con* $g_4 \neq 0$ *appaiono dunque* intanto *come* V_4 *di* S_r $(r \geq 10)$

([10]) *Leçons sur la théorie générale des surfaces.* Paris, 1887-1896, Quatrième Partie, n° 1039 e segg.

luoghi di $\infty^1 V_3$ *di Darboux che abbiano per la* V_4 *comportamento asintotico*, nel senso che gli S_6 osculatori a una di quelle V_3 contengano lo S_4 tangente a V_4 nel punto di osculazione; e precisamente come varietà generiche tra le V_4 ora descritte, dove alla parola generiche attribuiamo, come al solito, il significato che quelle V_4 non debbono rappresentare altre eq. di Lap., se non quelle che esprimono la proprietà mediante la quale esse sono state definite. L'effettiva esistenza di tali V_4 risulta dagli sviluppi del seguente n° 7.

7. — Le relazioni fra i coefficienti delle tre prime (15′) osservate dal Darboux, di cui è cenno al n° precedente, permettono intanto di scrivere quel sistema sotto la forma:

$$(16)\quad \left\{ \begin{aligned} x^{(23)} &= \phantom{h_1^{(3)} x^{(1)} +{}} h_2^{(3)} x^{(2)} + h_3^{(2)} x^{(3)} \\ x^{(13)} &= h_1^{(3)} x^{(1)} \phantom{{}+ h_2^{(3)} x^{(2)}} + h_3^{(1)} x^{(3)} \\ x^{(12)} &= h_1^{(2)} x^{(1)} + h_2^{(1)} x^{(2)} \\ \rho_1 x^{(11)} + \rho_2 x^{(22)} &+ \rho_3 x^{(33)} + g_1 x^{(1)} + g_2 x^{(2)} + g_3 x^{(3)} + g_4 x^{(4)} = 0 \end{aligned} \right.$$

dove le funzioni h_1, h_2, h_3 soddisfanno alle:

$$(17)\quad \left\{ \begin{aligned} h_1^{(23)} &= h_3^{(2)} h_1^{(3)} + h_2^{(3)} h_1^{(2)} - h_1^{(2)} h_1^{(3)} \\ h_2^{(13)} &= h_1^{(3)} h_2^{(1)} + h_3^{(1)} h_2^{(3)} - h_2^{(3)} h_2^{(1)} \\ h_3^{(12)} &= h_2^{(1)} h_3^{(2)} + h_1^{(2)} h_3^{(1)} - h_3^{(1)} h_3^{(2)}. \end{aligned} \right.$$

Le tre prime equazioni (16) permettono, con opportune derivazioni, di ricavare le derivate terze del tipo $x^{(112)}$, espresse linearmente mediante le derivate prime e seconde della x; così:

$$(18)\quad x^{(112)} = h_1^{(2)} x^{(11)} + (h_1^{(2)} h_2^{(1)} + h_1^{(12)})\, x^{(1)} + (h_2^{(1)} h_2^{(1)} + h_2^{(11)})\, x^{(2)};$$

e, successivamente, dall'ultima delle (16), derivata rispetto a τ_1, τ_2, τ_3 separatamente, si possono ricavare, in quanto le ρ sono diverse da zero, le derivate terze $x^{(111)}$, $x^{(222)}$, $x^{(333)}$, espresse ancora linearmente per le derivate prime e seconde della x; così p. es.:

$$
\begin{aligned}
(19) \qquad & \sum_{s=1}^{3} \rho_s^{(1)} x^{(ss)} + \sum_{r=1}^{4} g_r^{(1)} x^{(r)} + \rho_1 x^{(111)} + \\
& + \rho_2 (h_2^{(1)} x^{(22)} + (h_1^{(2)} h_2^{(1)} + h_2^{(12)}) x^{(2)} + (h_1^{(2)} h_1^{(2)} + h_1^{(22)}) x^{(1)}) + \\
& + \rho_3 (h_3^{(1)} x^{(33)} + (h_1^{(3)} h_3^{(1)} + h_3^{(13)}) x^{(3)} + (h_1^{(3)} h_1^{(3)} + h_1^{(33)}) x^{(1)}) + \\
& + g_1 x^{(11)} + g_2 (h_1^{(2)} x^{(1)} + h_2^{(1)} x^{(2)} + g_3 (h_1^{(3)} x^{(1)} + h_3^{(1)} x^{(3)}) + \\
& + g_4 x^{(14)} = 0.
\end{aligned}
$$

La (18) poi, derivata rispetto a τ_1, permetterà, tenuto conto di quanto precede, di ricavare $x^{(1112)}$, espressa ancora linearmente per le derivate prime e seconde di x. Allora, se si deriva la (19) rispetto a τ_2, e si sostituiscono le derivate terze e quarte di x, che così prendono origine, mediante le espressioni di cui si è detto, si trova una equazione di Laplace, conseguenza delle (16), di cui scriviamo per ora i soli termini contenenti $x^{(14)}$ e $x^{(24)}$:

$$
(20) \qquad \left[g_4^{(2)} - \frac{\rho_1^{(2)}}{\rho_1} g_4\right] x^{(14)} + \left[g^{(1)} - \frac{\rho_2^{(1)}}{\rho_2} g_4\right] x^{(24)} + \ldots = 0.
$$

Ora, poichè termini in $x^{(14)}$, $x^{(24)}$ non compaiono nelle (16), essi dovranno mancare altresì nella (20); perciò, con opportune permutazioni di indici sulle relazioni che ne seguono, si deduce intanto:

$$
(\log \rho_2)^{(1)} = (\log \rho_3)^{(1)} = (\log g_4)^{(1)}, \text{ ecc.}
$$

e perciò ρ_1, ρ_2, ρ_3 sono proporzionali a tre funzioni rispettivamente delle sole τ_1, τ_4; τ_2, τ_4; τ_3, τ_4. Quindi, moltiplicando l'ultima fra le (16) per un opportuno fattore, si può supporre senz'altro:

$$
(21) \qquad \rho_i = \rho_i(\tau_i, \tau_4) \qquad (i = 1, 2, 3).
$$

$$
(22) \qquad g_4 = g_4(\tau_4).
$$

Ciò posto, se si scrive in questa ipotesi per disteso la (20), si trova che in essa manca il termine in $x^{(33)}$, e perciò, se si tien conto delle tre prime (16), essa si deve ridurre a un'identità. Scrivendo che in essa sono nulli i coefficienti di $x^{(11)}$ e $x^{(22)}$, si hanno le relazioni:

$$
g_1^{(2)} + 2\rho_1 h_1^{(12)} = 0,
$$

$$
g_2^{(1)} + 2\rho_2 h_2^{(12)} = 0,
$$

che, insieme colle loro analoghe, permettono di porre:

$$g_i + 2\rho_i h_i^{(i)} = 2\rho_i f_i^{(i)}(\tau_i, \tau_4) \qquad (i = 1, 2, 3).$$

Perciò, introducendo delle nuove h, che chiamiamo pel momento h', e in seguito indichiamo ancora con h, definite in funzione delle primitive mediante le

$$h_i' = h_i - f_i(\tau_i, \tau_4) \qquad (i = 1, 2, 3), \tag{23}$$

[cosicchè $h_1^{(2)}$, $h_1^{(3)}$, ecc. restano invariate, e inoltre le nuove h verificano ancora le (17)], si avrà:

$$g_i + 2\rho_i h_i^{(i)} = 0 \qquad (i = 1, 2, 3). \tag{24}$$

Finalmente, nella (20) il termine in $x^{(3)}$ manca; scrivendo che quelli in $x^{(1)}$ e $x^{(2)}$ hanno coefficienti nulli, e permutando poi convenientemente gli indici, si ha un sistema di sei ulteriori relazioni:

$$\begin{aligned} &\rho_1^{(1)}(h_2^{(1)} h_2^{(1)} + h_2^{(11)} - 2h_1^{(2)} h_2^{(1)}) + \rho_2^{(2)}(h_1^{(2)} h_2^{(1)} - h_2^{(12)}) + \\ &+ \rho_1 (2h_2^{(1)} h_2^{(11)} - 2h_2^{(1)} h_1^{(11)} + h_2^{(111)} - 2h_1^{(1)} h_2^{(11)}) + \\ &+ \rho_2 (2h_2^{(1)} h_1^{(22)} - h_2^{(122)} + 2h_1^{(2)} h_2^{(12)} - 2h_2^{(2)} h_2^{(12)}) + \\ &+ \rho_3 (h_2^{(1)} h_1^{(33)} - h_2^{(3)} h_3^{(13)} + h_3^{(1)} h_2^{(33)} - h_2^{(1)} h_2^{(33)} + \\ &+ h_2^{(3)} h_2^{(3)} h_3^{(1)} + h_1^{(3)} h_2^{(3)} h_3^{(1)} + h_1^{(3)} h_1^{(3)} h_2^{(1)} - \\ &- h_2^{(1)} h_2^{(3)} h_2^{(3)} - 2h_3^{(3)} h_2^{(13)}) + g_4 h_2^{(14)} = 0, \text{ ecc.} \end{aligned} \tag{25}$$

Viceversa, quando i coefficienti che compaiono nel sistema (16) *soddisfanno alle varie relazioni trovate* [*cioè le* (17), (21), (22), (24), (25)], *il sistema* (16) *ammette* ([11]) UN *integrale* x *tale che per* $\tau_1 = \bar{\tau}_1$, $\tau_2 = \bar{\tau}_2$, $\tau_3 = \bar{\tau}_3$, x, $x^{(1)}$, $x^{(2)}$, $x^{(3)}$, $x^{(11)}$, $x^{(22)}$ *si riducano rispettivamente a sei funzioni, arbitrariamente date, della sola* τ_4. Ne segue poi subito che, quando queste funzioni siano assegnate in modo generico corrispondentemente a ciascuna di quelle soluzioni di (16) che si assume come coordinata di una V_4 di S_r

---

([11]) Cfr. p. es. C. Riquier, *Les systèmes d'équations aux dérivées partielles*, Paris, 1910, v. il n° 170.

(con $r \geq 10$) integrale del sistema stesso, questa V_4 non rappresenta altre equazioni di Laplace, se non le combinazioni lineari delle (16) stesse.

Alle condizioni iniziali si potrà dare talora una forma più simmetrica. Precisamente, se si indica con $R(x)$ il primo membro dell'ultima equazione (16), ogniqualvolta sussistano le due seguenti proprietà:

1) l'equazione $R(x) = 0$ possiede una e una sola soluzione, che ammette derivate quarte rispetto a τ_1, τ_2, τ_3, la quale per $\tau_4 = \overline{\tau}_4$ si riduce a una data funzione di τ_1, τ_2, τ_3;

2) Il sistema nelle tre funzioni incognite u_{23}, u_{13}, u_{12}:

$$(26)\quad \left\{ \begin{aligned} & R(u_{23}) + \rho_2^{(2)} u_{23}^{(2)} + \rho_3^{(3)} u_{23}^{(3)} + \lambda_{23} u_{23} + 2\rho_1 (h_3^{(12)} - h_1^{(12)}) u_{13} + \\ & \qquad + 2\rho_1 (h_2^{(13)} - h_1^{(13)}) u_{12} = 0 \\ & R(u_{13}) + \rho_1^{(1)} u_{13}^{(1)} + \rho_3^{(3)} u_{13}^{(3)} + \lambda_{13} u_{13} + 2\rho_2 (h_1^{(23)} - h_2^{(23)}) u_{12} + \\ & \qquad + 2\rho_2 (h_3^{(12)} - h_2^{(12)}) u_{23} = 0 \\ & R(u_{12}) + \rho_1^{(1)} u_{12}^{(1)} + \rho_2^{(2)} u_{12}^{(2)} + \lambda_{12} u_{12} + 2\rho_3 (h_1^{(23)} - h_3^{(23)}) u_{13} + \\ & \qquad + 2\rho_3 (h_2^{(13)} - h_3^{(13)}) u_{23} = 0 \end{aligned} \right.$$

dove si è posto:

$$\lambda_{23} = 2\rho_2 (h_3^{(22)} - h_2^{(22)}) + 2\rho_3 (h_2^{(33)} - h_3^{(33)}) - 2\rho_2^{(2)} h_2^{(2)} - 2\rho_3^{(3)} h_3^{(3)} + \\ + \rho_2^{(2)} h_3^{(2)} + \rho_3^{(3)} h_2^{(3)}, \text{ ecc.}$$

non ammette altri sistemi di soluzioni nulle per $\tau_4 = \overline{\tau}_4$, se non quelle identicamente nulle:
allora *il sistema* (16) *ammette* UN *integrale* x *tale che*

$$x(\tau_1, \overline{\tau}_2, \overline{\tau}_3, \overline{\tau}_4), \qquad x(\overline{\tau}_1, \tau_2, \overline{\tau}_3, \overline{\tau}_4), \qquad x(\overline{\tau}_1, \overline{\tau}_2, \tau_3, \overline{\tau}_4)$$

si riducano a tre funzioni arbitrarie rispettivamente delle sole τ_1, τ_2, τ_3, *siano* $\theta_{23}(\tau_1)$, $\theta_{13}(\tau_2)$, $\theta_{12}(\tau_3)$, *colla restrizione* $\theta_{23}(\overline{\tau}_1) = \theta_{13}(\overline{\tau}_2) = \theta_{12}(\overline{\tau}_3)$.

Invero, sia $\varphi(\tau_1, \tau_2, \tau_3)$ quella soluzione del sistema formato dalle tre prime equazioni (16), per $\tau_4 = \overline{\tau}_4$, che corrisponde [12])

([12]) Cfr. DARBOUX, op. cit., v. il n° 1040.

alle condizioni iniziali ora indicate, e sia x la soluzione di $R(x)=0$ che per $\tau_4=\bar{\tau}_4$ si riduce a $\varphi(\tau_1, \tau_2, \tau_3)$. Posto:

$$\begin{cases} s_{23}=x^{(23)}-h_2^{(3)}x^{(2)}-h_3^{(2)}x^{(3)}, \\ s_{13}=x^{(13)}-h_1^{(3)}x^{(1)}-h_3^{(1)}x^{(3)}, \\ s_{12}=x^{(12)}-h_1^{(2)}x^{(1)}-h_2^{(1)}x^{(2)}, \end{cases}$$

il calcolo di $R(s_{12})$, ecc., tenuto conto della $R(x)=0$ e delle varie relazioni che intercedono fra i coefficienti delle (16), porta precisamente a scrivere che sono soddisfatte le (26) dove alle u si sostituiscano le s; e poichè per $\tau_4=\bar{\tau}_4$ le s si annullano (giacchè allora $x=\varphi$), segue dalle ipotesi fatte che le s si annulleranno ovunque, e perciò la x soddisfa, per ogni valore di τ_4, anche alle tre prime equazioni (16) ([13]).

8. — Per il sistema definito dalle tre prime equazioni (16) il Darboux ([14]) ha mostrato l'esistenza di *trasformazioni di Laplace* che dàn luogo a nuovi sistemi di tre equazioni costituite in modo analogo. Orbene, tali trasformazioni di Laplace mutano anche la quarta equazione (16) in una equazione del medesimo tipo, e perciò tutto il sistema (16) in un sistema del medesimo tipo.

Poniamo infatti, col Darboux, p. es.

$$y=x^{(2)}-h_3^{(2)}x, \tag{27}$$

dove x è una soluzione del sistema (16); il calcolo di $y^{(1)}$, $y^{(2)}$, $y^{(3)}$, $y^{(4)}$ porge intanto che il punto y descrive una V_4' (e non una varietà di dimensione minore) fintantochè

$$[h_1^{(2)}-h_3^{(2)}]\,[h_3^{(23)}-h_2^{(3)}h_3^{(2)}]\neq 0. \tag{28}$$

Si calcolino poi le derivate seconde di y. Per semplificare i calcoli, si può supporre di avere effettuato un cambiamento

---

([13]) Non occorre naturalmente richiamare l'attenzione sul fatto che la presenza dell'equazione parabolica $R(x)=0$ nel sistema (16) fa sì che gli integrali del sistema dipendono da un numero diverso di funzioni arbitrarie di una variabile, secondo che questa è p. es. τ_3 oppure τ_4.

([14]) Op. cit., v. il n° 1042.

di variabili, in modo che ρ_1, ρ_2, ρ_3 siano costanti, ciò che è certamente possibile in virtù delle (21). In base ai valori delle derivate seconde così ottenuti, risulta che il punto $\rho_1 y^{(11)} + \rho_2 y^{(22)} + \rho_3 y^{(33)} + g_4 y^{(4)}$ è una combinazione lineare dei punti x, $x^{(1)}$, $x^{(2)}$, $x^{(22)}$, ossia, come scriveremo più brevemente:

$$\rho_1 y^{(11)} + \rho_2 y^{(22)} + \rho_3 y^{(33)} + g_4 y^{(4)} = (x, x^{(1)}, x^{(2)}, x^{(22)}),$$

e perciò anche, esprimendo linearmente, ciò che è possibile nella ipotesi (28), x, $x^{(1)}$, $x^{(2)}$, $x^{(22)}$ per y, $y^{(1)}$, $y^{(2)}$, $y^{(3)}$, risulta:

$$\rho_1 y^{(11)} + \rho_2 y^{(22)} + \rho_3 y^{(33)} + g_4 y^{(4)} = (y, y^{(1)}, y^{(2)}, y^{(3)}).$$

La varietà descritta da y rappresenta dunque, in quanto non degeneri, ancora un sistema del tipo (16), *cioè contiene* ∞^1 V_3 *di Darboux che hanno per essa comportamento asintotico. Di più, in generale, essa è affatto analoga alla* V_4 *di partenza, anche in quanto non rappresenta ulteriori equazioni di Laplace.*

L'ultima parte dell'enunciato, la quale in sostanza afferma che i punti

$$(29) \qquad y, y^{(1)}, y^{(2)}, y^{(3)}, y^{(4)}, y^{(11)}, y^{(22)}, y^{(14)}, y^{(24)}, y^{(34)}, y^{(44)}$$

sono in generale linearmente indipendenti, si giustifica esaminando le espressioni esplicite di tali punti come combinazioni lineari di

$$x, x^{(1)}, x^{(2)}, x^{(3)}, x^{(4)}, x^{(11)}, x^{(22)}, x^{(14)}, x^{(24)}, x^{(44)}, x^{(224)}, x^{(244)},$$

i quali punti intanto sono tra loro, in generale, linearmente indipendenti [cfr. nel n° 7 il primo sistema di condizioni iniziali atto a individuare una soluzione di (16)]. Da questo esame risulta invero che in quelle combinazioni lineari, $x^{(224)}$ e $x^{(244)}$ compaiono rispettivamente (con coefficienti non nulli) nelle sole espressioni di $y^{(24)}$ e $y^{(44)}$; $x^{(14)}$, con coefficiente $h_1^{(2)} - h_3^{(2)}$, nella espressione della sola $y^{(14)}$; $x^{(3)}$, con coefficiente $\frac{\rho_3}{\rho_2}[h_3^{(23)} - h_2^{(3)} h_3^{(2)}]$, nella espressione della sola $y^{(22)}$. Poi, fra i residui punti (29), $y^{(11)}$ è il solo nella cui espressione entri $x^{(11)}$ (con coefficiente $h_1^{(2)} - h_3^{(2)}$), e $y^{(4)}$, $y^{(34)}$ sono i soli nelle cui espressioni entrano

$x^{(4)}$ e $x^{(24)}$, con coefficienti il cui determinante è $h_3^{(23)} - h_2^{(3)} h_3^{(2)} \neq 0$ nella ipotesi (28). Inoltre, in questa stessa ipotesi, anche tutti gli altri coefficienti di cui or ora si è detto sono $\neq 0$. Non restano più allora, fra i punti (29), se non y, $y^{(1)}$, $y^{(2)}$, $y^{(3)}$, che già sappiamo essere, per la (28), linearmente indipendenti. Quindi i punti (29) in generale risultano, come si è affermato, linearmente indipendenti.

Concludiamo dunque:

Le V_4 *in questione ammettono in generale sei trasformate di Laplace, affatto analoghe ad esse, ciascuna delle quali ha con la* V_4 *originaria* ∞^3 *tangenti in comune* ([15]).

Le trasformate di Laplace della V_4 possono poi degenerare in varietà di minor dimensione incontrate, senza contatto, da ∞^3 tangenti della V_4. Senza indagare i vari casi di degenerazione che si possono presentare, osserveremo solo che per $h_i = h_i(\tau_i, \tau_4)$, $(i = 1, 2, 3)$ ([16]), quelle trasformate si riducono a tre sole, e precisamente a tre superficie Φ_1, Φ_2, Φ_3, descritte rispettivamente dai punti $y = x^{(1)}$, $y = x^{(2)}$, $y = x^{(3)}$. Ciascuna di queste superficie (che risulta luogo dei vertici di ∞^2 coni-a tre dimensioni-circoscritti alla V_4) viene ad essere descritta da un punto funzione rispettivamente delle sole τ_1, τ_4; τ_2, τ_4; τ_3, τ_4; e rappresenta un'equazione di Laplace di tipo parabolico [p. es., per la Φ_1,

$$\rho_1 y^{(11)} + [\rho_1^{(1)} + g_1] y^{(1)} + g_4 y^{(4)} + g_1^{(1)} y = 0 ,$$

equazione a cui si riduce ora la (19) del n° 7], la quale esprime che su di essa le tangenti alle linee τ_i $(i = 1, 2, 3)$ sono a contatto tripunto.

9. — Nei casi V e VI il sistema rappresentato dalla V_4 si può immaginare ancora ridotto alla forma (14), dove si faccia rispettivamente:

([15]) I punti di contatto di quelle tangenti descrivono per intero le due V_4.

([16]) In tal caso le varie relazioni che, secondo il n° 7, devono intercedere fra i coefficienti delle (16), risultano senz'altro soddisfatte, purchè si definiscano le ρ e le g colle (21), (22), (24).

$$(30) \qquad \rho_1 \neq 0\,, \qquad \rho_2 \neq 0\,, \qquad \rho_3 = 0\,,$$

e

$$(31) \qquad \rho_1 \neq 0\,, \qquad \rho_2 = 0\,, \qquad \rho_3 = 0\,.$$

Si potrà allora ragionare come nel n° 6 fino a dedurne che o è $g_4 = 0$, oppure il sistema rappresentato dalla V_4 è riducibile alla forma (15), dove si facciano ora rispettivamente le ipotesi (30) e (31). Ma questa seconda alternativa conduce ancora alla conclusione $g_4 = 0$; bastando, per ciò, derivare l'ultima (15) rispetto a τ_3, con che si ottiene, tenuto conto delle altre (15) opportunamente derivate, una nuova equazione di Laplace, in cui compare $x^{(34)}$ col coefficiente g_4; e poichè $x^{(34)}$ non compare nelle (15), ecc.

Quindi nei casi V e VI *la* V_4 *è luogo di* ∞^1 V_3, *ciascuna delle quali rappresenta quattro eq. di Lap. lin. ind.*

Per esaurire la ricerca non restano più dunque a esaminare se non le ipotesi II, III, IV del sottocaso a_3). Questo esame sarà fatto in una ulteriore Nota, che conterrà altresì un enunciato riassuntivo dei risultati conseguiti.

Rapporti fra azioni statiche e dinamiche nei pali di una conduttura elettrica

Nota del Socio corrispondente GUSTAVO COLONNETTI

Il problema accennato nel titolo di questa Nota è di quelli a cui più difficilmente l'analisi matematica, non confortata da ricerche sperimentali, può portare un contributo decisivo.

I fenomeni dinamici che si verificano in una serie di pali elasticamente flessibili, tra i quali sia teso un filo pesante, od un sistema di fili pesanti, in occasione di un improvviso mutamento delle condizioni di carico, ovvero dello strappamento di una tesata, sono invero enormemente complessi anche quando le condizioni statiche iniziali e finali si possono definire in modo relativamente semplice.

Per fermarci al caso tipico dello strappamento di una tesata, è ben noto che — supposto che la sollecitazione che esso determina agisca sui pali attigui istantaneamente in tutta la sua intensità, sia pure senza urto — elementarissime considerazioni teoriche conducono a ritenere l'azione dinamica pressochè doppia dell'azione statica (1).

Orbene alcune esperienze eseguite sopra modelli appositamente preparati mi hanno convinto che questa ed altre affermazioni su cui io stesso mi ero appoggiato in occasione di precedenti ricerche (1), possono perdere ogni valore in dipendenza di certe circostanze di fatto cui a prima vista si sarebbe portati ad attribuire un'importanza affatto secondaria.

Sarebbe pertanto desiderabile che sistematiche esperienze venissero istituite — *possibilmente su vere condutture* — nell'in-

---

(1) Cfr. questi medesimi *Atti*, vol. LII, pag. 574.

tento di accertare l'andamento reale delle cose nei casi che più direttamente interessano la pratica.

Intanto — non foss' altro che per dare un' idea dell'interesse che siffatte esperienze potrebbero presentare — mi permetto di riferire qui molto concisamente ciò che ho potuto osservare in un caso concreto, in cui i fenomeni in discorso si sono presentati singolarmente netti e facilmente interpretabili.

L'esperienza era stata disposta per modo che si poteva in un dato momento recidere una tesata con un taglio così netto ed istantaneo da evitare assolutamente qualsiasi sensibile variazione preliminare della tensione; e ciò tanto nel senso di un momentaneo aumento, quale potrebbe derivare, in mancanza di apposite cautele, dal primo contatto dell'utensile col filo, quanto nel senso di una incipiente diminuzione quale si verificherebbe se la rottura fosse preceduta da un apprezzabile allungamento della tesata.

Sono dunque da considerarsi qui come escluse tanto quelle possibilità di attenuazione dei fenomeni dinamici a cui si riferiva il prof. C. Guidi nella sua Nota intitolata *Sollecitazione prodotta nei pali di una conduttura elettrica per strappamento completo di una tesata* (1), come quelle eventualità di accentuamento dei fenomeni stessi che io ebbi occasione di segnalare nella mia già citata Nota *Sul comportamento dei pali di una conduttura elettrica per strappamento completo di una tesata* (2).

E tuttavia il coefficiente dinamico presentò valori diversissimi da *due*. I diagrammi che riproduco, scelti fra i tanti che ho potuto registrare nel corso delle mie esperienze mediante apparati scriventi del noto tipo Rabut, si riferiscono l'uno al palo immediatamente adiacente alla tesata recisa, l'altro al palo successivo; nel primo il coefficiente dinamico raggiunge appena 1,25; nell'altro supera 4.

Ecco in poche parole quel che succede.

Nell'atto in cui la tesata viene recisa — e, conseguentemente, la sua tensione si annulla — il palo immediatamente adiacente viene a trovarsi soggetto alla intiera tensione della tesata successiva. Ma sarebbe un errore credere che tale ten-

(1) Cfr. questi medesimi *Atti*, vol. LII, pag. 226.
(2) Cfr. questi medesimi *Atti*, vol. LII, pag. 574.

sione agisca su di esso, da quell'istante in poi, sempre colla sua intensità statica. Sotto la sua azione il palo prende infatti immediatamente ad inflettersi; orbene, *se la velocità con cui esso si deforma è abbastanza grande*, la tensione della tesata, per l'improvviso cedimento del suo punto di attacco, decresce subito di molto, e può anche temporaneamente annullarsi.

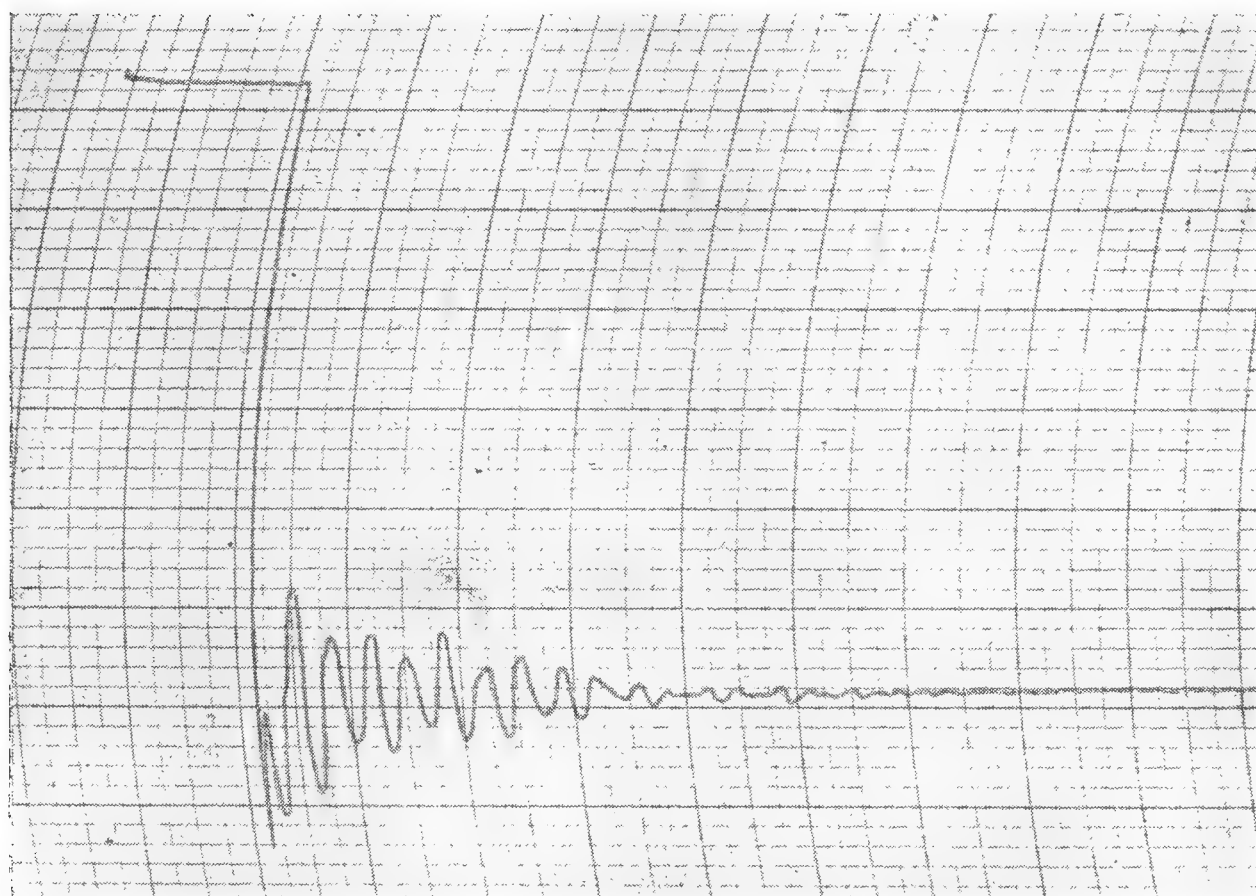
Ecco perchè il palo, prontamente scaricato dalla forza deformatrice che ha agito su di esso in tutta la sua intensità soltanto per un piccolissimo intervallo di tempo, non raggiunge più una freccia doppia di quella che, sotto l'azione della stessa forza, dovrà presentare in condizioni d'equilibrio, ma si limita ad una escursione di ampiezza assai minore; poi senz'altro retrocede, richiamato dalle tensioni elastiche in esso generate colla deformazione.

Nè l'improvvisa riduzione di tensione nella tesata intatta manca di far sentire la sua ripercussione sul secondo palo; esso pure infatti viene a trovarsi sollecitato pressochè dalla sola tensione della tesata susseguente, e si mette in moto inflettendosi verso quest'ultima. Ma qui l'azione, pur essendo ancora soltanto momentanea, è però per intensità molto più grande della risultante delle tensioni che sul palo stesso agiranno ad equilibrio ristabilito; si spiega così come la freccia dinamica del secondo palo possa superare la corrispondente freccia statica anche di molto.

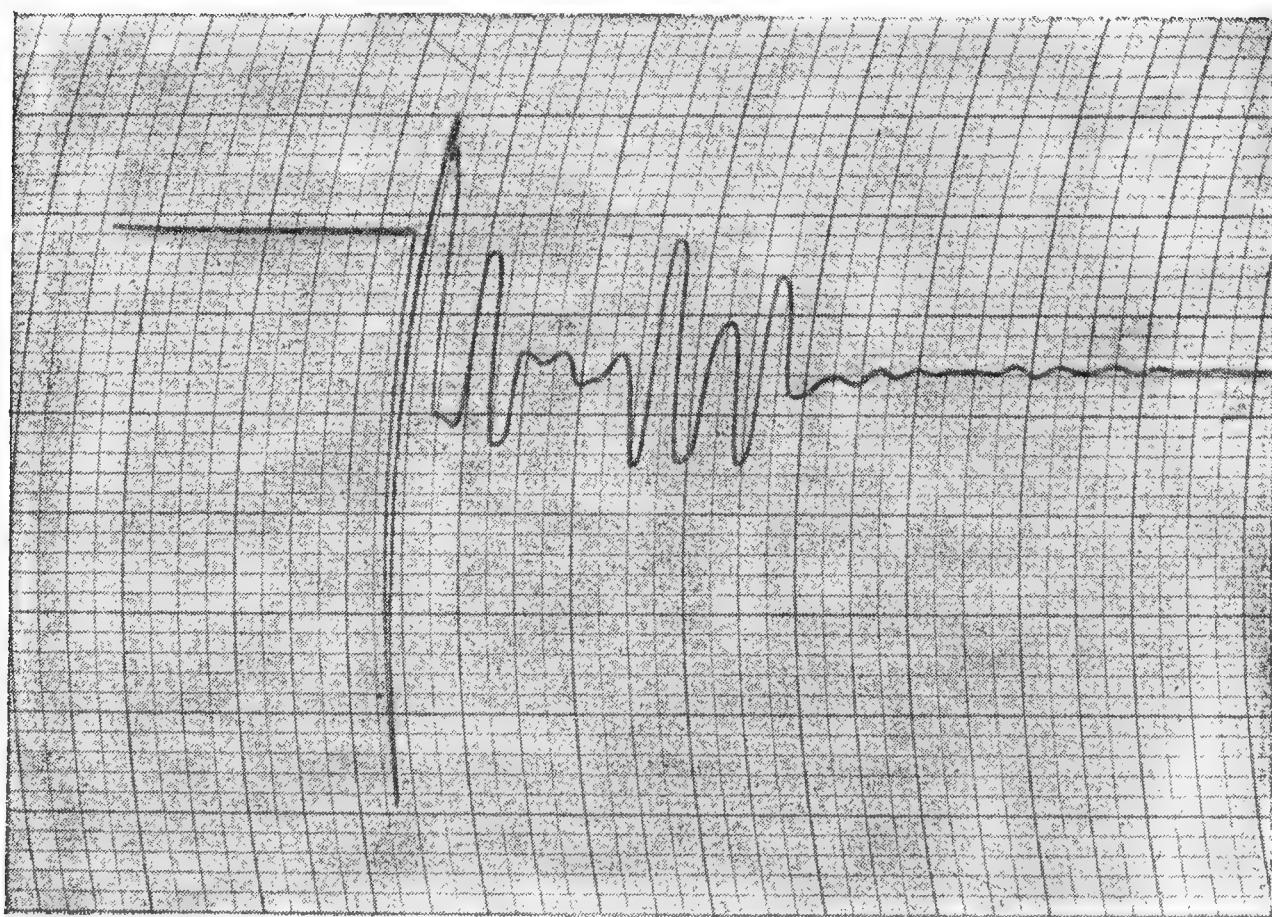
Naturalmente nel frattempo la tesata, sotto l'azione della gravità, si sarà mossa alla sua volta rimettendosi ben presto in tensione; e il suo intervento verrà necessariamente a perturbare gli iniziali moti oscillatorii dei pali.

Particolarmente caratteristico sotto questo punto di vista è il primo diagramma, dove un brusco regresso indica nettamente l'istante in cui ciò è avvenuto; da quell'istante in poi la massa della tesata domina palesemente il fenomeno determinando una serie di oscillazioni di periodo assai maggiore di quello proprio del palo, nel cui andamento, abbastanza regolarmente smorzato, le ripercussioni di ciò che avviene in tutto il resto della linea si avvertono appena.

La legge del moto è invece assai più complessa nel caso del secondo palo e dei successivi, su cui due diverse tesate agiscono direttamente e, in generale, non sincronicamente.

Pisa, marzo 1920.

Palo immediatamente adiacente alla tesata recisa.

Le ascisse rappresentano i tempi, le ordinate gli scostamenti del vertice del palo dalla verticale.

Palo situato tra due tesate rimaste intatte.

Le ascisse rappresentano i tempi, le ordinate gli scostamenti del vertice del palo dalla verticale.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 25 Aprile 1920

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci D'Ovidio, Direttore della Classe, Segre, Foà, Guidi, Mattirolo, Grassi, Sacco, Majorana, Rosa, Herlitzka, Pochettino e Parona Segretario.

È scusata l'assenza dei Soci Somigliana, Ponzio e Panetti.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Presidente rinnova ai Soci Rosa, Herlitzka e Pochettino i rallegramenti per la loro nomina a Soci.

Il Socio Segre dà il doloroso annunzio della morte, avvenuta in Heidelberg il 10 aprile corr., del Socio corrispondente Maurizio Cantor; e ricorda i grandi meriti di questo illustre Storico della Matematica.

Sono presentate in omaggio: dal Socio Sacco la sua Nota *Una tromba marina*, e dal Socio Mattirolo due Note del Socio corrispondente G. B. De Toni, *Commemorazione dei Soci G. Briosi e P. Baccarini; Spigolature Aldrovandiane XVI.* Il Presidente ringrazia.

Il Segretario mette a disposizione dei colleghi un certo numero di copie, giunte alla Segreteria, relative ai *Convegni didattici di Elettrotecnica e Meccanica, presso il R. Istituto Nazionale d'istruzione professionale in Roma; Scuola di Magistero.*

Il Socio SACCO presenta, per la stampa negli *Atti*, la sua Nota *Il Finalese, Schema geologico.*

LETTURE

IL FINALESE

Schema geologico del Socio residente Prof. FEDERICO SACCO

La regione del Finalese, oltre ad essere una delle più belle della Liguria, nella varietà accidentata della sua pittoresca zona littoranea, anche ottima stazione balnearia, e nelle diverse specialità della sua zona interna che si presta mirabilmente ad ogni sorta di attraentissime escursioni, è pure certamente una delle più interessanti, sia per i suoi svariati fenomeni geologici, stratigrafici, speleologici e paleontologici; sia per la sua grande importanza paleoetnologica, essendo la regione che, per le sue numerosissime caverne state lungamente abitate dall'uomo litico, costituì uno dei più grandiosi centri di sviluppo della Umanità preistorica in Italia; sia per le sue vicende storiche a cominciare dall'epoca romana (di cui restano ancora residui in ponti, ecc.) ed attraverso il Medioevo, come ci mostrano tuttora alcuni avanzi di fortilizi, torri e castelli, come per es. quelli di Noli, Varigotti, Finale, ecc.

È inoltre il Finalese una regione delle più importanti in Liguria dal punto di vista economico per le sue Quarziti, per i suoi Calcari da calce e per la sua famosa Pietra da costruzione, nota appunto in tutta la Liguria come *Pietra di Finale.*

Senza occuparmi qui della parte turistica, storica e preistorica, già trattate da parecchi, accenno solo essenzialmente a quella geologica meno nota, mentre presentasi invece interessantissima (come mi risultò da un minuto rilevamento generale al 25.000, per ora non pubblicabile per causa economica) ed è quella che ha plasmato il paesaggio con tutte le sue conseguenze, sia oroidrografiche generali, sia speleologiche speciali,

sia quindi anche paleoetnologiche, ecc., per quel concatenamento di fatti che ben appaiono a chi considera una regione con occhio sintetico risalendo sino alle sue origini geologiche.

***

Riguardo alla geologia del Finalese è bene premettere come sin dal 1781 essa abbia già attratto l'attenzione dello Spallanzani quando egli fece, nell'autunno di detto anno, un viaggio lungo la Riviera del Genovesato sino a Monaco; giacchè egli ricorda (84) precisamente la pietra *lumachella* che si estrae, per costruzione, dalle montagne presso Finale e di cui egli visitò le cave, notando che essa è costituita essenzialmente di Testacei del genere Pettine.

Anche il Brocchi (10) indicò detta Pietra di Finale senza farvi osservazioni speciali. Più accuratamente invece se ne occupò A. Sasso (80), attribuendola giustamente alla seconda parte dei terreni terziarii.

Intanto il Barelli nel suo prezioso Catalogo ragionato delle roccie e dei minerali del Piemonte e della Liguria (6) indica: gli Schisti talcosi e la Miniera di ferro ossidato di Noli; i Calcari da calce di Noli, Varigotti, Finalmarina, ecc.; le Arenarie calcaree, conchiglifere o *Pietra di Finale* o *Pietra di Caprazoppa* di Finalmarina, Verezzi, ecc., usate come materiale da costruzione, specialmente come pietra da scalpello; le puddinghe calcareo-quarzose soggiacenti a detti calcari arenacei ed escavate talora per macine da olive; certe argille giallastre di Varigotti e Finalmarina, usate per modelli e ceramica; alcune sabbie nericce, ferrifere, della spiaggia di Varigotti; oltre a marmi, stalattiti, ecc. Il Sismonda accenna solo di sfuggita (82) alla Pietra di Finale.

Poco dopo il Pareto nella sua descrizione geologica della Liguria (70), con annessa carta geologica, indicò con pochi cenni il Finalese, notando però giustamente le roccie quarzoso-talcose soggiacenti ai calcari dolomitici secondarii, talora verticali e coronati dai terreni terziarii in banchi orizzontali, cioè dalla calcarea grossolana terziaria piena di gusci di Ostriche e Pettini.

Il Sismonda nella sua " Carta geologica di Savoia, Piemonte e Liguria „ (83) segna nel Finalese come *substratum* generale

il suo " Giurassico metamorfo „ con placche sparse di Terziario superiore marino, confondendo così ancora la Pietra di Finale coi ben diversi depositi pliocenici tanto estesi nella Liguria.

Lo Jervis, nella parte seconda della sua opera " I Tesori sotterranei dell'Italia „ (55) sui dati del Barelli, accenna alle stalattiti di alcune caverne finalesi, alla Magnetite della spiaggia, al ferro oligisto di Noli, ecc., mentre che nella parte 4ª (Geologia economica) ricorda pure i calcari triasici da calce, l'arenaria calcarea miocenica (o Pietra di Finale) da costruzione, ecc.

Finalmente l'Issel, tanto benemerito della Geologia e Paleoetnologia ligure, con lavori speciali (34, 35, 36) precisava l'età miocenica media e lo sviluppo della Pietra di Finale, e nello stesso tempo dava uno schizzo geologico dove distingueva, nella serie fortemente raddrizzata, i Calcarei dolomitici colle Quarziti, attribuiti al Trias medio, ed i Talco-schisti e Cloriteschisti e Gneiss, che attribuiva al Trias inferiore.

La " Carta Geologica delle Riviere liguri „, al 200.000 (39), pubblicata nel seguente anno 1887 da Issel, Mazzuoli e Zaccagna, come pure la " Carta geologica della Liguria „, ecc., pubblicata, anche al 200.000, da Issel e Squinabol nel 1890 (42) con note esplicative, nonchè la carta geologica pubblicata nel 1914 da F. Sacco, al 500.000, ed intitolata " L'Appennino settentrionale e centrale „ (79) sono essenzialmente, pel Finalese, derivazioni del sovraccennato lavoro dell'Issel.

Quanto all'opera dell'Issel " Liguria geologica e preistorica „ (Genova, 1892), essa non presenta nuovi dati speciali sulla geologia finalese, ma è interessantissima pel riassunto speleologico e paleoetnologico ricavato da tante ricerche di Amerano, Bensa, Morelli, Piccinini, Perrando, ecc., nonchè dello stesso Issel di cui sono numerosissime le pubblicazioni fatte su tale riguardo attraverso mezzo secolo, dal 1864 al 1915 (Vedi 18-54).

Il Rovereto nel suo lavoro " Arcaico e Paleozoico nel Savonese „ presentò una cartina ed alcune sezioni geologiche che riguardono anche il Finalese, di cui mostra l'andamento tettonico tormentato.

Ricordo infine che più recentemente lo Zaccagna in un suo lavoro (86) spinse le sue osservazioni sin presso il Finalese occidentale illustrandolo con una cartina ed interessanti sezioni geologiche.

*
* *

Premessi questi cenni preliminari, esaminiamo brevemente come si presenta la serie dei terreni costituenti il Finalese.

Carbonifero. — Nella profonda incisione di Val Porra a monte di Calice Ligure, nei dintorni di Rialto, appaiono certi schisti lucidi, micacei, talora un po' brunastri passanti qua e là al verdognolo, che lo Zaccagna riferisce già al Carbonifero.

Questi schisti presentano un'inclinazione (generalmente poco accentuata e talvolta un po' ondulata) verso il Sud od il S. O. all'incirca, e passano superiormente, in modo quasi insensibile, a schisti gneissico-appenninitici, grigio-verdicci.

Permiano. — La serie permiana è molto potente e complessa; essa è costituita essenzialmente di schisti più o meno micacei, grigiastri, che verso il basso diventano spesso verdastri, passando a svariati schisti appenninitici, gneissiformi o gneiss talcoso-cloritici; invece verso l'alto passano talora a schisti sericitici, talcoso-cloritosi, grigio-biancastri o grigio-verdicci, oppure a schisti micacei plumbei con vene spatiche, talora a veri schisti verdi, talvolta invece a schisti quarziferi che fanno qua e là transizione graduale alle Quarziti del Trias inferiore.

Si tratta evidentemente di Schisti metamorfici svariati perchè derivanti da diverse qualità di sedimenti marini, più o meno argillosi o sabbiosi, ecc.

La stratificazione è sempre bene evidente, ma la tettonica è spesso conturbata, sia in piccola scala da arricciature locali molto frequenti, sia in grande scala da ondulazioni e da corrugamenti più o meno accentuati, tanto che non di rado gli strati sono sollevati anche alla verticale e persino rovesciati (V. Sezioni).

Nel seguente capitolo, del Trias, accennerò ai fenomeni geoidrologici causati dalla quasi impermeabilità degli schisti metamorfici del Permiano; qui ricordo solo come l'affioramento di questi schisti, spesso un po' teneri frammezzo alle formazioni calcaree più resistenti, dia talora origine a vere gradinate orografiche.

Una delle più caratteristiche è quella che dà al profilo del Capo Noli l'assetto di una poppa di nave capovolta; esaminando con cura tale regione si nota infatti che tra il basso Capo Noli e la punta del Semaforo, verso i 100 m. s. l. m., frammezzo ai mascheranti detriti calcarei affiorano i tipici schisti verdastri della stretta anticlinale (rovesciata a S. E.) del Paleozoico superiore; è la zona quarzitico-schistosa che scende verso mare (allargandovisi), sia a S. O. dove sono aperte le cave di quarzo di Malpasso, sia a Nord verso Noli.

Un'altra gradinata prospettante il mare finalese e di analoga origine osservasi tra i casolari di Monte soprà Finalpia ed i casolari superiori di Selva; quivi predominano gli schisti quarzosi e verdicci di passaggio tra il Trias inferiore ed il Permiano superiore, col solito corteo di sorgentelle, frane, scoscendimenti.

Quando le formazioni schistose del Paleozoico superiore si sviluppano ampiamente, ne derivano rilievi dorsali piuttosto dolci, ampie vallate d'erosione, frequenti colli depressi, ecc., eccetto là dove la serie passa alla costituzione gneissico-appenninitica, quindi compatta, che dà origine invece a rilievi anche aspri, come per esempio quelli di Roccia Cucca-Bric Gettina, ecc. a N. O. di Finalborgo.

Trias. — La serie triasica, quando completa, si inizia inferiormente con schisti micaceo-quarzosi passanti spesso a vere Quarziti biancastre o bianco-verdognole, derivanti probabilmente dal metamorfismo di sabbie quarzose littoranee; raramente vi si incontrarono impronte di *Estheria*.

Segue in alto una potente formazione di calcari più o meno dolomitici, in strati o banchi generalmente assai distinti; nella parte inferiore della serie calcarea appaiono talora speciali breccie; i fossili che si incontrano qua e là in detti calcari sono per lo più mal conservati, come per es. i dischi di Encrini, i resti di Diplopore, ecc. [1].

---

[1] Permettomi qui ricordare che ebbi la fortuna di trovare per la prima volta le Diplopore nei calcari triasici del Finalese e precisamente salendo il monte di Caprazoppa oltre trent'anni fa, durante un'escursione della Società Geologica Italiana, il 16 settembre 1887 (“ Boll. Soc. Geol. Ital. „, VI, 1887, pag. 479).

Uno dei punti più comodi per osservare il passaggio del Permiano superiore al Trias è la strada nazionale della Cornice, là dove essa supera in leggera salita la sella del promontorio di Varigotti.

Quivi vediamo che sopra la serie dei banchi calcarei (disposti in sinclinale rovesciata) su cui sta, in splendida posizione, il Castello diruto di Varigotti, si appoggiano per rovesciamento le Quarziti del Trias inferiore (come osservasi, per es., presso la Cappelletta di Crocevia), quindi la caratteristica serie degli schisti verdognoli, qua e là violacescenti, che formano tettonicamente l'anticlinale di una piega coricata a S. E. ed orograficamente (per facile erosione) la depressione per cui passa appunto la strada della Cornice.

Su questi schisti sviluppasi in serie e posizione regolare la potente formazione quarzitica, inclinata di 20°-30° a N. O., costituita dapprima da quarziti biancastre un po' friabili che nella parte superiore diventano meglio stratificate, ancora bianchicce ma con leggera tendenza al verdastro, finchè passano gradatamente in alto a schisti quarzosi grigio-verdiccio-violacescenti o leggermente rosati, dello spessore complessivo di solo 1 a 3 metri.

Su questa caratteristica formazione quarzitica del Trias inferiore, largamente escavata per la sua comodità di accesso, poggiasi in concordanza la potentissima serie calcareo-dolomitica qua e là marmorea, nettamente stratificata, del Trias medio (pure inclinata anche di oltre 20°-30° a N. O.), che con spessore di circa 200 metri (ma in sinclinale rovesciata a S. E.) sollevasi talvolta quasi verticalmente e sviluppasi trasversalmente a costituire l'alta gradinata del Monte Capo Noli.

Alla base di questa potente pila calcareo-dolomitica grigiastra gli strati sono un po' schistosi, ma poi diventano presto più compatti verso l'alto.

Nella linea di contatto tra i Calcari e le sottostanti Quarziti si nota che i primi sono un po' giallastri e corrosi; tinta e fenomeno che sono in relazione colla falda acquifera formatasi naturalmente per arresto delle acque scendenti attraverso i permeabili terreni calcarei sulla impermeabile zona quarzosa, corrodendo ed alterando alquanto fisicamente e chimicamente la soprastante zona calcarea, nella sua parte basale specialmente.

Tale fenomeno geoidrologico, che qui osserviamo direttamente in sezione naturale nei suoi effetti corrosivi, è quasi generale nel Finalese e dà origine ad una quantità di sorgenti grandi e piccole là dove, per sinclinali svasate, tagli naturali od artificiali, ecc., viene a giorno parte dell'acqua sotterranea che è obbligata ad arrestarsi nella sua discesa e scorrere tra la formazione calcarea tanto permeabile e quella sottostante quarzosa oppure scistoso-cristallina quasi impermeabile.

Purtroppo tale falda acquifera per l'azione sua diretta facilitante il trasporto e lo scorrimento, nonchè per imbibire, quindi rammollire ed alterare le formazioni fra cui passa, dà pure spesso origine a scoscendimenti, frane svariate, ecc., di cui debbonsi appunto deplorare esempi continui danneggianti la strada della Cornice, così poco a N. E. del promontorio di S. Donato, dove esiste pure una nota sorgente, collegata al fenomeno in questione.

Anche in rapporto a detta falda acquea ed alla sua azione erodente e corrodente sui Calcari, sono da ricordarsi alcune cavernosità esistenti alla base della serie calcarea, oltre alle grotte esistenti nella massa stessa dei calcari, come quella famosa delle Arene candide nel promontorio di Caprazoppa. Così, sempre lungo la mirabile strada nazionale della Cornice, in parecchi punti tra Finalpia ed il Capo Noli, per esempio, in due luoghi tra il cimitero di Finalpia ed il Capo S. Donato, poco ad Ovest del Promontorio di S. Donato, al Km. 64, ecc., vediamo che, per piccole ondulazioni ad anticlinale le quali fanno emergere gli schisti cristallini (spesso grigio-verdastri) sotto ai calcari pure sollevati a leggera cupula, questi si foggiano a caverna iniziale, la cui parte inferiore è costituita da detti schisti quarzosi o talcoso-cloritici.

Nella sovraccennata dolcissima anticlinale del Km. 64 si può vedere anche assai bene la potente serie calcarea passare inferiormente a pochi metri di quarziti bianco-verdicce, sotto cui appaiono i caratteristici schisti verdastri metamorfici. Però spesso in questa zona di passaggio tra Trias e Permiano vi è trasgressione, per cui la formazione quarzitica è ridottissima od anche manca; come appunto può osservarsi comodamente sopra la strada nazionale tra il Castelletto di Finalpia ed il Capo S. Donato.

Non sempre però la mancanza della zona quarzitica è attribuibile a sola trasgressione, ma anche a notevole diseguaglianza originaria di sviluppo; tant'è che detta formazione talvolta è potentissima, talora invece, anche in regioni prossime, si vede che riducesi a pochi metri sino a scomparire, senza che esistano sempre cause tettoniche che possano spiegare tale differenza di sviluppo.

Dal punto di vista orografico le formazioni triasiche spiccano generalmente per un aspetto rupestre, cioè a balze rovinose, dirupate, qua e là anche a torrioni, ecc., come si può osservare in cento punti, sia lungo la Cornice tra Vado e Pietra Ligure, sia nell'interno.

Ciò verificasi specialmente nella serie calcarea; ma anche la formazione quarzitica inferiore, là dove è un po' potente, origina tali forme orografiche aspre, come appunto al giustamente detto Bric Aguzzo (Ovest di Bardino). Però più frequentemente la serie quarzitica presentasi in uno stato di profonda alterazione che la rende quasi sabbiosa, come vedesi nei dintorni di Noli, presso il Malpasso, ecc., ciò che ne rende facile l'escavazione, che vi è infatti molto estesa ed intensa. Sovente verificasi una specie di grandiosa gradinata fra i banchi calcarei erti ed i sottostanti schisti più o meno teneri.

La frammentarietà del Calcare dà spesso origine a grandiosi detriti di falda od anche a veri franamenti con blocchi giganteschi, come può osservarsi assai bene lungo la Cornice tra Finalpia e Capo Noli. Così si può esaminare comodamente lo sfacelo del calcare alla punta di Castelletto presso il cimitero di Finalpia; punta attraversata da una breve galleria stata opportunamente sottomurata giacchè mostra il calcare tutto screpolato, fratturato, pericolante, cariato dagli agenti atmosferici e dal mare, nonchè minato da acque sotterranee essendovi a poca profondità gli schisti verdastri impermeabili.

Oltre alle tante svariatissime cavernosità escavate dalle onde marine e dalle acque sotterranee nei calcari triasici, questi mostrano anche qua e là tipiche marmitte di erosione fluviale e torrenziale, come per es. nel letto della Fiumara di Finalpia, poco a valle della confluenza del Rio scendente dal Bric Spaventaggi.

Nelle sezioni geologiche allegate appare chiaramente quanto

siano piegate e ripiegate le formazioni calcaree malgrado la loro compattezza, almeno attuale; nè trattasi solo di ipotesi, giacchè in alcuni punti si può osservare direttamente tale fenomeno; così, per es., a mezza via circa tra il Capo Noli e Noli vedesi, sul fianco interno della strada nazionale, una splendida incurvatura dei calcari triasici colla convessità rivolta a Nord circa, in modo da andare ad immergersi sotto la formazione quarzitico-schistosa del Permotrias (Vedi Tavola).

I terreni triasici hanno varie applicazioni: quelli inferiori, quarzitici, sono qua e là escavati per materiale refrattario; quelli calcarei per materiale da costruzione, da pietrisco e da calce, oltre che da ornamentazione per alcune varietà cristalline o variamente colorate, come per es. presso Pietra Ligure, al Capo Noli, ecc.

Infralias. — Sul fianco settentrionale dei monti di Borghetto appaiono, sopra alla serie triasica, alcuni strati di calcari grigiastri o grigio-brunastri, qua e là schistosi, con qualche resto di bivalvi, specialmente dell'*Avicula contorta*, per cui già lo Zaccagna li riferì al Retico.

Giuralias. — La catena montuosa che sviluppasi da Borghetto-Ceriale a Zuccarello, separando la regione di Albenga da quella del Finalese (l. s.), è in gran parte costituita da calcari grigiastri, qua e là con lenticelle selciose, con rari resti di Belemniti che li fanno riferire alla serie giurassica largamente intesa.

Gli strati sono più o meno fortemente sollevati, talora anche alla verticale; anzi l'esame della serie verso Zuccarello, come già fece vedere lo Zaccagna, mostra che essi fanno parte di una doppia piega parzialmente rovesciata.

Eocene. — Contro la catena mesozoica di Ceriale-Zuccarello-Nasino, ecc., si adagia più o meno trasgressivamente [1]

---

[1] Un punto comodo per osservare tale trasgressione è la sezione esistente presso la stazione di Ceriale, dove gli schisti argilloso-calcarei contorti dell'Eocene (che alla base mostrano qua e là lenti di conglomerato-breccioide più o meno metamorfosati) si appoggiano sui banchi calcarei

il margine settentrionale della potente ed amplissima formazione eocenica che si estende così caratteristicamente a gigantesco ventaglio nei monti di Porto Maurizio, insinuandosi però anche curiosamente qua e là in forti trasgressioni tra le pieghe del Mesozoico di Balestrino-Zuccarello, ecc.

Si tratta della solita formazione argilloschistosa più o meno calcarea, grigio-brunastra o grigio-giallastra, talora prevalentemente calcarea, talora invece specialmente arenacea.

Miocene. — Mentre che nella Liguria mancano generalmente i terreni miocenici, eccezionalmente essi compaiono appunto nel Finalese in forma di grandiose placche calcareo-arenacee sovrapposte suborizzontalmente e quindi più o meno trasgressivamente sui terreni permiani e triasici che formano l'impalcatura di tale regione appenninica (Vedi Tavola).

In linea generale si può dire che la formazione miocenica giace in una leggiera conca allungata da E. N. E. a O. S. O. che corrisponde parzialmente ad un'antica conca tettonica, come appare specialmente alla sua estremità orientale, dove vediamo la semiellittica sinclinale triasica di Verzi - S. Giacomo - Bric dei Monti - Bric Caré (Portio) abbracciare ed accogliere in dolcissima sinclinale i terreni miocenici.

Quando è completa, la serie miocenica si inizia con una formazione marnosa o marnoso-arenacea grigiastra, come per esempio a S. O. di Orco.

Seguono tosto, verso l'alto, banchi sabbioso-arenacei grossolani ed una potente serie di banchi calcareo-arenacei abbastanza compatti, di tinta grigiastra o grigio-giallastra od anche leggermente rosata o rossigna, ricordanti la Panchina; si tratta di un calcare grossolano, più o meno vacuolare, spesso travertinoso o panchinoide, cristallino, a piccole concrezioni cristalline calcitiche, e con sparsi granuli di quarzite, di felspati, di micaschisti, di talcoschisti, di cloritoschisti, di appenniniti, ecc. provenienti dall'abrasione delle formazioni permotriasiche;

---

grigi, ondulati, della serie giuraliasica; ciò ci fa comprendere come possano originarsi sorgenti (come la nota Fontana di Ceriale sotto il Poggio Castellaro) là dove i poco permeabili schisti eocenici tamponano, in zone basse, i permeabilissimi calcari mesozoici.

tant'è che talora, specialmente verso la base, compaiono tra il calcare miocenico veri frammenti di calcari triasici e di schisti cristallini del Permiano.

Talora questa formazione calcareo-arenacea è poco cementata (particolarmente nella parte inferiore) e ridotta quasi ad un sabbione grigio-giallastro (per alterazione), spesso così sciolto da potersi utilizzare come sabbia per le malte; talvolta, pure specialmente verso la base, vi compaiono zone brecciodi più o meno grossolane ad elementi rocciosi angolosi derivanti dalle prossime formazioni permiane; più raramente e per breve tratto tali elementi (specialmente quarzosi o calcarei) appaiono ciottolosi, indicandoci un'origine littoranea, come per es. presso Verezzi, verso la base della serie miocenica in esame. Nè è raro trovare l'ocra rossastra commista ai depositi in questione oppure accantonata in speciali zone.

Tali variazioni litologiche sono parzialmente in rapporto col lavorio cementante oppure dissolvente delle acque sotterranee, ma in gran parte si debbono a cause originarie collegate colla natura di depositi di mare basso o di littorale (e quindi assai variabile da luogo a luogo) della formazione in esame.

Lo spessore della serie miocenica finalese può calcolarsi complessivamente in oltre 100 metri, ma probabilmente giunge in alcuni punti a circa 200 metri.

I Fossili inclusi nella Pietra di Finale sono straordinariamente abbondanti, anzi allo stato di minuti frammenti costituiscono talora una vera brecciolina organica commista a sabbie quarzose, ecc.; però qua e là, spesso in speciali orizzonti o lenti, i fossili appaiono anche completi o quasi, quantunque talora solo allo stato di impronte interne od esterne. Essi sono specialmente Corallari (Conotrochi), Echinidi (Cidariti, Clipeastridi abbondantissimi), Brachiopodi (alcune Terebratule e Megerlie), Pelecipodi (Ostriche, Pettunculi, un'enorme quantità di Pettini, specialmente affini al *P. scabrellus* Lk. ed al *P. rotundatus* Lk.), Gasteropodi (Coni, ecc.), Balanidi e numerosissimi denti di Pesci (Oxyrhine, Lamne, Odontaspidi, Chrysophridi, Carcarodonti, Sargidi, Sparidi, ecc.).

Riguardo all'età, la Pietra di Finale, per la sua natura littoranea, la sua posizione, ma specialmente per i suoi fossili, deve attribuirsi al Miocene medio e più precisamente al piano Elveziano, come già giustamente stabilì l'Issel.

La caratteristica formazione miocenica del Finalese, per la suborizzontalità dei suoi banchi, costituisce in complesso giganteschi irregolari altipiani ricordanti le ambe abissine elevantisi a circa 300-400 m. s. l. m., ma molto ondulati in causa dell'erosione acquea varia secondo i luoghi, la differente compattezza dei diversi banchi, dei diversi punti di ogni banco, ecc.

Tali placche sono un po' labirinticamente solcate da vallecole quasi sempre asciutte, causa la permeabilità della roccia, e profondamente incise da torrenti che ne mettono a nudo la intera serie stratigrafica sino a raggiungere generalmente la soggiacente formazione antica.

Detta incisione valliva, iniziatasi già nell'epoca pliocenica, dovette però esser compiuta specialmente nella prima metà dell'epoca quaternaria, quando le precipitazioni erano straordinariamente abbondanti.

I fianchi di queste placche mioceniche terminano generalmente con pareti più o meno abrupte che presentano salti anche di oltre 100 metri, cioè vere gradinate gigantesche, al cui piede sonvi talora accumuli più o meno vasti di grandiosi detriti di dette formazioni, in modo da mascherare per ampio tratto i terreni sottostanti, come per esempio nei dintorni di Verezzi, nel Vallone dell'Aquila verso Orco Feglino, ecc.

Per la notevole permeabilità e la facile erosione di queste formazioni calcareo-arenacee, di costituzione già originalmente un po' irregolare, si verificò in esse una frequente cavernosità di vario grado; dai piccoli vacui che le fanno apparire quasi spugnose sino alle grotte abbastanza grandiose che si osservano sulle loro pareti e nel loro interno a varie altezze, ma specialmente verso la base, cioè nella zona di più facile ed abbondante accumulo dell'acqua sotterranea che si raduna specialmente tra la permeabilissima formazione miocenica e quelle antiche sottostanti meno permeabili. Di tale tipo sono: la caratteristica grotta ad arco (così regolare che sembra quasi una volta artificiale) di Arma (appunto denominazione ligure delle grotte) a N. E. di Finalpia; la famosa caverna delle Fate a N. N. E. di Verzi, alcune grotte presso Calvisio, alcune di Pianmarino (come la famosa di Pollera) presso i casolari di Montesordo, ecc.

Alcune di tali caverne corrispondono ad antichi corsi acquei sotterranei, ora scomparsi (per diminuite precipitazioni atmosfe-

riche o per abbassamento della rete acquea), tant'è che spesso vi si trovano depositi alluvionali, anche ciottolosi, come nella caverna delle Fate, in quella del Rian, ecc.

La grande permeabilità delle formazioni mioceniche in esame fa sì che esse si presentano piuttosto aride, a superficie di tipo carsico, mentre che le dette zonule acquee inferiori originano qua e là sorgenti; quindi spesso le zone mioceniche spiccano per il loro assetto grigiastro, complessivamente brullo, staccantesi così assai bene dalla loro base, più o meno verdeggiante per erbe ed arbusti.

La Pietra di Finale nella sua forma più compatta venne utilizzata sul sito sin dall'epoca romana, come lo provano i resti di antichi ponti costruiti di piccoli parallelepipedi di tale roccia abbastanza ben scalpellinata.

In seguito, trattandosi di pietra costruttiva e decorativa resistente, e viceversa assai facilmente escavabile e lavorabile, di tinta aggradevole, sita a poca distanza dal littorale, ecc., il suo uso si estese poco a poco dal Finalese a varie regioni della Liguria, tantochè nei secoli XVI, XVII e XVIII molte costruzioni di Genova ne furono parzialmente costruite, così la Porta d'Arco e la Porta del Molo Vecchio, la Basilica di Carignano, il Palazzo Municipale ed una quantità di Palazzi sorti in quel periodo di tempo.

Erano specialmente ricercate le varietà granose e rosate, come per es. quella di Verezzi, ricordanti certi graniti rosei.

Data la facilità di lavorazione se ne traevano spesso (come del resto se ne traggono tuttora), non solo grossi e piccoli parallelepipedi, ma anche colonne, balaustrini, stipiti, cornici, architravi ed altri varii pezzi decorativi.

Tale uso andò alquando diminuendo, forse in parte per la natura un po' alterabile della roccia, pur continuandosi, specialmente per i blocchi quadrangoli che si estraggono dalle regioni più comode nei fondi vallivi del T. Aquila e della Fiumara (R. Cornei) di Finalpia; pure escavandosi e lavorandosi a martellina variamente certi banchi a grana un po' compatta, specialmente presso Verezzi (Caprazoppa).

Pliocene. — La tipica formazione pliocenica, che non affiora nel Finalese, occupa però l'ampia insenatura di Albenga

estendendosi sin contro le falde meridionali della catena montuosa di Ceriale-Zuccarello; ma vi è in massima parte mascherata dai depositi quaternari antichi e recenti.

La si vede quindi quasi solo affiorare nelle più profonde incisioni fatte dai torrenti, specialmente da quella del T. Torsero, che fu reso famoso, da quasi un secolo, per le accurate ricerche di A. Sasso; dopo d'allora il Rio Torsero fu meta di escursioni paleontologiche di quasi tutti gli studiosi del Pliocene ligure, perchè le sue marne più o meno sabbiose sono straordinariamente ricche di fossili, specialmente Molluschi (8, 78, 80).

Vi predomina l'orizzonte marnoso grigio del Pliocene inferiore (*Piacenziano*) che qua e là passa verso l'alto a zone marnoso-sabbiose, grigio-giallastre o gialle dell'*Astiano*, che però venne in gran parte abraso dalle acque torrenziali del Plistocene.

Quaternario. — Scarse in generale nell'interno della regione in esame, le formazioni quaternarie sono invece assai estese nella zona littoranea.

Specialmente interessanti sono i terreni *plistocenici* rappresentati da depositi continentali ciottoloso-sabbioso-argillosi, giallo-rossicci, che si estendono specialmente nelle maggiori insenature costiere, come per es. di Borgio, Loano ed Albenga.

Tali depositi, di spessore svariatissimo, da meno di un metro ad oltre una ventina di metri, vanno ad appoggiarsi ad unghia sulle falde dei monti vicini di cui costituiscono quasi la scarpa avvolgente; sono limitati lateralmente in modo abbastanza spiccato dalle terrazze di erosione fluvio-torrenziale, mentre che terminano più dolcemente verso il littorale.

I depositi *olocenici* sono rappresentati da detriti di falda (talora passanti a quelli plistocenici), da alluvioni sabbioso-ghiaioso-ciottolose, fluvio-torrenziali, da sabbie e ghiaie littoranee, da dune d'ostacolo (come le Arene candide state addossate dal vento alle falde del rilievo di Caprazoppa), nonchè da locali depositi travertinosi con impronte di vegetali, di Ciclostome, ecc.

Di un certo interesse sono speciali depositi quaternari littoranei che per la loro particolare posizione possono servire da indice circa i movimenti della costa e l'intensità delle erosioni in epoca recente.

Ricordo per es. la formazione di irregolari cogoli (specialmente quarzosi, cementati con calcare) che costituisce una piattaforma su cui fu costruito l'antico borgo (ora diruto) del Castello di Varigotti. Tale deposito, in relazione colla facile erodibilità degli schisti permotriasici di una anticlinale già descritta a suo luogo, è tuttora ben conservato per trovarsi riparato dal promontorio calcareo del Castello di Varigotti; il suo interesse sta nel fatto di trovarsi ora ad una quarantina di metri s. l. m. ed isolato in modo, per successivi fenomeni di erosione, da indicarci che questa regione doveva avere ancora nella prima metà del Quaternario una forma orografica ed una altimetria abbastanza diverse dell'attuale.

Chiudo infine questi cenni sul Finalese ricordando un argomento importantissimo che riguarda il Quaternario di questa regione, cioè le Caverne, le quali vi sono abbondantissime, sia nel calcare triasico, sia nella Pietra di Finale.

Il loro interesse grandissimo è dovuto essenzialmente al fatto che esse diventarono il naturale ricovero di una quantità di svariati animali e dell'uomo stesso primitivo (che talvolta vi inumò anche i proprii morti) già nel Paleolitico, ma specialmente durante il periodo Neolitico ed anche temporaneamente in seguito sino all'invasione romana.

Tanti furono gli studiosi di Speleologia finalese che debbo limitarmi a citarne i nomi principali, di cui unisco l'elenco bibliografico, cioè: Amerano, Barberi, Barrili, Bensa, Broocke, Brown, Brian, Celesia, Clerici, D'Albertis, De-Negri, Dodero, Fea, Gestro, Gervasio, Gandolfi, Issel, Molon, Morelli, Pacini, Perrando, Perez, Pigorini, Podestà, Raffo, Raimondi, Ranieri, Ramorino, Rovereto, Rossi, Sergi, Solari, Squinabol, Vacca, Woll, ecc.

Le caverne (grotte od *arme* in dialetto ligure) sono assai numerose nel Finalese; ricordo fra le più note, per dati paletnologici ed altri, quella di *Ponte Vara* nel calcare triasico di Val Maremola, di *Pietra Ligure* nel Trias presso il casello ferroviario di Pietra, di *Galusso* nel calcare tra la strada ferroviaria di Borgio e le Arene candide presso la strada nazionale, di *Verezzi* nel Trias a livello della ferrovia, delle *Arene candide* o *Armassa* nel Trias sopra tali dune, della *Rocca di Perti* (quasi precedendo il *Castrum Perticarum*), di *Pollera* o *Pian Marino* tra

questi casolari e quelli di Montesordo nel calcare arenaceo del Miocene, grotta che funzionò anche da necropoli neolitica, del *Principale* (*Principà* o *Martin*) pure nel Miocene presso Montesordo, del *Rio* (*Rian*) prossima a quella del Principale, del *Bujo* e del *Sambrugo* (Sambuco) a S. E. di Montesordo, dell'*Acqua* e dell'*Uomo morto* nei calcari miocenici del fianco destro della Valle d'Aquila, del *Sanguineto* o della *Matta* pure nel calcare arenaceo miocenico del fianco destro di Valle d'Aquila, dei *Zerbi* nella Pietra di Finale sulla sinistra di Valle d'Aquila sotto il Bricco Pianarella, delle *Fate* (*Faje* o *Zembu*) nel calcare arenaceo miocenico della sinistra di Val Ponei sopra il ponte romano di Verzi, di *Arma*, cavità ad amplissima apertura ad arco, nel calcare miocenico, sulla quale stanno i casolari detti appunto di Arma sul tormentato altipiano prolungantesi a N.E. di Finalpia.

Senza parlare della speciale Flora e particolarmente della Fauna attuale cavernicole, mi limiterò ad accennare come nei depositi (breccie, terriccio, stalagmiti e sedimenti varii) delle caverne finalesi siasi raccolta una gran quantità di resti di animali, sia gusci di Gasteropodi (Helici, Zoniti, Hyalinie, Ciclostome, Pupe, Bulimi, ecc.), sia ossami di Pesci e Rettili, ma specialmente di Uccelli (Picchi, Tordi, Merli, Lodole, Rondini, Usignuoli, Fringuelli, Stornelli, Corvi, Cornacchie, Gazze, Pernici, Fagiani, Starne, Quaglie, Pivieri, Beccacce, Colombelle, Civette, Gheppi, Aquile, Gufi, Falchi), e svariati Mammiferi, come Pipistrelli, Talpe, Ricci, Arvicole, Ratti, Toporagni, Ghiri, Lepri, Donnole, Ermellini, Faine, Puzzole, Marmotte, Bovidi (Bue primigenio, Bisonte), Cervidi, Caprioli, Antilopi, Camosci [1], Tassi, Lupi, Volpi, Cani, Orsi numerosi e diversi (Orso speleo colla sua varietà ligustica, ecc.), Felidi (Leòni delle caverne, Pantere, Gatti, Linci, ecc.), Iene, Cinghiali, Cavalli, Rinoceronti, ecc.; animali che in parte vissero o vennero a rifugiarsi e quindi spesso a morire nelle caverne, ma in parte vi vennero portati sia da animali da preda, sia dall'uomo preistorico, essenzialmente appunto cacciatore.

---

[1] La presenza di Camosci e di Marmotte è interessante per indicarci le condizioni climatologiche d'allora dell'Appennino finalese, dove detti animali dovettero vivere ed essere preda del cacciatore neolitico.

Quanto ai residui dell'uomo preistorico, specialmente neolitico, essi sono rappresentati: sia da scheletri completi indicantici antiche sepolture, sia da resti di armi e strumenti varii in pietre scheggiate (punte di freccia o di lancia, pugnali, raschiatoi, punteruoli, seghe, coltelli, ecc.) o levigate (ascie, accette, scalpelli, mazze, martelli, macinatoi, ecc.); nonchè da alcuni strumenti anche di rame o di bronzo (ascie, pugnali, coltelli, ecc.) e più raramente di ferro, oppure, più spesso, di osso, di corno, od anche fatti con denti di Selacidi; così pure da stoviglie piuttosto grossolane, ma spesso con graffiti (ciotole, olle, ecc.), da oggetti svariati (come lampadine, figurine di terracotta, fusarole, cucchiai, arponi ed aghi di osso o di corno), anche ornamentali (come conchiglie marine, denti, coralli ed oggetti lavorati per collane, pintadere da tatuaggio e relativa ocra rossa, anelli, verghette nasali, ecc.), ossami spaccati o no, conchiglie ed altri resti di pasto, ecc.

Ricordiamo anche alcuni, purtroppo scarsi, resti di stazioni all'aperto, nonchè le curiose incisioni rupestri che osservansi sull'altipiano di calcare miocenico a circa un km. e mezzo da Orco Feglino nella regione di Chiappo delle conche.

Da tutto ciò si può dedurre che l'uomo preistorico, a tipo dolicocefalo, prognato, selvaggio, essenzialmente nomade-cacciatore, comparso nel Finalese sin dal periodo paleolitico (essendo allora contemporaneo colla grande fauna spelea di Orsi, Leoni, Iene, ecc.), trovò in tale regione (per la forma orografica, le dense foreste, la ricca fauna, il clima propizio, e specialmente per la grande quantità di caverne e simili ripari) un ambiente così favorevole da svilupparvisi notevolmente, in modo speciale nel susseguente Neolitico, utilizzando tali caverne come ricoveri più o meno temporanei, talvolta anche come siti di sepoltura. Si affermarono quindi (più o meno direttamente) questi preistorici finalesi, semiselvaggi, come aborigeni Ibero-Liguri mediterranei (commistisi poi con altre razze arianoidi, brachicefale, immigrate, di pastori-agricoltori, in parte di origine celtica) nei susseguenti periodi protostorici del Bronzo e del Ferro, sino a raggiungere quello storico, Romano, in cui si civilizzarono.

BIBLIOGRAFIA

(1) Amerano G. B., Scoperta di una stazione paleolitica contemporanea al grande Orso delle Caverne in Liguria (" Bull. Paletn. Ital. ", XV, 1889).
(2) — Vasi colorati e dipinti a disegni geometrici nelle Caverne del Finale (" Bull. Paletn. Ital. ", XVII, 1891).
(3) — La Caverna delle Fate (Ligurie) (Congrès internat. d'Anthrop. et d'Archéol. préhist. - C. R. X Sess., Paris, 1889-1891).
(4) — Caverne nel Finalese (Lettera allo Strobel) (" Bull. Paletn. Ital. ", XVIII, 1892).
(5) — Stazione preistorica all'aperto nel Finalese (Liguria) (" Bull. Paletn. Ital. ", XIX, 1893).
(6) Barelli V., Cenni di Statistica mineraria degli Stati Sardi (Torino, 1835).
(7) Barrili A. G., Gli antichissimi Liguri (" Soc. Lett. e Convers. scientif. ", XII, Genova, 1889).
(8) Bellardi L. (Vedi Sacco), I Molluschi dei Terreni terziarii del Piemonte e della Liguria (" Mem. R. Accad. Sc. Torino ", vol. I-VI, 1872-1888).
(9) Bensa P., Le grotte dell'Appennino Ligure e delle Alpi Marittime (" Boll. C. A. I. ", vol. XXXIII, n° 61, 1900).
(10) Brocchi G. B., Conchiologia fossile subappennina, vol. I, p. 168 (Milano, 1814).
(11) Celesia E., Paleoetnologia; Caverne ossifere nella Liguria (" Il Diritto ", n° 353, Roma, dicembre 1876).
(12) Clerici E. e Squinabol S., Escursione alla Caverna delle Arene Candide (" Boll. Soc. Geol. Ital. ", VI, 1887).
(13) Delle Piane, Guida per escursioni negli Appennini e nelle Alpi Liguri (Genova, 1896).
(14) De Negri A., Nuove ricerche di A. Issel nelle Caverne ossifere della Liguria (" Boll. Soc. Geogr. Ital. ", serie 2ª, vol. III, Roma, 1878).
(15) Forsyth Major C., Materiali per servire ad una Storia degli Stambecchi (" Atti Soc. Tosc. Sc. Nat. ", Pisa, 1879).
(16) Guglielmino G., La Caverna delle Fate (" La Luce ", 1878).
(17) Incoronato A., Scheletri umani della Caverna delle Arene Candide presso Finalmarina (" Mem. R. Acc. Lincei ", III, vol. II, 1878).

(18) Issel A., Di una Caverna ossifera di Finale (" Atti Soc. Ital. Sc. Nat. „, VII, 1864).

(19) — Delle Conchiglie raccolte nelle breccie e nelle Caverne ossifere della Liguria Occidentale (" Mem. R. Acc. Sc. Torino „, serie 2ª, tomo XXIV, Torino, 1867).

(20) — Résumé des recherches concernant l'ancienneté de l'homme en Ligurie (" C. R. Congrès d'Anthropologie et d'Archéologie préhistorique „, Paris, 1867).

(21) — Rapport sur les réc. découv. et public. en Ligurie (Matér. pour l'Hist. posit. et phil. de l'homme, VI, Paris, 1870).

(22) — Cenni intorno al modo di esplorare utilmente le Caverne ossifere della Liguria (" Effem. Soc. Lett. e Convers. scient. „, Genova, 1874).

(23) — Sul ritrovamento di uno scheletro umano nella Caverna di Finale (" Il Movimento „, nº 101, 1874).

(24) — L'uomo preistorico in Italia (In Lubbock, Torino, 1875).

(25) — Una Caverna sepolcrale in Liguria (La Beneficenza, Genova, 1876).

(26) — Di alcune fiere fossili nel Finalese (" Giorn. della Soc. di Lett. e Convers. scientif. „, II, Genova, 1878).

(27) — Nuove ricerche sulle Caverne ossifere della Liguria (" Mem. R. Acc. Lincei „, serie 3ª, vol. 2º, 1878).

(28) — Osservazioni relative ad alcune Caverne ossifere della Liguria Occidentale (" Boll. di Paletn. Ital. „, VIII, 1882).

(29) — Cenni sui materiali estrattivi dei monti Liguri (Ric. Sez. Lig. C. A. I., Genova, 1883).

(30) — Pintaderas (" La Natura „, nº 24, Milano, 1884).

(31) — Caverne del Loanese e del Finalese (con appendice di C. Raimondi) (" Bull. Paletn. Ital. „, XI, 1885).

(32) — La Liguria ed i suoi abitanti nei tempi primordiali (Genova, 1885).

(33) — Dei Fossili recentemente raccolti nella Caverna delle Fate (" Ann. Mus. Civ. di Genova „, serie 2ª, vol. 9º, 1886).

(34) — Note intorno al rilevamento geologico del territorio compreso nei fogli di Cairo Montenotte e Varazze della Carta topogr. milit. (" Boll. Com. geol. ital. „, XVI, 1885).

(35) — La Pietra di Finale nella Riviera Ligure (" Boll. Com. geol. ital. „, XVI, 1885).

(36) — Catalogo dei fossili della Pietra di Finale (" Boll. Com. geol. ital. „, XVII, 1886).

N.B. Questi ultimi tre lavori sul Finalese furono riuniti dall'Autore in un fascicolo speciale intitolato " Contributi alla Geologia Ligustica „, Roma, 1886.

(37) — Scavi recenti nella Caverna delle Arene Candide (" Bull. Paletn. Ital. „, XII, 1886).

(38) Issel A., Resti di un antropoide rinvenuti nel pliocene di Pietra Ligure (" Boll. Soc. geol. ital. ", V, 1886).
(39) — Mazzuoli L. e Zaccagna D., Carta geologica delle Riviere Liguri e delle Alpi Marittime (Sez. lig. del C. A. I., Genova, 1887), scala di 1 a 200.000.
(40) — La nuova Carta geologica delle Riviere Liguri e delle Alpi Marittime (" Boll. Soc. geol. ital. ", VI, 1887).
(41) — Del ritrovamento di una conchiglia esotica nella Caverna delle Arene Candide (" Bull. Paletn. Ital. ", XIII, 1887).
(42) — e Squinarol S., Carta geologica della Liguria (Genova, 1891), scala di 1 a 200.000.
(43) — Note paletnologiche sulla Collezione del sig. G. B. Rossi (" Bull. Paletn. Ital. ", XIX, 1893).
(44) — e Traverso S., Note sul litorale fra Vado e Spotorno (" Atti Soc. lig. Sc. Nat. ", V, 1894).
(45) — Cenni di nuove raccolte nelle Caverne ossifere della Liguria (" Atti Soc. lig. Sc. Nat. ", V, Genova, 1894).
(46) — Liguria geologica e preistorica (Genova, 1892).
(47) — Excursion géologique dans les env. de Gênes (Genova, 1905).
(48) — Incisioni rupestri nel Finalese (" Bull. Paletn. Ital. ", XXIV, 1900).
(49) — Un exemple de survivance préhistorique (" C. R. XIII Congrès d'Anthrop. et d'Archéol. préhist. ", Monaco, 1907).
(50) — Cavità rupestri simili alle Caldaie dei Giganti (Genova, 1907).
(51) — Liguria preistorica (" Atti Soc. lig. Storia patria ", vol. XL, Genova, 1908).
(52) — Memoriale degli Alpinisti (" Ann. Sez. Lig. C. A. I. ", Genova, 1914).
(53) — Le Caverne e la loro esplorazione scientifica (" Ann. Sez. lig. del C. A. I. ", Genova, 1915).
(54) Jervis G., I Tesori sotterranei dell'Italia. Parte II^a^ (Regione dell'Appennino), Torino, 1874, e Parte IV^a^ (Economica), 1889.
(55) Maineri, Della Caverna di Verzi-Pietra (Genova, 1873).
(56) Mazzuoli (V. Issel, 1887).
(57) Molon F., Preistorici e contemporanei. Studi paleoetnologici in relazione al popolo Ligure (Milano, U. Hoepli, 1880).
(58) — Paletnologia italiana. I nostri antenati (Parma, 1887).
(59) Morelli N., Nota sopra la Tana del Colombo nel territorio di Toirano (" Atti Soc. lig. Sc. Nat. ", I, Genova, 1889).
(60) — Note sulla Caverna della Basua (" Atti Soc. lig. Sc. Nat. ", I, Genova, 1889).
(61) — Relazione sugli scavi eseguiti nella Caverna della Pollera situata nel Finalese (" Mem. R. Acc. Lincei ", IV, 1888).

(62) Morelli N., Nota sopra due Caverne recentemente esplorate nel territorio di Toirano (" Bull. Paletn. Ital. ", XVI, 1890).
(63) — La Caverna del Pastore e Livrea, situata nel territorio di Toirano (" Atti Soc. lig. Sc. Nat. ", I e II, Genova, 1889-1890).
(64) — Di una Stazione litica a Pietra Ligure (" Atti Soc. lig. Sc. Nat. ", II, Genova, 1890).
(65) — Antichi manufatti metallici della Liguria (" Bull. Paletn. Ital. ", XIV, 1888).
(66) — Resti organici rinvenuti nelle Caverne delle Arene Candide (" Atti Soc. lig. Sc. Nat. ", I e II, 1889-1890).
(67) — La Caverna di S. Eusebio nel Finalese (" Atti Soc. lig. Sc. Nat. ", V, Genova, 1894).
(68) — Iconografia della Preistoria ligustica (Genova, 1901).
(69) Pacini Candelo M., L'Arma del Sanguineto o Caverna della Matta (" Atti Soc. Storia savonese ", II, Savona, 1890).
(70) Pareto L., Descrizione di Genova e del Genovesato (Vol. I, Genova, 1846).
(71) Perrando D. G., Sur deux Cavernes de la Ligurie (Congr. Internat. d'Anthrop. et d'Archéol. préhist., V, Bologne, 1873).
(72) Pigorini L., Avanzi umani e manufatti litici colorati dell'età della Pietra (" Boll. Paletn. Ital. ", VI, 1880).
(73) Raffo L., Le Caverne delle Arene Candide e della Pollera (" Ric. Sez. lig. C. A. I. ", Genova, 1883).
(74) Raimondi C., Di una anomalia dell'osso sacro nell'uomo, più frequente nelle Scimmie antropoidi (" Ann. Mus. civ. St. Nat. ", II, vol. 2°, Genova, 1885, e " Rend. R. Acc. Sc. med. ", Genova, 1885).
(75) Ramorino G., Sopra le Caverne di Liguria e specialmente sopra una recentemente scoperta a Verezzi sopra Finale (" Mem. R. Acc. Sc. Torino ", serie II, vol. XXIV, Torino, 1866).
(76) Ranieri L., Cenni intorno alle antiche Caverne della Liguria (" L'Unione ", n° 17 a 28, Porto Maurizio, 1886).
(77) Rovereto G., Arcaico e Paleozoico nel Savonese (" Boll. Soc. geol. ital. ", XIV, 1895).
(78) Sacco F. (V. Bellardi), I Molluschi dei Terreni terziarii del Piemonte e della Liguria (Vol. VI-XXX, Torino, 1889-1904).
(79) — L'Appennino settentrionale e centrale (Torino, 1904), con Carta geologica alla scala di 1 a 500.000.
(80) Sasso A., Saggio geologico sopra il Bacino terziario di Albenga (" Giorn. lig. di Sc., Lett. ed Arti ", V, Genova, 1827).
(81) Sergi G., Liguri e Celti nella valle del Po (" Arch. per l'Antrop. e l'Etnol. ", XIII, Firenze, 1883).

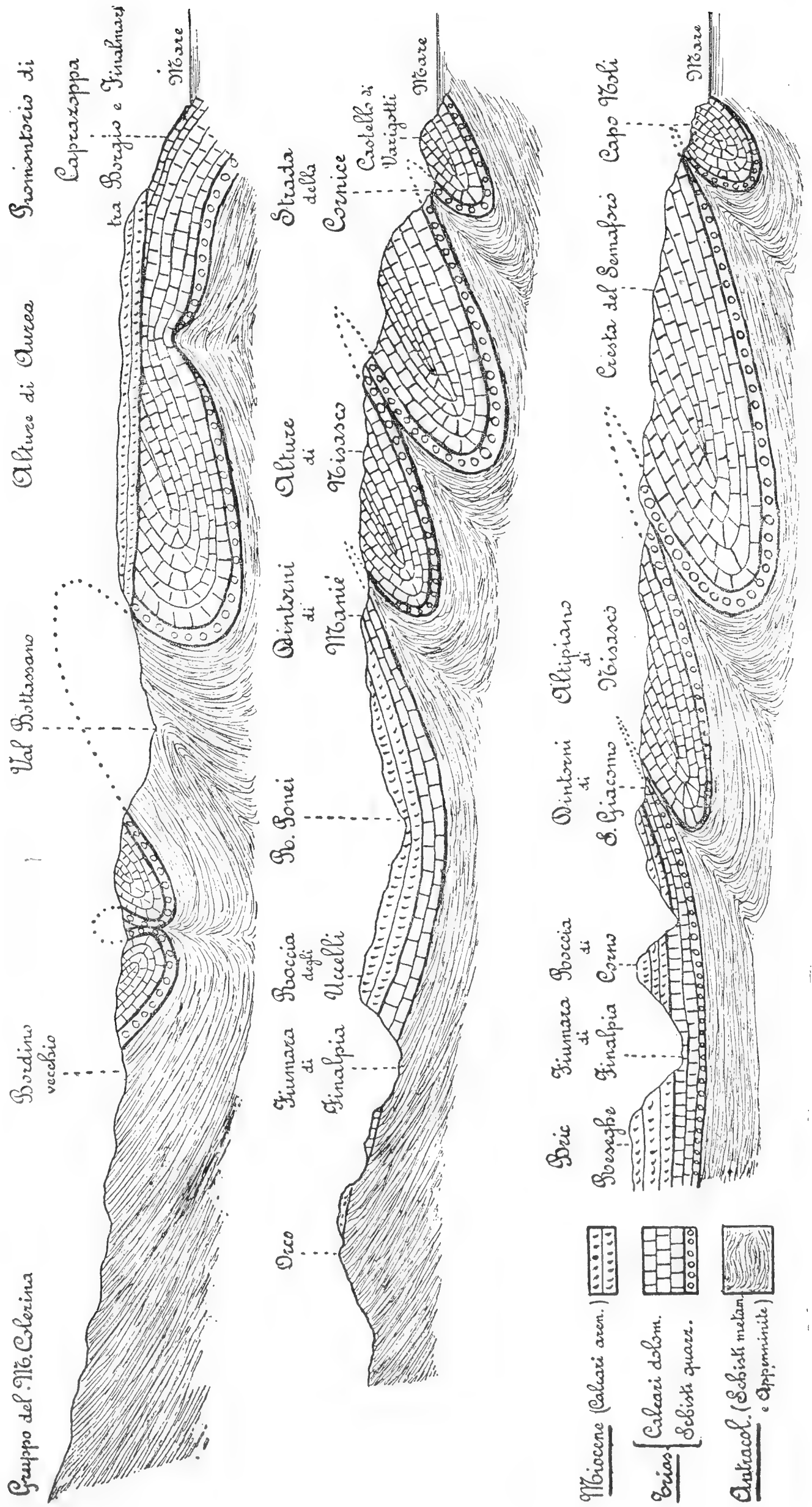
(82) SISMONDA A., Osservazioni geologiche sulle Alpi Marittime e sugli Appennini liguri ("Mem. R. Acc. Sc. Torino „, serie II, tomo IV, Torino, 1841).
(83) — Carta geologica di Savoia, Piemonte e Liguria (Torino, 1862, 1866).
(84) SPALLANZANI L., Lettera relativa a diversi oggetti fossili e montani (" Mem. di Matem. e Fisica „, II, Verona, 1784).
(85) ZACCAGNA D. (V. ISSEL, 1887).
(86) — Conformazione stratigrafica fra il torrente Neva ed il Pennavaira in territorio di Albenga (" Boll. Com. geol. it. „, XL, 1909).

INDICE

Generalità . . . . Pag. 514
Carbonifero e Permiano . . . . „ 517
Trias . . . . „ 518
Infralias, Giuralias, Eocene . . . . „ 522
Miocene . . . . „ 523
Pliocene . . . . „ 526
Quaternario . . . . „ 527
Bibliografia . . . . „ 531

Scala unica di 1 a 50.000.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 9 Maggio 1920

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci SEGRE, PEANO, GUIDI, MATTIROLO, GRASSI, SOMIGLIANA, PANETTI, SACCO, MAJORANA, HERLITZKA, ROSA, POCHETTINO e PARONA Segretario.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Socio GUIDI fa omaggio della 2ª edizione del volume *Esercizi - Lezioni sulla scienza delle costruzioni*, ed il Socio MATTIROLO delle sue tre Note: *Pasquale Baccarini; Due "Avventizie" nuove per la Flora italiana; Tartuficultura e rimboschimento.* Il Presidente ringrazia a nome della Classe.

Il Socio SOMIGLIANA riferisce quanto segue sul viaggio in Cirenaica, organizzato dal Touring Club:

" Nel gennaio di quest'anno la Direzione del Touring Club italiano inviava alla nostra Accademia l'invito a partecipare ad un'escursione in Cirenaica, organizzata da quel benemerito Sodalizio, per desiderio del Governatore della Colonia S. E. il Senatore De-Martino. Scopo dell'escursione quello che persone competenti nell'agricoltura, nell'industria, nei commerci, nelle quistioni coloniali o provette negli studi geografici ed archeo-

logici, traessero dalla visione diretta dei luoghi un giusto apprezzamento delle sue risorse attuali, delle sue promesse, del suo sicuro avvenire.

" Avendo partecipato all'escursione, che si svolse con perfetta organizzazione dal 12 al 28 aprile scorso e colla partecipazione di ben 250 persone, credo conveniente riferirne brevemente.

" L'itinerario percorso in Cirenaica fu da Bengasi alla verdeggiante conca di Merg, da Merg alla classica Cirene, da Cirene a Derna, con auto-carri militari forniti dal governo della Colonia. Da Merg e da Cirene si discese rispettivamente a Tolmetta ed a Marsa Susa, le antiche Tolemaide ed Apollonia, per visitare le rovine di quelle famose colonie.

" Persone specialmente competenti del Governatorato tennero numerose conferenze sulle condizioni agricole attuali ed i tentativi, ora appena iniziati, di colonizzazione, sulle condizioni politiche in riguardo ai rapporti colla popolazione araba, sugli scavi archeologici avviati con una certa larghezza, particolarmente a Cirene ed a Marsa Susa.

" Il risultato più importante raggiunto dal Governatorato, da quando è retto dall'illuminato criterio del Sen. De-Martino, è la pacificazione della colonia. La popolazione araba, enormemente ridotta di numero durante la guerra per la carestia e la peste, vede ora negli italiani dei fratelli che l'hanno aiutata e protetta in quel terribile periodo, che rispettano il movimento culturale e religioso del paese imperniato nella Senussia, che si apprestano a dar loro diritto di cittadinanza ed autonomia. E sentimenti di fratellanza, di simpatia e desiderio di collaborazione nel lavoro di incivilimento furono ripetutamente espressi anche a noi dall'elemento arabo più colto. Un fatto caratteristico è che un fratello del Gran Senusso, Sidi Redha, venne appositamente a Bengasi incontro a noi dalla sua lontana residenza di Sedabia.

" Il paesaggio da noi attraversato è dei più interessanti. Scarsa è dappertutto la coltivazione e fatta con metodi primitivi, come in qualunque paese arabo. Ma estesissimi pascoli naturali si presentano appena da Bengasi si sale sull'altipiano e raggiungono uno sviluppo veramente meraviglioso nell'ampia conca verdeggiante di Merg, ove anche la coltivazione dell'orzo è notevolmente intensa. Fra Merg e Cirene si ammirano larghe

zone di terreno accidentato, che si elevano fino a quasi 900 metri sul mare, con boschi fitti di piante di alto fusto, in gran parte ginepri. Fra Cirene e Derna si attraversano regioni in cui invece la vegetazione scarseggia, e domina un carattere predesertico, ma avvicinandosi a Derna ritornano pascoli e boschi, e compare numeroso l'ulivo selvatico, che, al dire dei competenti, può essere facilmente trasformato in ulivo gentile, e ridotto altamente redditizio.

" Derna è costrutta su una magnifica oasi tutta a palme, banane, viti e alberi fruttiferi di ogni genere, alimentata da un *uadi* che sgorga dalla scogliera a circa sette chilometri dalla città, con una notevole portata di alcune centinaia di litri al secondo. Più che Bengasi Derna ha aspetto pulito e civile e può diventare una magnifica residenza invernale.

" In complesso è da tutti i competenti ammesso che una intensificazione ed estensione dell'agricoltura, ora allo stato quasi embrionale, sia certamente possibile. Naturalmente occorreranno non brevi tentativi e studi, trattandosi di regione il cui regime idrico e meteorologico è così diverso dai nostri. A questo scopo la escursione del Touring ha già dato un risultato colla costituzione di un Sindacato che si propone di fornire i mezzi per lo studio di un piano generale di sfruttamento agricolo, allargando i lavori già lodevolmente iniziati dal Governo in qualche punto del territorio coll'impianto di campi sperimentali.

" Dobbiamo augurarci che altre spedizioni simile a questa, organizzata dal Touring Club con tanto sentimento d'italianità e di patriottismo, facciano conoscere agli italiani colti le nostre colonie ".

Il Presidente ringrazia il Socio SOMIGLIANA dell'interessante comunicazione e si compiace dei risultati del viaggio.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 23 Maggio 1920

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci D'Ovidio, Segre, Foà, Guidi, Grassi, Somigliana, Panetti, Ponzio, Sacco, Majorana, Rosa, Herlitzka e Parona Segretario.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Socio Sacco fa omaggio della sua Nota *La glaciation dans les vallons de Saint-Barthélemy et de Torgnon* riassumendola. Il Presidente ringrazia.

Il Segretario presenta il II Tomo delle *Œuvres complètes de Thomas Jan Stieltjes* pubblicate dalla Società matematica di Amsterdam, spedito in gradito dono all'Accademia.

Il Socio Panetti presenta per la pubblicazione negli *Atti* una sua Nota *Per una precisa definizione del metacentro longitudinale di un aeroplano.*

LETTURE

Per una precisa definizione del metacentro longitudinale di un aeroplano

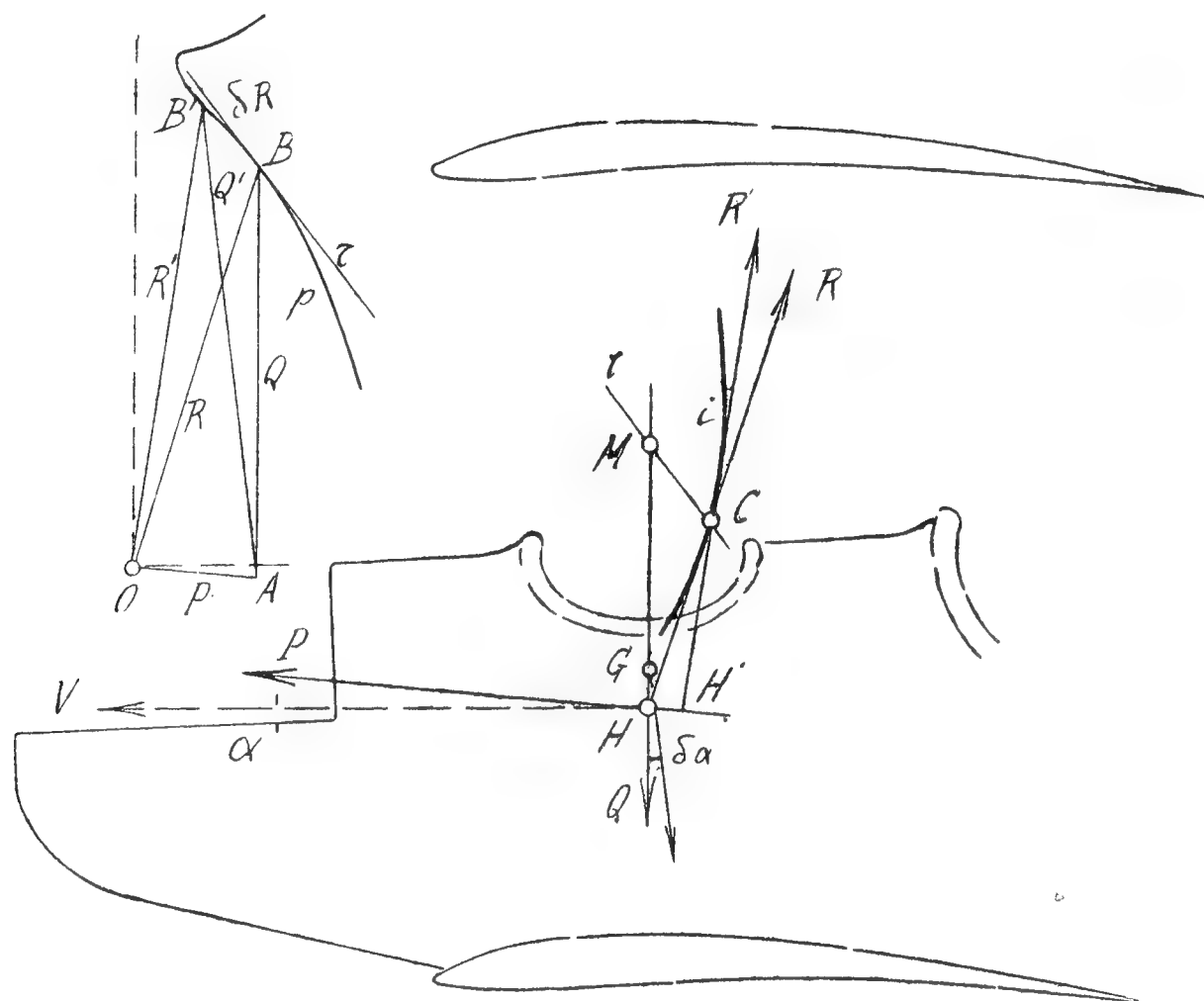
Nota del Socio nazionale residente MODESTO PANETTI

1. — È noto che le caratteristiche del volo rettilineo di un aeroplano dipendono dal suo *centraggio*, ossia dalla posizione del baricentro G a cui è applicato il peso Q, rispetto all'asse dell'elica propellente secondo il quale opera la propulsione P ed al *centro aerodinamico* C dell'apparecchio, intorno al quale rota la risultante R delle reazioni dell'aria mentre l'aereo compie rotazioni infinitesime intorno all'asse baricentrico trasversale (moti di beccheggio).

Per un dato *angolo di barra* del timone di altezza, al quale corrisponde un dato *regime di volo orizzontale* e quindi un valore costante di P, la reazione R si modifica con l'assetto longitudinale dell'aereo, ossia con l'*angolo di elevazione* α formato dall'asse di costruzione dell'aeroplano con la velocità del suo baricentro, positivo se questa è al di sotto di detto asse.

2. — Le variazioni di R si rappresentano immaginando di tener fermo l'aeroplano e di modificare la orientazione della corrente d'aria che lo investe, in modo da riprodurre tutti i valori dell'angolo α che possono interessare, tracciando nel piano di simmetria dell'apparecchio la schiera delle rette di azione della R, ovvero il suo *inviluppo* i, nonchè per un punto O il fascio dei segmenti equipollenti ai singoli valori di R, ovvero il luogo p degli estremi di tali segmenti, a cui si dà il nome di *polare relativa all'apparecchio*.

Naturalmente si dovrebbero conoscere tanti inviluppi e tante polari quanti sono gli angoli di barra del timone di altezza che si considerano, ossia quanti sono i regimi di volo orizzontale che si prendono in esame.

3. — Durante un qualsiasi regime le forze P Q ed R devono farsi equilibrio, quindi le loro rette d'azione devono concorrere in un unico punto H che è l'intersezione della propulsione P col peso Q. In conseguenza la R deve essere la tangente per H all'inviluppo corrispondente al regime considerato.

Il punto di tangenza è precisamente il centro aerodinamico C di cui abbiamo parlato: in vero, variando di pochissimo l'angolo di elevazione α, la R si dispone secondo una tangente vicinissima, la cui intersezione con la posizione iniziale tende a C quando α tende a zero.

Inoltre, sempre per il fatto dell'equilibrio, le forze P Q ed R devono essere equipollenti ai lati di un triangolo, che si vede costruito in OBA, essendo B il punto della polare corrispondente al regime considerato.

È importante che, nel caso in cui la propulsione manchi o si riduca sensibilmente, l'apparecchio si disponga spontanea-

mente al volo librato in discesa. Bisogna per questo che la R abbia rispetto al baricentro momento di senso tale da abbassare la prora e quindi la P abbia momento raddrizzante, ossia *l'asse del propulsore stia al di sotto del baricentro*; quantunque, per considerazioni estranee alla trattazione presente, convenga che la distanza fra G e P sia molto piccola.

4. — D'altra parte, se consideriamo la *stabilità longitudinale di forma*, ossia quella che interessa il semplice fenomeno statico, quando cioè si astrae dai momenti resistenti che smorzano le oscillazioni di beccheggio, le variazioni δR della reazione aerodinamica dovrebbero avere rispetto al baricentro G momenti di segno opposto alle rotazioni che le hanno provocate.

Ora le δR per piccolissime rotazioni dell'aereo intorno alla posizione di equilibrio sono parallele alla tangente τ alla polare nel punto B. Inoltre sono rivolte verso l'alto se le rotazioni che le provocano aumentano l'angolo di elevazione. Condotta quindi per C parallelamente a τ la t che è retta di azione della δR, si riconosce subito che il baricentro G dovrebbe rimanere al di sotto della t. Viene così a limitarsi nel piano di simmetria dell'apparecchio una regione, definita per ciascun regime, compresa fra le rette P R e t, alla quale è circoscritta la scelta del baricentro G, dato che si esiga dall'aeroplano la stabilità di forma.

D'altra parte per un dato regime è pure determinata rispetto all'aereo l'orientazione della verticale, e quindi la scelta del baricentro è limitata al segmento verticale HM compreso fra la propulsione P in basso e la retta secondo la quale avvengono le variazioni della R in alto. Accostandosi alla prima si ha una maggiore stabilità al beccheggio; accostandosi alla seconda si accentuerà nell'aereo la capacità ad iniziare spontaneamente il volo librato in discesa.

Se il centro aerodinamico cadesse sull'asse della propulsione, il segmento HM si ridurrebbe ad un punto col quale quindi, volendo evitare la instabilità di forma, dovrebbe coincidere il baricentro. Si ha in tal caso l'apparecchio a *centri riuniti*.

5. — Portato l'apparecchio in posizione diversa da quella di regime con una rotazione piccolissima $\delta\alpha$, consideriamo le

sole azioni che opererebbero su di esso se, fermo in tale orientazione, procedesse con la medesima velocità in volo orizzontale. Risulta subito che la reazione aerodinamica R' da sostituirsi alla R, la propulsione P' necessaria a mantenere la stessa velocità col nuovo orientamento e la Q ruotata dell'angolo $\delta\alpha$ rispetto all'aereo non possono più farsi equilibrio.

In particolare, ammesso che la variazione di P sia trascurabile rispetto a quella di R, bisognerebbe sostituire a Q la forza $B'A$ sensibilmente diversa per chiudere il triangolo delle forze. Così pure il peso passante tuttora per G, inclinato di $\delta\alpha$ rispetto a Q, non passerà per la nuova intersezione H' della P con la R'.

Il momento totale $\mathfrak{M}$ delle forze considerate rispetto al baricentro, che sappiamo essere raddrizzante se G è al di sotto di M, misura la stabilità di forma dell'aereo.

Uniformandoci quindi al concetto tradizionale della meccanica, possiamo definire altezza metacentrica longitudinale il valore limite del rapporto

$$h = \mathfrak{M} : (Q \,.\, \delta\alpha),$$

quando $\delta\alpha$ tende a zero.

6. — Per calcolarlo ci occorre stabilire la nuova orientazione del peso Q in accordo con quella data arbitrariamente alla R. Avvertiamo perciò che quando l'aereo passa nel moto di beccheggio per l'assetto considerato, il suo baricentro non percorre più una orizzontale ma una curva serpeggiante intorno ad essa con accelerazione a, quindi due nuove forze vengono a sommarsi a quelle già considerate.

Esse sono: le forze d'inerzia degli elementi di massa dell'aereo e le resistenze aerodinamiche derivate dovute al moto perturbato.

Le somme geometriche delle une e delle altre sono due azioni baricentriche:

$$-a\frac{Q}{g} \qquad \text{e} \qquad D,$$

le quali composte con Q nell'orientamento momentaneo dell'aereo ci dànno una risultante Q', che deve permettere di chiudere il triangolo di equilibrio OAB'. Dunque Q' è rappresentata dal lato $B'A$.

D'altra parte, potendosi ritenere che la proiezione orizzontale del moto sia uniforme durante un beccheggio di piccolissima ampiezza, l'accelerazione a e la somma geometrica delle reazioni aerodinamiche derivate tendono ad assumere direzione verticale, quindi $B'A$ nelle condizioni limiti è anche la direzione di Q rispetto all'aereo girato dell'angolo $\delta\alpha$.

7. — Se finalmente confrontiamo i due quadrangoli completi $OABB'$, $HH'CM$ nei quali i 5 lati già tracciati del secondo sono rispettivamente paralleli ai 5 corrispondenti del primo, ne deduciamo che Q' è parallelo ad MH', mentre la sua retta d'azione deve passare per G.

Ma Q' trasportato in H' sarebbe con R' e con P in equilibrio; dunque la risultante di queste due forze passa per M ed ha rispetto al baricentro G momento uguale a

$$Q' . MG . \text{sen}(\delta\alpha).$$

Dal confronto di questa con l'espressione dell'altezza metacentrica h data nel n° 5 siamo autorizzati a concludere che effettivamente M si deve considerare come il metacentro longitudinale dell'aereo corrispondente alla posizione del timone predisposta al regime considerato di volo, essendo il peso Q a cui nel fenomeno statico si ascrive il momento raddrizzante, sostituito dalla forza Q', che in sè include le somme geometriche delle azioni dinamiche di massa e delle reazioni derivate dell'aria da aggiungersi nello studio del moto relativo al baricentro.

Le piccolissime oscillazioni di beccheggio avvengono dunque come se l'aereo fosse fissato ad un asse trasversale la cui traccia è nella intersezione della verticale baricentrica con la parallela t pel centro aerodinamico alla direzione della polare p nel punto B che corrisponde al regime considerato.

Il metacentro ed il centro aerodinamico sono due punti di regola ben distinti che importa non confondere.

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

PUBBLICAZIONI FATTE SOTTO GLI AUSPICI DELL'ACCADEMIA

Il Messale miniato del card. Nicolò Roselli detto il cardinale d'Aragona. Codice della Biblioteca nazionale di Torino riprodotto in fac-simile per cura di **C. Frati, A. Baudi di Vesme** e **C. Cipolla.**

Torino, Fratelli Bocca editori, 1906, 1 vol. in-f° di 32 pp. e 134 tavole in fotocollografia.

Il codice evangelico *k* della Biblioteca Universitaria nazionale di Torino, riprodotto in fac-simile per cura di **C. Cipolla, G. De Sanctis** e **P. Fedele.**

Torino, Casa editrice G. Molfese, 1913, 1 vol. in-4° di 70 pagg. e 96 tav.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza dell'11 Aprile 1920 . *Pag.* 303

TERRACINI (Alessandro). — Alcune questioni sugli spazi tangenti e osculatori ad una varietà (Nota III) . . . . . . „ 306

COLONNETTI (Gustavo). — Rapporti fra azioni statiche e dinamiche nei pali di una conduttura elettrica . . . . . . „ 327

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 25 Aprile 1920 . „ 332

SACCO (Federico). — Il Finalese . . . . „ 334

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 9 Maggio 1920 . „ 357

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 23 Maggio 1920 . „ 360

PANETTI (Modesto). — Per una precisa definizione del metacentro di un aeroplano . . . . „ 361

Tip Vincenzo Bona - Torino

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. LV, DISP. 15ª, 1919-1920

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 3.
1920

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 13 Giugno 1920

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti il Direttore della Classe SEGRE, ed i Soci PEANO, GUIDI, MATTIROLO, GRASSI, PANETTI, SACCO, MAJORANA, ROSA e PARONA Segretario.

È scusata l'assenza dei Soci SALVADORI e D'OVIDIO.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Presidente annuncia la morte del Socio nazionale A. RIGHI, e con commosse parole esprime il dolore suo e dei colleghi per l'improvvisa scomparsa dell'uomo eminente e di così alto valore scientifico. Rammenta che l'Accademia gli conferì il premio Vallauri, che fu nominato Socio corrispondente nel 1884 e Socio nazionale non residente nel 1915. Dà notizia dei telegrammi di condoglianza inviati alla famiglia ed all'Università di Bologna, e soggiunge che l'Accademia fu rappresentata ai funerali dal Rettore dell'Università stessa, in assenza del nostro Socio Prof. PINCHERLE che ne era stato incaricato. Invita poi il Socio MAJORANA ad assumersi l'incarico di commemorare l'illustre Estinto, ed il collega di buon grado acconsente.

Comunica che è giunto il decreto reale di conferma alla nomina a Direttore della Classe del Socio Segre. Il nuovo Direttore rinnova i ringraziamenti per l'onore conferitogli.

Il Socio Grassi offre in omaggio il secondo volume del suo *Corso di Elettrotecnica* (4ª ediz.); il Socio Sacco la sua Nota *Le pulsazioni della crosta terrestre*; ed il Segretario il secondo fascicolo del *Trattato di Anatomia Patologica* a nome del Socio Foà, che [illegible] nome della [illegible]

Il Dir[illegible] del sig. S[illegible], *[illegible] on the theory of plane curves.*

Il Socio Grassi presenta, per la stampa negli *Atti*, una Nota del Socio corrispondente L. Lombardi, *Sopra un metodo semplice per rilevare le curve di variazione delle grandezze alternative e le loro armoniche successive.*

LETTURE

Sopra un metodo semplice per rilevare le curve di variazione delle grandezze alternative e le loro armoniche successive

Nota del Socio corrispondente LUIGI LOMBARDI

La conoscenza esatta delle leggi di variazione delle grandezze alternative assume una notevole importanza nella trattazione di molti problemi di elettrotecnica, onde si giustifica la ricerca dei mezzi più semplici per rilevarne sperimentalmente le curve di rappresentazione, e per decomporle nell'onda fondamentale e nelle armoniche successive. I metodi all'uopo impiegati sono numerosi, e per la maggior parte ben noti (1), sì che non occorre in questa sede farne particolareggiata enumerazione.

Quello più antico, che ha servito di base per molti altri, fu suggerito da Joubert, il quale si valse di un organo di contatto rotante per stabilire una comunicazione metallica di brevissima durata fra due parti del circuito a un determinato istante del periodo, variandone la fase mediante lo spostamento angolare della molla o della spazzola, destinata a ricevere il contatto. Nella forma più comune si utilizza questo contatto per caricare un condensatore alla differenza istantanea di potenziale, che intercede al momento voluto fra due punti del circuito, e si scarica poi il condensatore medesimo attraverso un galvanometro balistico, mediante la trasposizione di un reoforo esterno. È possibile però di ottenere dallo stesso organo di contatto rotante la carica del condensatore in una prima posizione, e successivamente la scarica di esso attraverso al galva-

(1) Orlich, *Aufnahme und Analyse von Wechselstromkurven.*

nometro mediante l'aggiunta di una seconda spazzola fissa, ed in questa forma l'apparecchio, trasformato in un vero commutatore rotante, è anche di uso frequente per la misura di piccole capacità col metodo di Fleming. Il prof. Revessi (1) ne propose l'impiego per rilevare le curve di variazione della f. e. m. degli alternatori, utilizzando a muovere l'organo di contatto un motore asincrono di piccolo scorrimento, il quale, variando per gradi la fase del contatto, permette di seguire al galvanometro la deviazione di scarica, proporzionale alle singole ordinate della curva di tensione, in un intervallo di tempo corrispondente al periodo differenziale di battimento, sì da poter applicare al rilievo un metodo comune di registrazione.

Una prima semplificazione di questo metodo si può ottenere, sostituendo al commutatore a due contatti successivi un semplice interruttore rotante, che stabilisce la comunicazione istantanea della 2ª armatura del condensatore con uno dei punti, tra cui si desidera di rilevare la curva di tensione, mentre l'altro punto è in comunicazione permanente con la 1ª armatura. Fra le due armature si può mantenere in permanenza derivato il galvanometro con una adeguata resistenza zavorra, atta a limitare la corrente istantanea direttamente assorbita dallo strumento, laddove quella media di scarica si sviluppa in tutto l'intervallo fra i contatti successivi, e può fornire all'equipaggio, convenientemente smorzato, una deviazione stabile.

Ridotta a questa semplicità la funzione dell'apparecchio, non è più necessario di renderne le parti permanentemente solidali con la macchina generatrice, ovvero con apposito motore sincrono o asincrono, come era solito per i primitivi apparecchi di Joubert, potendosi dare al sistema la forma di un disco girevole attorno ad un asse, munito di impugnatura, come un ordinario contagiri, da adattarsi all'albero della macchina mediante un innesto metallico a punta triedrica, ovvero mediante un bottone elastico di frizione. Se l'applicazione è fatta a un motore asincrono, col metodo Revessi, basta prolungare l'innesto per tutto l'intervallo di un periodo di battimento; se a un motore sincrono, ovvero al generatore, in ogni posizione dell'im-

---

(1) *Atti dell'Associaz. Elettrot. Ital*, 1909, p. 211.

pugnatura, cui è solidale la spazzola, e che si può leggere mediante un indice fisso alla ossatura della macchina, di fronte a cui si sposta una scala circolare solidale alla impugnatura, o viceversa, si rileva mediante una deviazione stabile del galvanometro una delle ordinate della curva. Nel 1° caso, per rilevare curve molto accidentate, occorre un galvanometro di equipaggio così leggero, da poter seguire proporzionalmente tutte le oscillazioni armoniche, impresse durante il periodo di battimento; nel 2° caso l'inerzia dell'equipaggio non presenta alcun inconveniente, anzi serve a render più stabili le deviazioni; in entrambi i casi però è necessario limitare la durata dei contatti di carica a segno, da renderla trascurabile di fronte all'intervallo che corrisponde, in base alla velocità periferica del disco, allo sviluppo dell'onda fondamentale e di una qualunque delle armoniche da rilevare.

Se un interruttore sincrono così fatto si applica, per il rilievo della curva della f. e. m. o di altra grandezza correlativa, ad un alternatore multipolare, si può accrescere la sensibilità del metodo, ossia il numero delle cariche istantanee del condensatore, e quindi la deviazione del galvanometro, aumentando il numero dei contatti per ogni giro in proporzione del numero delle coppie polari, con che essi risultino fra loro a eguale distanza, in modo da ripetersi per fasi coincidenti, uno in ogni periodo. Ove il numero dei contatti si aumentasse ulteriormente, in modo che questi si ripetessero a eguali intervalli due o più volte entro ogni periodo, la somma delle cariche conferite al condensatore in un numero intero di periodi risulterebbe algebricamente nulla, e nulla del pari la deviazione del galvanometro, semprechè si trattasse di una differenza di potenziale variabile con legge sinusoidale. E di qui è scaturita l'idea di applicare il metodo stesso per il rilievo separato della curva risultante e delle sue armoniche di ordine superiore.

Basta, infatti, per questo impiegare un interruttore, il quale riproduca i contatti istantanei tante volte in ogni giro, quanto è il numero dei periodi dell'armonica che si vuol rilevare, purchè il numero d'ordine di questa non abbia alcun fattore comune col numero di coppie polari, ossia di periodi dell'onda fondamentale in ogni giro. Così per rilevare separatamente l'armonica 3ª 5ª 7ª 11ª 13ª ... della f. e. m. o della

tensione, prodotta da un alternatore, che abbia 1, 2, 4, 8, 16 coppie polari, basterà che l'interruttore ripeta i contatti a ogni giro 3, 5, 7, 11, 13 volte, laddove per una macchina a 3 o 5 coppie polari il rilievo separato della 3ª e 5ª armonica richiederebbe un numero di contatti 3×3, 5×5, ecc.

Per adattare a questi differenti rilievi uno stesso interruttore sincrono, non è indispensabile di ricambiare ogni volta il disco destinato a stabilire i contatti, ma bensì è possibile di munire il medesimo disco di un numero di segmenti, che abbia per divisori i numeri di contatti desiderati, rendendo solidali fra loro quelli equidistanti, il cui numero corrisponde al numero dei contatti medesimi. Così con un disco di ebanite, portante alla periferia $3 \times 5 \times 7 = 105$ segmenti metallici della larghezza periferica di 1 a 2 mm., i quali coi rispettivi segmenti isolanti di analogo spessore possono occupare in complesso uno spazio di circa 20 a 40 cm. e pertanto richiedono un diametro di 7 a 14 cm. non eccessivamente ingombrante, si possono eseguire i rilievi delle prime armoniche indicate, che per molti casi della pratica sono sufficienti. Con un numero di segmenti maggiore d'altronde, anche se esso non contiene come divisore il numero esatto che si vorrebbe attuare, l'errore che si commette collegando fra loro i segmenti, che meno si allontanano dalle posizioni equidistanti prestabilite, può essere abbastanza tenue, da potersi in molti casi tollerare in una ricerca approssimativa.

Per rendere solidali fra di loro i segmenti, posti alle distanze indicate, bastano altrettante raggere o stelle di metallo, mantenute su la faccia libera del disco che si volge alla macchina mediante una vite di pressione. La Casa Hartmann & Braun costruiva piccoli interruttori di questo genere a 24 segmenti metallici isolati, dei quali si possono, mediante apposite stelle d'ottone stampato, rendere solidali con l'asse metallico 12, 8, 6, 4, 3, 2 per realizzare in ogni giro altrettante interruzioni di una debole corrente, fornita da una pila o sorgente qualsiasi ad uno dei soliti frequenziometri a linguetta, i quali in tal modo si possono utilizzare come misuratori di velocità per macchine qualunque. Nella impugnatura è perciò allogato un contatto strisciante, al quale fa capo mediante un cordone flessibile uno dei reofori della pila, mentre l'altro fa capo alla

spazzola appoggiata su la periferia del disco, e destinata a ricevere il contatto dei segmenti.

Mediante questo apparecchio semplicissimo, di cui la predetta Società dichiara di avere abbandonato la costruzione, per la richiesta eccessivamente limitata, ho potuto eseguire con molta fedeltà, e in pochi minuti, il rilievo di curve molto capricciose di tensione sopra un gruppo di due alternatori, accodati sul medesimo asse, uno dei quali a 4 poli fornisce l'onda fondamentale, di forma prossima alla sinusoide, e l'altro a 12 poli, eccitato separatamente, fornisce la 3ª armonica di ampiezza e fase variabile, essendo lo statore sostenuto da un collare girevole mediante un comando a dentiera e vite senza fine. La curva della tensione risultante veniva rilevata munendo l'apparecchio della stella a 2 punte diametralmente opposte, e la 3ª armonica separata mediante la stella a 3 o quella a 6 punte, con che le ordinate rispettive risultavano in relazione alle prime moltiplicate per il rapporto 3/2 e 6/2. La capacità impiegata era di alcuni microfarad; la resistenza in serie col galvanometro, derivata fra le armature, di alcune decine di migliaia di ohm. Con l'apparecchio in esame non era possibile rilevare altre armoniche, ma è allo studio la costruzione di un modello più grande, con l'aiuto del quale anche la 5ª e 7ª armonica potranno rilevarsi con la stessa facilità (1).

Con tale modalità è da presumere che l'apparecchio possa trovare praticamente una larga applicazione nelle ricerche di carattere industriale, per le quali non è sempre a disposizione un oscillografo, od altro complesso di apparecchi da laboratorio.

Napoli, Istituto Elettrotecnico del R. Politecnico,
10 giugno 1920.

---

(1) L'Officina Galileo di Firenze ha cortesemente assunto la costruzione di questo apparecchio.

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

CLASSI UNITE

Adunanza del 20 Giugno 1920

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali i Soci D'Ovidio, Foà, Guidi, Parona, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Panetti, Sacco, Rosa, Herlitzka;

e della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche i Soci Ruffini, Vicepresidente dell'Accademia, Pizzi, De Sanctis, Baudi di Vesme, Schiaparelli, Patetta, Vidari, Cian, Valmaggi, Faggi, Luzio, e Stampini Segretario della Classe, che funge da Segretario delle Classi unite.

È scusata l'assenza dei Soci Segre, Direttore della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali, Salvadori, Einaudi e Prato.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza delle Classi unite del giorno 22 febbraio u. s.

Il Socio Foà legge il suo discorso commemorativo del defunto Socio nazionale residente Romeo Fusari. Segue il Socio Cian che legge la commemorazione del Socio nazionale residente Rodolfo Renier e del Socio corrispondente Francesco Novati. Il Presidente ringrazia gli oratori, applauditi dall'Accademia e dal pubblico.

IN MEMORIA

DI

ROMEO FUSARI

Discorso commemorativo letto dal Socio naz. resid. PIO FOÀ

Il 29 di marzo 1919 si spegneva a 62 anni Romeo Fusari, Professore ordinario di Anatomia umana nella R. Università di Torino. Alla propria fine, stoicamente attesa, si era venuto preparando da varii mesi, durante i quali invadeva inesorabilmente il suo corpo un male irreparabile. Egli era nato nel 1857 a Castiglione d'Adda, dove appena terminati gli studi ginnasiali si trovò di fronte alla necessità di guadagnarsi il pane, attendendo ad umili impieghi, ma il modesto oscuro eroe non perdeva di vista l'intento di guadagnarsi con lo studio l'avviamento verso una carriera liberale. Riuscì ad ottenere il passaggio dalla 2ª alla 3ª classe del Liceo, ed ebbe l'iscrizione alla Scuola di Farmacia di Pavia, da cui passò in seguito a quella Facoltà di Medicina, nella quale conseguì la laurea l'anno 1885. Però, fin dall'anno 1884 egli ottenne la carica di aiuto alla Cattedra di Istologia dell'Università Pavese, ove rimase sino al 1886. Vinse poi un posto di perfezionamento che lo condusse a Messina come allievo nel Laboratorio di Embriologia del Prof. Kleinenberg e di là passò al posto di 1° Settore nell'Istituto di Anatomia normale a Messina. Fu libero docente per titoli ed incaricato dell'insegnamento ufficiale dell'Istologia dal 1888 al 1890. Indi fu, fino al 1895, Straordinario di Anatomia umana a Ferrara e poi Straordinario di Anatomia microscopica a Bologna nel 1895-96. Fu, in seguito a concorso, Straordinario e poi Ordinario di Anatomia umana a Modena nel 1897 e 1898, nel quale anno ebbe

l'onore di succedere alla Cattedra di Anatomia umana lasciata vacante a Torino dal compianto Prof. Giacomini. Superate le prime difficoltà, accresciute da innovazioni nei metodi sino allora prevalsi, non tardò a conquistarsi la stima dei Colleghi e l'affetto deferente degli allievi, quando questi giunsero a comprenderne la solidità della dottrina e la rettitudine esemplare della persona. Le qualità personali elevate, e l'esempio costante di lavoro adempiuto con la più scrupolosa coscienza, indussero i Colleghi della sua Facoltà a proporlo quale Rettore dell'Università, nella quale carica rimase dal 1913 sino all'ottobre del 1917, mentre l'Italia e l'Ateneo Torinese attraversavano il grandioso periodo della guerra mondiale. FUSARI, Rettore, fu l'esponente di quel grande movimento che condusse il nostro Ateneo a divenire un focolaio di Italianità, e quando questo volle solennemente celebrare la visita fattagli dal Presidente del Consiglio dei Ministri, Antonio Salandra, dopo che questi aveva proclamata la guerra e aveva chiuso tutto un periodo precedente assai critico per la politica nazionale, il FUSARI pronunciò in presenza di un grande pubblico e di molte autorità un discorso ispirato ad alti sensi patriottici e civili, che per l'eleganza della forma e per la nobiltà del contenuto, concesse anche a chi non lo conosceva intimamente di rilevare, direi quasi di scoprire, quanto tesoro di sentimento fosse racchiuso nell'anima di quell'uomo, dalle apparenze poco espressive, e piuttosto ruvide.

Era uomo interamente dedito al lavoro del suo laboratorio e agli affetti della famiglia, che vedeva non senza legittimo orgoglio avviarsi verso una relativa agiatezza; egli, che aveva conosciuto il più profondo disagio, e che rammentava con soddisfazione la prima modestissima moneta consacrata finalmente al risparmio, quale espressione della sua vita sobria, castigata e previdente.

Il FUSARI, superata la naturale resistenza in chi è assuefatto al lavoro scientifico sistematico e alla più scrupolosa esecuzione del còmpito didattico, comprese che, urgendo le necessità complesse determinate dalla guerra, era necessario dare la propria attività anche al di fuori della vita strettamente accademica, e lo vediamo, infatti, assumere la Presidenza della Unione degli Insegnanti sorta a quel tempo nell'intento di alimentare la fiamma del più puro patriottismo nell'animo dei

maestri, e adoperarsi eziandio nel Comitato di preparazione per opere destinate alla guerra. Ne seguì con animo fermo le vicende e sopportò con eroica e tranquilla rassegnazione la pena di avere il figlio che giovanissimo si fece volontario e durò le gravi fatiche della guerra sotto Tolmino, sul Carso e in Carnia, caduto poi prigioniero. Ebbe, dopo gravi trepidazioni, la gioia di rivederlo quando fu liberato dalla vittoria delle nostre armi, e sentì la grandezza ed il prestigio che l'Italia per essa si era meritata nel mondo. La morte incolse il nostro compianto prima che egli potesse vedere compensata la Patria, che tanto ha amato, dei grandi sacrifici che ha sofferto, e quando ancora stava lavorando alla compilazione delle sue lezioni di Anatomia topografica.

Infaticabile lavoratore, aveva da giovane guadagnato un posto al Collegio Ghisleri di Pavia nel 1882. Ebbe, come si disse, il posto di perfezionamento all'interno nel 1887, vinse il Premio Carpi della R. Accademia dei Lincei ed il Premio Fossati del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere nel 1891. Fu Socio Ordinario della nostra Accademia, Corrispondente ai Lincei, Socio Ordinario della R. Accademia di Medicina, Socio Onorario dell'Accademia di Scienze Mediche e Naturali di Ferrara e Membro delle Società Medico-Chirurgiche di Bologna e di Modena.

Fusari si trovò come aiuto nel gabinetto di Golgi, quando questi dopo aver scoperta la cosidetta reazione nera per lo studio della fine struttura del sistema nervoso, apriva un nuovo e largo campo di studi: onde egli produsse in quegli anni il gruppo più considerevole dei suoi lavori. Studiò comparativamente l'uomo, i vertebrati superiori e vi aggiunse lo studio dei vertebrati inferiori, tanto opportuni per la conoscenza dei problemi della morfologia, e adoperò, oltre alla suddetta reazione nera, altri metodi conosciuti onde eliminare eventuali cause di errore. Studiò il cervelletto dell'uomo e l'encefalo dei teleostei, confermando sia nei vertebrati superiori, sia negli inferiori i due tipi di cellule e di fibre, l'una di natura probabilmente motoria, e l'altra probabilmente di natura sensitiva, come il Golgi aveva descritto. Nel cervelletto, dimostrò i rapporti fra le piccole cellule dello strato molecolare e la partecipazione, coi loro prolungamenti nervosi, alla formazione del fascio delle fibre arcuate. Fusari ebbe occasione di studiare i fasci di con-

nessione cerebellare in un uomo, nel quale il cervelletto mancava quasi completamente senza avere dato sintomi attribuibili alla lesione, all'infuori del mancato sviluppo dell'intelligenza. Tutti i fasci di connessione del cervelletto con gli altri segmenti dell'asse cerebro-spinale furono riscontrati molto ridotti.

Con lo studio dei vertebrati inferiori, il Fusari, contro la opinione di precedenti autori, dimostrò che la struttura dei centri nervosi di quelli, non è essenzialmente diversa da quella dei vertebrati superiori. Confermò il concetto di Golgi sull'origine ectodermale delle cellule della neuroglia e delle cellule epiteliali. Ritenne il cervelletto dei vertebrati inferiori analogo al verme cerebellare dei vertebrati superiori, e ritenne che il tetto ottico sia analogo, per la struttura, alle eminenze bigemine anteriori dei mammiferi e dell'uomo. Dimostrò con la reazione nera la esistenza di un fascio di fibre di connessione fra le due retine passanti dal nervo ottico di un lato a quello dell'altro lato. Altri preziosi contributi ha dato il Fusari alla struttura dei centri nervosi, di cui anche descrisse accuratamente alcune anomalie di sviluppo. In una ricca collezione di encefali di bambini, di cui Fusari ha dotato l'Istituto di Anatomia normale di Torino, studiò il solco orbito-frontale di Giacomini dimostrandone la persistenza in tutto il periodo fetale.

Nell'*amphioxus lanceolatus*, mediante la impregnazione nera il Fusari riuscì a mettere in evidenza molte particolarità nuove del modo di terminare dei nervi nelle branchie e nei cirri boccali, e dimostrò che i corpuscoli terminali di Krause connessi colle ultime diramazioni delle prime due paia di nervi non sono altro che gangli periferici. Descrisse eziandio le terminazioni nervose nei muscoli striati, nella cute, nella mucosa orale e nell'apparecchio branchiale.

Il Fusari fu il primo a studiare esattamente il modo di comportarsi delle fibre nervose nelle capsule surrenali, e dimostrò con sicurezza i fili terminali nervosi anche nel parenchima della milza. Colla applicazione nera anche ad altri tessuti, il Fusari contribuì alla più fine conoscenza di elementi cellulari, come le fibre muscolari, le cellule connettive della lingua, le cellule cartilaginee ed ossee, e le cellule della dentina.

Numerose pubblicazioni del Fusari riguardarono l'embriologia, l'organogenesi, e la teratologia. Egli studiò i più complessi

problemi della segmentazione, della gastrulazione e della blastogenesi. Altro lavoro di embriologia fu quello con cui il Fusari, mettendo in relazione il grado di sviluppo degli embrioni dei piccoli sacchi provenienti da aborti, con la data dell'ultima mestruazione avvenuta e della prima mancata, stabilì che l'uovo fecondato può essere tanto quello eliminato nel periodo della prima mestruazione mancata, quanto quello eliminato dall'ovaia durante l'ultima mestruazione comparsa.

In altra importante ricerca, il Fusari dimostrò l'origine diversa, oggi universalmente riconosciuta, della sostanza corticale delle capsule surrenali dall'epitelio peritoneale, e quella della sostanza midollare di natura simpatica.

È pure oggi universalmente accolta l'origine della sostanza midollare delle capsule surrenali e delle cellule simpatiche da un elemento comune, sebbene si distinguano gli elementi feocromi dagli elementi nervosi. Fusari rilevò che le prime note dello sviluppo del simpatico appaiono nel pollo indipendentemente dai gangli intervertebrali e dai nervi spinali, coi quali si collegano solo più tardi, e ne dedusse l'origine mesodermica del simpatico. Quali contributi alla teratologia segnaliamo l'accurata descrizione delle forme esterne dello scheletro, dei muscoli, dei nervi e delle arterie di un arto assai breve, provveduto di una mano con due sole dita chiuse da un rivestimento cutaneo comune, e le osservazioni sulle divisioni dell'occipite basilare e sulla fusione delle neuroapofisi cervicali in mostro anencefalo, osservazioni che servono di sostegno alla teoria vertebrale del cranio.

Dei lavori di morfologia va sopra agli altri segnalato quello sulla forma, la disposizione e lo sviluppo dei villi intestinali.

Il Fusari in molte pubblicazioni ne dimostrò la varietà di forma e di distribuzione a seconda dei varii segmenti del tenue e anche, sopratutto per il duodeno, a seconda degli individui. Adoperò il metodo della microstereofotografia per lo studio, e la dimostrazione mediante il microscopio binoculare. Formatisi i primi villi e le creste del canale digerente, resta proliferante solo la parte di epitelio che tappezza i fondi ciechi tra villo e villo, e questa parte proliferante forma gettoni cavi che fanno allungare i villi preesistenti alla base, e creano nuovi villi.

Anche per questi nuovi villi la capacità proliferativa cessa presto nelle parti libere, e continua nei fondi ciechi, e così il fenomeno si ripete parecchie volte, finchè le ultime gemme cave formate dai fondi ciechi, diventano le ghiandole intestinali.

Il Fusari trovò nel setto della lingua di un soggetto adulto giovane, tre noduli cartilaginei, e studiando i feti umani trovò che il setto tra il 4° e il 5° mese ha struttura precartilaginea con piccoli nodi differenziati di cartilagine. Questi esistono anche nei conigli, in cui sono più grossi.

Il Fusari ricercò il numero delle piastrine nel sangue normale e patologico, e fece altre ricerche sulla topografia dei bulbi gustativi nella lingua del ghiro, dei quali constatò l'assenza nel delfino, e altre sulle appendici rappresentate dalla guaina radicolare dei peli. Altre osservazioni riguardano le connessioni delle cellule muscolari liscie, in cui l'autore ha provato che la lamina d'aspetto connettivo che avvolge e separa le cellule muscolari stesse, è un prodotto di trasformazione dell'ectoplasma delle stesse cellule.

Il Fusari arricchì il Museo di Anatomia normale di alcune riuscitissime preparazioni del labirinto auditivo membranoso, e ideò metodi semplici e pratici dal punto di vista didattico. Così pure il Fusari propose un metodo per la colorazione elettiva dei granuli delle cellule di Paneth delle ghiandole intestinali, il che, adoperando i vecchi metodi, non sempre si riusciva ad ottenere. In fine, fra le maggiori attività del Fusari negli ultimi anni, va annoverata quella della produzione di opere didattiche, fra le quali va segnalato il *Compendio di Anatomia umana*, diffusissimo fra gli studenti, e il volume sul *Sistema nervoso* nel *Trattato collettivo italiano* del Vallardi, mentre purtroppo rimase inedito un *Trattato di Anatomia topografica*. Il Fusari attese eziandio all'arricchimento del Museo di Anatomia normale e all'istituzione del Laboratorio di Istologia normale. Negli ultimi anni diresse per la Ditta Paravia la costruzione dei primi modelli di preparati anatomici in gesso fatti in Italia, giungendo a superare quelli fatti all'estero.

Fusari fu uomo austero nel senso pieno della parola, e chi si fosse limitato a considerare certi lati della sua esteriorità, avrebbe corso pericolo di formulare di lui giudizi inesatti. Abitualmente molto sobrio di parola, era, invece, premurosa-

mente espressivo quando doveva comunicare per apprendere ad altri cognizioni tecniche o scientifiche, di cui era ricco al di sopra dell'aspettativa. Ligio al proprio dovere, che compiva con la più scrupolosa costanza ed esattezza, nascondeva sotto una sottile ruvida scorza un cuore eccellente. Furono, come si disse, centri abituali della sua esistenza la famiglia ed il laboratorio, ed ebbe la gioia di vedere sempre più apprezzata la sua posizione scientifica e sempre più allargata dalle circostanze la schiera dei suoi amici.

La nostra Accademia rende onore al suo socio assiduo e coscienzioso, che le ha dato molti contributi dell'attività propria e dei suoi allievi.

COMMEMORAZIONE

DI

RODOLFO RENIER e di FRANCESCO NOVATI

fatta dal Socio naz. resid. VITTORIO CIAN

EGREGI COLLEGHI,

Mesi sono la Classe di scienze morali, storiche e filologiche volle conferirmi l'ufficio, a me particolarmente doloroso, ma altamente onorevole, anche se arduo, di commemorare due insigni consoci, troppo presto scomparsi, RODOLFO RENIER e FRANCESCO NOVATI.

Dovendo rendere così un tardo, ma non perciò intempestivo tributo d'onore alla memoria dei diletti maestri ed amici, ho pensato di adempiere questo dovere in una forma inconsueta e, forse, non del tutto consentanea alla nostra tradizione accademica; ho deliberato, cioè, di appaiare e quasi di stringere insieme in queste mie parole commemorative le figure e le opere dei due compianti studiosi, perchè, in tal modo, mi pareva quasi di simboleggiare e d'illustrar meglio quella comunanza perfetta, quella solidarietà fraterna di pensieri e di azione spirituale e scientifica che li avvinse l'uno all'altro in vita.

Questo abbinamento, del resto, credo che, com'è sorto spontaneo nella mia mente, così sorgerà nell'animo di chiunque abbia, come voi, qualche conoscenza dei due illustri colleghi defunti; per questa ragione, se non altro, che esso era tale nella realtà effettiva ch'io mi accingo a lumeggiare:

> Degno è che, dov'è l'un, l'altro s'induca;
> Sì che, com'elli ad una militaro,
> Così la gloria loro insieme luca.
>
> (*Parad.*, XII, 34-6).

Perciò, meritamente, Pio Rajna, il grande maestro di questi loro studî, che, come la quercia delle sue Alpi, sta saldo e diritto sulla vetta raggiunta, quasi a sfidare gli anni e gli eventi, l'indomani della morte di Francesco Novati, che gli era stato successore sulla cattedra dell'Accademia letteraria di Milano, accennando anche al Renier, scriveva con accorata mestizia: " La morte, a meno d'un anno di distanza, dei due atleti, così dissimili per tanti rispetti fra di loro, e nondimeno così intimamente legati, ha qualche cosa di fatale: l'uno (il Renier) aveva compiuto da pochi mesi il 57° anno, l'altro stava per compierlo " (1).

Questa mia rievocazione dei due commilitoni, che, naturalmente, non vuole, nè può essere una compiuta monografia e men che meno un'esauriente illustrazione biografica e critico-bibliografica, si propone appunto di far vedere con rapidi tratti queste dissimiglianze individuali e, in quanto hanno di più caratteristico, di rilevare pure le fondamentali somiglianze e le affinità intellettuali onde i due poterono con profonda efficacia associare tanta parte dell'attività loro, i frutti più sapidi e resistenti, còlti durante la loro esistenza, breve, ma quant'altra mai feconda, di maestri e di studiosi.

Il loro valore fu tale e così universalmente riconosciuto e così viva l'impressione dolorosa della loro precoce scomparsa, che si capisce come l'uno e l'altro sieno stati largamente e degnamente commemorati e varie forme di onoranze sieno state ad essi tributate, in particolar modo con la pubblicazione di scritti loro e di altri (2).

---

(1) Nel *Marzocco* del 2 gennaio 1916.

(2) Per la conoscenza dell'opera di R. Renier è fondamentale la *Bibliografia* compresa nella poderosa miscellanea di *Scritti varii di erudizione e di critica*, Torino, Bocca, 1912, e che sarà integrata in un altro volume di scritti suoi che è in preparazione. Di questa miscellanea si compiacque di dare ragguaglio il R. stesso nel suo *Giornale stor.*, vol. LXII, pp. 182 sgg. Delle numerose commemorazioni e degli scritti commemorativi ricorderò anzitutto quella dello scrivente e di Arturo Farinelli, inserita nell'*Annuario* della R. Università di Torino per l'anno 1915-16; l'articolo di Fr. Picco, su *L'operosità scientifica di R. R.*, nella *N. Antologia* del 16 febbraio 1915, la commemorazione di A. Farinelli, *R. R.*, tenuta all'Ateneo torinese e pubblicata nella *N. Antologia* del 16 marzo 1915; le pagine di affettuosi

Figli di due regioni finitime, veneto l'uno, lombardo l'altro, furono portati dai casi della vita e dalle naturali tendenze sopra una stessa via, verso un'identica mèta.

Il Renier, nato a Treviso l'11 agosto del 1857, da Luigi, appartenente ad un ramo dell'antica famiglia dogale veneziana, e da Fanny Venturi, trentina, seguì le vicende del padre magistrato.

Perciò non è a stupire se gli studî, iniziati nel Veneto, egli li abbia proseguiti poi nel Ginnasio di Camerino e ad Urbino, nel cui Liceo fu per qualche tempo compagno caro a Giovanni Pascoli ed ebbe a maestro quel degno Scolopio che fu il padre Francesco Donati — il " Cecco frate " carducciano — che, com'egli stesso scrisse, gl'insegnò per la prima volta a conoscere Dante. Il Liceo compì ad Ancona e gli studî universitarî intraprese a Bologna alla scuola di Giosuè Carducci, la cui vigorosa virilità si espandeva allora così nei versi, sempre più luminosi di bellezza e d'italianità battagliera, come nelle prose critiche e, dalla cattedra, in corsi memorabili.

Nel '76, attratto dalla fama crescente d'un giovine precoce, precoce maestro e critico e poeta, che fu dei nostri e dei migliori, Arturo Graf, venne qui sulle rive del Po; e qui non solo si consacrò con lena raddoppiata agli studî letterarî sotto la nuova guida, che gli dischiuse ignoti orizzonti di coltura e di critica, ma si diede anche agli studî filosofici, tanto che, nel

---

ricordi che Fr. Novati inserì nel *Giornale storico*, vol. LXV, pp. 194 sgg.; infine l'affettuoso articolo d'un valoroso discepolo, anch'esso scomparso nel fiore della vita, Benedetto Soldati, nel *Fanfulla d. Domenica*, del 24 gennaio 1915 (con ritratto). — Pel Novati rimandiamo alla *Bibliografia degli scritti di F. N.*, MDCCCLXXVIII-MCMVIII, Milano, 1909, il supplemento alla quale è nel volume *Francesco Novati*, pubblicato dalla Società storica lombarda, Milano, 27 dic. 1917, pel secondo anniversario della morte, volume fondamentale, su cui cfr. E. Levi nel *Giornale storico*, vol. LXXIII, pp. 261 sgg. Oltre l'articolo citato di P. Rajna, si vedano le pagine *Riprendendo il cammino* di E. Gorra, nel *Giorn. stor.*, vol. LXVII, 1916, pp. 1 sgg. e V. Cian, *Fr. N.*, nella *N. Antologia* del 1° febbr. 1916 ed Ezio Levi, *Fr. N.*, nella *Rivista d'Italia* del febbraio 1916. Mi permetto anche di ricordare il Medaglione con ritratto che del N. pubblicai nella *Illustrazione italiana* del 24 giugno 1906, in occasione della sua nomina alla presidenza della Società bibliografica italiana.

giugno del '79, vi conseguì la laurea in filosofia. Quella in lettere gli fu conferita l'anno seguente in Firenze, dove era passato presso quell'Istituto a perfezionarvisi, come si dice, e dove si perfezionò davvero nel miglior senso della parola sotto quell'altro insigne maestro dei rinnovati studî storico-letterarî, che fu Adolfo Bartoli. Altra volta ebbi ad affermare che l'autore dei *Primi secoli* e della *Storia letteraria,* l'operoso e vivace araldo del nuovo avviamento critico, ch'io ricorderò sempre con calda simpatia e con gratitudine profonda, ebbe sul giovine Renier un'efficacia " decisiva „; e questo giudizio mi sembra oggi più che mai rispondente al vero (1). Fra l'80 e l'82 egli trascorse ancora in Firenze tre anni felici, durante i quali si tuffò voluttuosamente nel *mare magnum* di quelle biblioteche, tesoreggiò con un'industria sapiente e tenace le ricchezze dei loro manoscritti, in gran parte allora inesplorati, compiendo nel modo migliore, come nel più adatto dei laboratorî sperimentali, quel tirocinio scientifico che aveva iniziato sotto così valenti e così diversi maestri, quali il Carducci, il Graf ed il Bartoli.

In Firenze appunto s'incontrarono la prima volta i due giovani studiosi, il Renier ed il Novati; e sino da questo primo contatto sorse in loro quell'amicizia e quella concorde fraternità d'armi, d'intenti e di opere, che doveva suggellarsi ben presto in una grande impresa comune, alla quale dovevano rimanere legati indissolubilmente i loro nomi.

Narra infatti il Novati, in certe sue pagine commemorative, consacrate appunto all'amico da poco perduto (2), che in quel tempo " e per lunghi mesi, un manipolo di giovani, uscito da scuole diverse, ma mossi da un affetto medesimo „, si ritrovarono nella Rotonda, la luminosa Rotonda michelangiolesca della Biblioteca Laurenziana e, in seguito, nella semibuia saletta dove, in quei giorni, si potevano esplorare i tesori manoscritti della Vaticana. In cotesti ritrovi amichevoli sorse l'idea che

(1) Quale fosse il carattere della scuola del Bartoli rilevò assai bene l'amico Ferdinando Neri in un acuto saggio (*La scuola del Bartoli*, in *Riv. d'Italia*, nov. 1913), che il Renier approvò con tutto il suo autorevole consenso, come notò opportunamente il compianto Soldati nel cit. articolo commemorativo del suo maestro torinese.

(2) Nel *Giorn. stor.* cit., vol. XLIV, p. 194.

allora poteva parere addirittura temeraria, ma che invece, perchè buona e validamente propugnata, era destinata a tradursi fra non molto in realtà bella e duratura.

Di ciò non è a stupire, se pensiamo che i primi e principali propugnatori di essa furono appunto il Renier e il Novati.

Questi, nato il 10 gennaio 1859, in Cremona, da un'antica famiglia nella quale era viva la tradizione d'ogni buona coltura e di arte, aveva compiuto con ardore gli studî medî nella città natale, e gli universitarî nell'80, in Pisa, presso quella Scuola Normale Superiore universitaria, dove di Alessandro D'Ancona, il grande maestro, era stato, meritamente, uno dei discepoli prediletti.

L'impresa vagheggiata, alla quale alludevo, era quel *Giornale storico della Letteratura italiana*, il cui primo fascicolo vide la luce qui in Torino nella primavera del 1883, con un *programma* limpido e preciso che recava le firme di Arturo Graf, di Francesco Novati e di Rodolfo Renier. Ma prima che si maturasse questo che fu un vero avvenimento per gli studî italiani, il Renier aveva ottenuto in Torino, il 2 dicembre dell'82, l'abilitazione, come allora usava dire, alla libera docenza nelle letterature neo-latine e il 28 del febbraio 1883, in seguito ad una nobile e tanto più lodevole quanto più rara risoluzione e su proposta del Graf, che ne teneva l'incarico, fu dalla Facoltà incaricato d'insegnare la storia comparata delle stesse letterature, e questo insegnamento egli professò subito dopo, e dal 1° novembre del 1885 in qualità di professore straordinario durante dieci lunghi anni, e dal 1° dicembre 1895 in qualità di ordinario.

Contemporaneamente, il Novati, nominato libero docente di storia comparata delle letterature neo-latine a Firenze (1883), fu chiamato a Milano con l'incarico della stessa materia presso quell'Accademia scientifico-letteraria.

Così, per opera d'una triade di giovani che ormai si potevano dire provetti, anzi maestri valenti, s'iniziava nella nostra Torino quella che è la più antica rivista della letteratura italiana e diventò e rimane lo strumento più valido di quel profondo rinnovamento della indagine e della critica storica, che, felicemente divinato e preannunciato da Francesco De Sanctis e in parte attuato da Giosuè Carducci e da Adolfo Bartoli,

vantava come suo campione più autorevole Alessandro D'Ancona, e aveva ormai insigni rappresentanti in ogni regione d'Italia.

Allorquando il Renier e il Novati si accingevano, dunque, all'ardua fatica, sotto lo stimolo e con l'efficace patrocinio del più anziano condirettore del *Giornale*, Arturo Graf, non avevano soltanto ricevuto la cresima accademica, ma avevano già dato prove non poche del loro valore negli studî neo-latini e più specialmente in quel territorio che è l'italiano. Infatti, com'ebbi già a rilevare in altra occasione, s'è dato il caso caratteristico che i tre fondatori della nuova rivista storica della letteratura italiana, furono in origine e ufficialmente tre romanisti, quantunque tutt'e tre finissero col diventare, di fatto, sempre più schietti italianisti, e più del Novati, il Renier.

Nei primissimi lavori di quest'ultimo, in certi saggi, sovrattutto, sul realismo nell'arte, sull'Ariosto e il Cervantes, e nell'importante volume su *La Vita Nuova* e la *Fiammetta*, che è del 1879, — ragguardevoli tentativi d'un esordiente valoroso il quale non ha trovato ancora la sua via, — è facile rilevare l'influsso di quegli studî filosofici ai quali l'autore s'era dedicato dapprincipio con molto ardore e con solida dottrina.

Ma la sua strada, dicevo, non era quella. E infatti la prima vera affermazione delle qualità caratteristiche del suo ingegno e del metodo ch'egli doveva seguire per tutta la vita con un moto continuamente progressivo è il poderoso volume consacrato a Fazio degli Uberti, che comprende l'edizione critica delle liriche preceduta da un'ampia magistrale introduzione essenzialmente e forse troppo esclusivamente storica ed esterna, che attesta non solo la vasta erudizione, e lo spirito alacre di ricerca feconda che aveva animato il giovine autore, ma anche la sua penetrazione e la sua dirittura critica.

A partire da questo volume, che è del 1883, sino agli *Svaghi critici*, ultima sua pubblicazione di mole, uscita nel 1910, il Renier battè sempre la stessa via ascendente, fedele allo stesso metodo vigoroso, ma affinandolo e ampliando il campo delle sue applicazioni, e sia pure con una preferenza sempre più palese pel territorio italiano, facendosi più agile nella forma e sempre più largo nella concezione e nei giudizî.

E poichè ho toccato del “ metodo „, m'è pur doveroso dirne qualche parola.

Ricordo che un critico insigne e tutt' altro che sospetto, Ernesto Giacomo Parodi, discorrendo con lode meritata nel *Marzocco* (23 marzo 1913), intorno al magnifico monumentale volume miscellaneo, offerto nel 1912, da amici e colleghi, al Renier, " per pubblica testimonianza — così suonava la dedica dettata da Arturo Graf — di ammirazione, di affetto, di gratitudine, volto l'anno trentesimo del suo insegnamento all' Università di Torino e dell'opera fruttuosa, indefessa, da lui consacrata al *Giornale storico della letteratura italiana* ,, intitolò il suo simpatico fervido articolo così: *In onore del metodo storico.*

Il titolo non poteva essere più appropriato, perchè come quella preziosa miscellanea fu un degno omaggio tributato al maestro che dalla cattedra e con gli scritti aveva onorato gli studî severi della storia letteraria italiana, fu anche un tributo d'onore reso al metodo ch'egli così nobilmente impersonava e con tanta efficacia propugnava, più che a parole, con l'esempio austero. Questo metodo — tanto maltrattato e vilipeso sovrattutto da coloro che lo ignorano o che lo vogliono fraintendere, chiudendo gli occhi sullo svolgimento progressivo da esso compiuto nell'ultimo ventennio — è quello della disciplina più severa e precisa, ma non pedantesca o miope, ma non più, come nei primi anni dei giovani neofiti, intransigente od esclusiva od esterna, nell'indagine storica ed erudita, nell'illustrazione critica e nella comparazione dei fatti anche minimi nel campo così propriamente letterario, come in quello psicologico o biografico e filologico o culturale, base necessaria e premessa e sussidio indispensabile di qualsiasi indagine estetica. Questa disciplina appunto il Renier nella sua laboriosissima giornata venne professando ed esercitando fruttuosamente su materie diversissime.

Il *Tipo estetico della donna nel Medio Evo* (1885) è un bell'esempio di ricerca comparativa attraverso a più secoli e a più letterature, mentre i lavori sulla coltura e sulle relazioni letterarie di Isabella d'Este Gonzaga e quello su Urbino — il primo, scritto, con più altri, in collaborazione col nostro egregio consocio e suo amico degnissimo Alessandro Luzio — sono, per tacere degli altri consimili, fra i più ricchi, originali contributi che abbiamo sul nostro Rinascimento maturo. Le benemerenze del Renier s'accrebbero con le edizioni critiche, sia pure non sempre impeccabili, causa le condizioni in cui furono eseguite, di alcuni

testi notevolissimi, come le novelle del Sercambi e le rime del Pistoia, precedute anch'esse da larghe introduzioni; si accrebbero ancora con quei tesori di erudizione e di vera dottrina che prodigò nei quasi dugento fascicoli del suo *Giornale* da lui curati, in una fatica oscura, ma febbrile, tenace, logorante, di tutti i giorni, fatica che solo gli studiosi di professione possono apprezzare adeguatamente. Appunto il dovere che gl'imponeva l'ufficio di principale direttore e redattore — anzi di Cireneo infaticabile — della vecchia Rivista, il dovere, intendo, di seguire via via tutta la produzione sempre più copiosa e in campi sempre più varî della storia letteraria nostra e di quelle finitime, gli offriva continue occasioni di estendere l'àmbito e la materia della propria coltura, nonchè di perfezionare e rendere, direi, più ragionevolmente ed efficacemente elastici o meno rigidi ed esclusivi i criterî dell'opera sua.

Di questa crescente larghezza critica e culturale sono numerosi ed evidenti i segni non soltanto nel *Giornale storico*, ma anche nella collaborazione che il Renier, con lena inesausta, diede, sino agli ultimi suoi giorni, anche ad alcuni periodici fatti pel grande pubblico, come la *Nuova Antologia*, l'*Emporium* e il *Fanfulla della domenica*, e perfino ad alcuni grandi quotidiani politici. Questi suoi articoli critici, d'indole divulgativa, ma sopra un solido fondo storico-bibliografico, nei quali discorse con penna più agile, con rettitudine e temperanza dignitosa pari alla chiarezza e alla competenza, dei più diversi scrittori italiani e stranieri, antichi e moderni, erano, nel loro genere, magistrali. Perciò fu ottima idea la sua di raccoglierne una parte nel volume che non a caso volle intitolare *Svaghi critici*; perciò sarà accetto con favore dagli studiosi l'altro volume consimile che si vien preparando, a cura di Vittorio Rossi e mia, per lo stesso editore Laterza (1).

Ma poichè il Renier aveva dei proprî doveri una coscienza

---

(1) La pubblicazione è affidata principalmente all'opera di Vittorio Rossi, dell'Università di Roma, che al Renier fu cugino affezionato e discepolo degnissimo. Essa sarà preceduta da un'introduzione biografica, scritta dallo stesso Rossi. Purtroppo nel volume non potranno entrare che una parte degli articoli ancora dispersi del compianto Renier. Mi auguro

severa sino al sacrificio non è a meravigliarsi se in lui lo studioso instancabile, che aveva fatta piena dedizione di sè alla scienza, trovasse degno alleato nel maestro, che dalla cattedra e nei contatti cordiali coi giovani diede a questi l'esempio più austero e incitamenti che fruttificarono largamente.

Per questo meraviglioso sentimento del proprio dovere anche in quest'aule, dalle quali troppo presto è scomparsa la sua figura alta, quadrata, la sua faccia venezianamente affabile e bonaria, diede saggi d'operosità, di rigoroso adempimento dell'ufficio suo d'accademico e di segretario (1). Non occorre ch'io ricordi le lucide relazioni sui concorsi ai premî Gautieri, nelle quali il suo nome si trova più volte associato degnamente a quello d'un altro indimenticabile maestro, Arturo Graf.

Più vario e, direi, più irrequieto e quasi inquieto nell'attività sua, si mostrò Francesco Novati, che all'Accademia nostra appartenne in qualità di socio corrispondente a partire dal giugno 1903. Spirito insonne d'erudito di nuovo stampo, affermatosi sin dagli inizî sovrattutto come un comparatista formidabile, un medievalista riccamente fornito di veri tesori di filologia classica e di dottrina sterminata, gareggiò in attività, in costanza indomita nel lavoro col suo degno commilitone Renier. Diverso in ciò dall'amico, che in lui la severità degli studî e dell'opera diuturna faceva un singolare contrasto con l'elegante mondanità della persona e dei gusti e delle abitudini anche esteriori; e che l'ardore per la scienza espandeva in un'inesauribile varietà e molteplicità di iniziative e di tentativi pratici, così di lavori suoi proprî, come di pubblicazioni e d'imprese letterarie per le quali chiamava a raccolta i suoi compagni d'armi e di fede. Quanto egli sia riuscito a produrre in un'esistenza relativamente così breve, ma così intensamente spesa per la scienza e per la scuola, attesta con un'eloquenza sbalorditiva la bibliografia dei suoi scritti, nella quale sarebbe

---

che possa esservi compreso il lucido e forte scritto su *La funzione scientifica dell'Istituto universitario* che vide la luce nei *Nuovi doveri*, a. II, XIII-XIV, 30 luglio-15 agosto 1908.

(1) Il R. fu eletto Socio di quest'Accademia l'8 genn. 1899; fu segretario per due triennî, il primo, parziale, a compiere quello del suo predecessore, dal 26 nov. 1899, il secondo dal 24 giugno 1900 fino al 21 febbr. 1904.

utile e gradito — se qui fosse concesso — venire spigolando e raggruppando con opportuni commenti. Ma io debbo accontentarmi di rilevare che il Novati, nonostante la sempre più irresistibile tendenza alle forme divulgative e le tentazioni molteplici alle quali non sapeva resistere, nonostante certi atteggiamenti, alquanto forzatamente artistici, di alcuni suoi scritti e sovrattutto di alcune sue conferenze, rimase, come il Renier, essenzialmente uno storico ed un erudito insuperabile per dottrina ed acume e probità severa di ricercatore e di critico (1).

La sua mente si compiaceva di suscitare e discutere con una sagacia straordinaria, ma talvolta con mosse audacemente, anche se felicemente, paradossali, i problemi più ardui e più complessi; e più ne suscitava e tentava di quanto non riuscisse, com'è naturale, a risolverne. Per questo e per l'ininterrotta aspirazione ad approfondire e ad allargare la materia che aveva fra mano, e per la sua stessa incontentabilità, fatta di scienza e di coscienza nella ricerca, si spiega com'egli abbia tardato troppo a condurre a compimento quella che fu l'opera sua più poderosa, non solo di storia, ma e di critica e di pensiero, le *Origini*.

Su quest'opera insisto con particolare intenzione in quest'ora fuggevole, perchè, senza colpa di alcuno, s'è dato il caso curioso e spiacevole che proprio nel bel volume consacrato ad onorarne la memoria, pubblicato dalla Società Storica lombarda, che l'ebbe benemeritissimo presidente, sia rimasto nell'ombra questo che è il suo lavoro più cospicuo, e che come tale andava messo in prima linea e lumeggiato in piena luce.

L'annuncio e quasi il nucleo embrionale dell'opera può considerarsi quel memorabile discorso su *L'influsso del pensiero latino sopra la civiltà italiana del Medio Evo,* che il Novati tenne nel 1896 per l'inaugurazione dell'anno scolastico all'Accademia scientifico-letteraria di Milano.

---

(1) Provò precocemente la passione per la storia e per la ricerca erudita. Basterebbero a provarlo le due pubblicazioni, che sono fra le sue più giovanili, *La biblioteca degli Agostiniani di Cremona*, nel *Bibliofilo,* a. IV, 1883, n[i] 2-4 e *Scrittori e miniatori cremonesi del sec. XV*, nello stesso periodico, a. VI, 1885, n° 49.

Edito primamente nel '97 e poi ristampato nel '99 con nuovo corredo d'ingenti note illustrative finali, esso rivelava il medievalista già agguerrito al grande cimento (1). E questo cimento, che era tale da " far tremar le vene e i polsi ", egli superò vittoriosamente come nessun altro nè in Italia, nè, io penso, altrove avrebbe saputo fare. Infatti queste sue *Origini*, opera veramente vasta e poderosa, anche se non sono riuscite quella rappresentazione " in forma sintetica " delle vicende della letteratura nazionale nel periodo più mattiniero della sua vita, come l'autore ebbe ad annunziare, rimarranno il primo tentativo coraggioso di tratteggiare in un grande quadro, e con particolare riguardo all'Italia, la storia della coltura e delle lettere latine, durante i secoli che vanno dall'età langobardica fino allo schiudersi del sec. XIII. Illustrano, cioè, gli antecedenti immediati e necessarî, gli antecedenti latini della letteratura propriamente italiana. Origini, dunque, delle origini; origini anche remotissime, ma legittime, scaturigini profonde, ma, grazie a lui, non più latenti ormai agli occhi nostri, di quella meravigliosa creazione che è la letteratura nazionale d'Italia. Opera non veramente di sintesi, dicevo, anzi tutta intessuta di esposizioni analitiche e di discussioni talvolta minute, ma esempio, appunto per questo, magistrale di quel lavoro d'epurazione, di sgombero, direi, e di revisione critica, nonchè di parziale ricostruzione, che era indispensabile e che non poteva essere tentato da uno

---

(1) A questo discorso consacrò un'accurata disamina critica il Pestalozza, *La tradizione latina nella letteratura e nella civiltà dell'Evo Medio* nel vol. miscell. cit. *Fr. Novati*, pp. 7-38. Il quale ebbe in esso a rilevare un aspetto negativo, per quella parte, nella quale non gli pareva di trovare tutta quella preparazione filosofica, che egli giustamente giudicava indispensabile. Nella " vastissima e solidissima erudizione di medievalista insigne " del Novati egli notava (p. 31-2) una " lacuna ", cioè, " la scarsa conoscenza del movimento filosofico medievale, derivata da uno scarso interesse — sino a diventar talora diffidenza — per la filosofia in genere ". Gli effetti di questa manchevolezza, che il P. esagera, si possono scorgere qua e là anche nelle *Origini*.

Mi sia concesso di rinviare a quanto de *L'influsso* ebbi a scrivere nell'*Archivio storico ital.*, S. V, t. XXI. Le risposte cortesi che l'illustre amico fece ad alcune mie obiezioni nelle note della 2ª ediz., non mi parvero e non mi paiono soddisfacenti.

studioso più esperto, eccezion fatta per quelle parti che hanno maggiore attinenza alla storia del pensiero filosofico e religioso del Medio Evo. Opera tale che gli stranieri, anche quelli che delle vicende dell'età di mezzo sono i più assidui esploratori, i Tedeschi, possono invidiarci senza sentirsi menomati nelle loro benemerenze o feriti nel loro amor proprio.

Perciò sarà argomento di viva soddisfazione per tutti l'apprendere che fra le carte lasciate dal compianto amico si sono rinvenuti materiali così copiosi e già così elaborati per la continuazione di essa — oltre le dispense edite dal Vallardi — che permetteranno ad un suo degno discepolo, il prof. Angelo Monteverdi, di condurla sino al termine da lui designato.

Un tratto caratteristico del Novati era la sua versatilità prodigiosa, che in un certo senso appariva anche non scevra di pericoli e di danni, perchè, essendo la vita umana, purtroppo, limitata — *ars longa, vita brevis* —, lo distraeva spesso tentandolo a provarsi in argomenti disparatissimi e fin troppo disparati fra loro, interrompendo i lavori già iniziati. Ciononostante egli non venne mai meno ai metodi più severi di ricerca e di trattazione, onde non vi ha pure una pagina da lui stampata, non un discorso da lui pronunziato o un articolo da lui pubblicato, fra cento, o nella *Nuova Antologia*, o nell'*Emporium*, o nella *Lettura*, o nella *Perseveranza*, che non rechi qualche notevole contributo di fatti o d'idee, qualche sprazzo di luce nuova in questioni sempre interessanti, spesso assai controverse. Gli è che questa versatilità in lui era la franca agilità d'una mente vigorosa e sicura di sè, nutrita di erudizione vastissima, di coltura profonda, non solo di lingue e letterature moderne, come il Renier, ma anche di filologia classica, così greca come latina (1), dotata di rara sagacia e di penetrazione, e d'una forza di lavoro eccezionale. Era la negazione di quel dilettantismo superficiale che è soprattutto inconcludente, mentre il Novati aveva il segreto di riuscire, in ogni sua pagina, a conclusioni o nuove o suggestive. Questa sua virtù gli permetteva di pas-

(1) Si veda quanto del Novati ellenista e illustratore dell'umanesimo scrissero rispettivamente Aristide Calderini e Vittorio Rossi nel cit. vol. miscellaneo *Fr. Novati*, pp. 1-6 e 89-98.

sare da quel modello di testo critico che è l'*Epistolario* di Coluccio Salutati, illustrato con una felice ricchezza di annotazioni erudite, saggio monumentale, singolarmente prezioso per la conoscenza del primo umanesimo, fino a quel *Carteggio* di Alessandro e di Pietro Verri, che nella storia del sec. XVIII non ha importanza minore che in quella del XIV la raccolta epistolare dello Stignanese; gli permetteva ancora di giungere fino a quel vivace volumetto sullo Stendhal e l'Italia, che vide la luce postumo nel 1915 (1).

---

(1) Di quest'ultima sua fatica il povero amico parla in una lettera, l'ultima ch'egli mi scrisse, e che anche pel suo valore di documento autobiografico, non so tenermi dal riferire qui per intero.

" S. Remo, 24 novembre 1915.

" *Mio caro Cian*,

" Ti sono veramente grato della tua amichevole premura, e sento maggiormente dinanzi a queste reiterate prove della tua affettuosa gentilezza, il mio torto. Io dovevo risponderti da tempo e ringraziarti della tua cara cartolina; ma che vuoi? Speravo sempre di poterti scrivere, come quel tal giullare: *Bene sum liberatus*; e la liberazione non veniva mai. I medici me l'avevan promessa per la fine di ottobre; invece è venuta la fine di novembre prima che io tornassi padrone di me e delle mie azioni. E difatti soltanto da sabato ho potuto abbandonare le stanze divenute la mia prigione per due mesi, quasi, e Milano, dove s'addensava la nebbia e si acuiva un freddo più che decembrino, per recarmi qui. Come sia conciato non ti so dire; tre atti chirurgici mi hanno così orribilmente fatto scempio della nuca e del collo, che la povera mia testa, spogliata anche de' capelli, pare un terreno vulcanico, tutta escrescenze, fessure, ondulazioni... Certo occorrerà del tempo e molto, perchè le cose si raccomodino alla meglio; ed io sono rassegnato a portar le tracce incancellabili di questa triste avventura, ben contento di essermela cavata, giacchè v'è stato un momento in cui ho potuto dire col Parini

E già per me si piega
Sul remo il nocchier brun...

e son molto soddisfatto di avergli, almeno per ora, risparmiata la fatica del passaggio. Credo che una mia cartolina al caro Cochin sia andata perduta; di qui quel silenzio apparente, di cui egli colla solita sua bontà si è doluto. D'altronde, quest'anno tutto è così sconvolto, che, in mezzo alla generale agitazione, come tu giustamente osservi, non si trova la volontà ed il coraggio di far nulla; il pensiero è sempre rivolto verso l'avvenire, che

Questa sua tendenza a spaziare con occhio sicuro nei campi più diversi, questa sua feconda irrequietezza lo spinsero ad occuparsi di quel *folk-lore*, che, come appare anche da certe confidenze pubblicate di recente dal fratello suo Uberto (1), era stata in lui una vera passione sino dalla primissima giovinezza; lo spinsero a occuparsi ancora con cura entusiastica di bibliografia, di stampe popolari, di storia dell'arte e del costume, di curiosità medievali e moderne. Aveva inoltre l'amore dell'antico e dell'inedito, ma dall'antico — così nelle questioni, come nei fatti — sapeva trarre il nuovo, e dai vecchi documenti, come nell'attrito dalle foglie aromatiche, secche e ingiallite, sapeva sprigionare il sentore, lo spirito del passato. Ancora, in queste indagini, in queste discussioni e ricostruzioni — notevolissime quelle di soggetto dantesco — recava sempre un gusto vigile, un senso vivo della misura e della bellezza. Sì, anche della bellezza.

Non era soltanto uno studioso infaticato al tavolino o dalla cattedra. Era un erudito e un dotto, ma anche un uomo d'azione nel campo suo, una mente aperta e, come si suol dire, organizzatrice e sempre a vantaggio dei suoi studî prediletti.

---

si presenta carico di tanti paurosi problemi, mentre il presente atterrisce insieme e rallegra, almeno per quanto ci riguarda!

" Io conto restare qui un mese all'incirca per trarre profitto della non lieve *corvée*, che ho assunto, abbandonando in questa stagione Milano, la mia casa e le mie occupazioni... Certo questo è un paradiso terrestre; ma io sono come il francese della canzone: *J'aime mieux ma mie!* Pazienza.

" Avrai presto dal Cogliati il mio *Stendhal e l'anima italiana*, libretto che doveva uscire quasi un anno fa e che per le vicende note ha finito a rimaner nelle mani degli stampatori un periodo molto lungo di tempo. Ciò non gli fa nessun danno; uscirà sempre troppo presto, dati gli umori del tempo, che di studi poco, ed a ragione, s'interessa!

" Addio, carissimo. Sta sano, e grazie di nuovo della tua amorevole sollecitudine.

" *Il tuo aff.mo*
" NOVATI ".

(1) Cfr. *Giornale storico*, vol. LXXIV, 1919, p. 201. Che il Novati conservasse viva sino agli ultimi giorni questa passione della sua adolescenza appare da quel prezioso *Contributo alla storia della lirica musicale italiana popolare e popolareggiante dei sec. XVI, XVII e XVIII* ch'egli offerse con parole affettuose all'amico Renier e fu pubblicato negli *Scritti vari di erudizione e di critica in onore di R. Renier*, Torino, 1912, pp. 898 sgg.

Non contento di dirigere, un po' a distanza e, negli ultimi anni, un po' platonicamente, col Renier, il *Giornale storico* e direttamente gli *Studi medievali*, con la cooperazione dell'amico suo, fondò, come presidente della Società bibliografica italiana, il periodico *Il libro e la stampa*.

Succeduto al compianto Lamberto Loria nella presidenza della Società etnografica italiana, assunse anche la direzione del *Lares*. Benemerito presidente della Società storica lombarda, assicurò una vita, una dignità, un'importanza nuove all'*Archivio storico lombardo*. E quasi ciò non bastasse, valendosi felicemente della larga fiducia che gli accordava il benemerito Istituto d'Arti Grafiche di Bergamo, iniziò nell'82 e proseguì per ben otto volumi la pregevole *Biblioteca storica della letteratura*, alla quale diede egli stesso un eccellente contributo; e più tardi, presso la medesima Casa editrice, intraprese la splendida *Collezione Novati*, della quale è peccato abbiano veduta la luce due volumi soltanto, uno dei quali dovuto alle sue cure. Infine promosse con altri la pubblicazione d'un utile *Bollettino: La Lombardia nel Risorgimento italiano*.

Passò, dunque, non come un affrettato escursionista, ma come un forte, sagace esploratore nei territorî più varî della storia, della critica, della coltura, dovunque prodigando tesori d'attività e di sapere. Si direbbe che egli si fosse proposto di rinnovare e, quasi aggiungerei, di riabilitare il tipo tradizionale dell'erudito esclusivo, pedantesco, ringhioso, misantropo, tutto chiuso nei suoi libri e fra le sue schede. Il topo di biblioteca e d'archivio, pur amando frugare senza posa nelle biblioteche e negli archivî, amava anche l'aria libera e soleggiata e sapeva diventare pure un uomo " di società „ ricercato e irreprensibile; un buongustaio pieno di curiosità geniali, che i mesi delle vacanze dedicava, al pari del suo amico Renier, a viaggi di piacere e d'istruzione e di ricerca attraverso l'Europa, dai quali ritornava sempre nel suo elegante e ricco quartierino di Via Borgonuovo — un nido ideale per uno scapolo, mezzo biblioteca e mezzo pinacoteca — riportandovi qualche felice acquisto di coltura nuova e di ghiotte prede erudite a vantaggio degli studî italiani.

Così, o colleghi, i due amici defunti, in tante cose fra loro diversi, per la figura e l'opera loro individuale, si completavano

l'uno con l'altro, tanta era in essi l'identità dei principî e dei metodi, tanto in entrambi l'ardore purissimo per la scienza pura.

I due fratelli d'arme, quelli che Pio Rajna ebbe a dire i due " atleti „ nel campo di questi nostri studî, caddero colpiti dal destino, crudele ed ingiusto. Caddero, quando ancora così larga messe di opere si poteva, si doveva attendere da loro.

Caddero colpiti, mentre anch'essi, come ogni buono e degno italiano (1), provavano l'ansia, la passione struggente della tragedia immane — sanguinosa, ma giustiziera e, a dispetto delle dolorose ma transitorie apparenze, purificatrice — che allora s'iniziava appena, quella che trascinò anche il popolo nostro verso la mèta fatale, da esso afferrata per l'eternità, proprio allorquando appariva più lontana e inafferrabile.

Dinanzi alle figure dei due consocî, i cui nomi splendono tra i più insigni negli annali di questo antico sodalizio, noi dobbiamo inchinarci con un sentimento di gratitudine e d'affettuosa reverente ammirazione, ma anche con un augurio; l'au-

---

(1) A dimostrare quale fosse l'atteggiamento fortemente, apertamente italiano del Renier sin dagli inizî della guerra, basterebbe ricordare ch'egli mi fu caldo incitatore e spirituale collaboratore nel redigere quella circolare a stampa, che — in data del 20 ottobre 1914 — fu diffusa fra i professori universitarî e firmata da un gruppo non troppo numeroso di essi. La circolare era una fiera risposta " Ai colleghi di Germania „ che avevano osato rivolgersi, proprio essi, " Alle nazioni civili „ e " quali rappresentanti della scienza e dell'arte tedesca „ in tono di fiera protesta e in difesa del loro popolo, del loro governo e del loro imperatore, naturalmente, innocenti delle colpe, ond'erano accusati da tutto il mondo civile.

Della buona italianità dei due estinti colleghi sarebbe superfluo parlare. Dell'atteggiamento del Renier sino dal principio della guerra toccai anche nella Commemorazione inserita nell'*Annuario* della R. Università (p. 12 dell'estr.); del Novati ricorderò, oltre la lettera pubblicata più addietro, un particolare poco noto, anteriore alla guerra. Nel 1913 in occasione d'un *referendum* sul Nazionalismo, pubblicato nel volumetto *Il Nazionalismo giudicato da letterati, artisti e scienziati, uomini politici e giornalisti italiani*, Genova, Libreria editr. moderna, 1913, p. 13, Egli così rispondeva al terzo quesito sulle conseguenze che si avrebbero dal prevalere della corrente nazionalistica in Italia: " Certo, una sola via non conduce a nulla. La fratellanza universale, che non ha mai esistito, che non esisterà mai, perchè è fuori dell'ordine naturale, è aspirazione di sognatori. Un paese che ha coscienza di sè, sarà sempre un paese forte. Tale possa divenire l'Italia! „.

gurio — certo, non vano — che i giovani della generazione la quale ha avuto la fortuna ed il merito, la gioia e, mostruoso a dirsi, anche il dolore di salutare l'alba purpurea e tempestosa, ma, grazie all'italiana Vittoria, gloriosa, ma augusta, ma santa e, a dispetto dei tradimenti internazionali e dei tradimenti nostrani, feconda, della nuova giornata d'Italia, che i giovani sappiano proseguire degnamente gli esempî nobilissimi dei due Maestri scomparsi.

Gli Accademici Segretari
CARLO FABRIZIO PARONA
ETTORE STAMPINI

PUBBLICAZIONI FATTE SOTTO GLI AUSPICI DELL'ACCADEMIA

Il Messale miniato del card. Nicolò Roselli detto il cardinale d'Aragona. Codice della Biblioteca nazionale di Torino riprodotto in fac-simile per cura di **C. Frati, A. Baudi di Vesme** e **C. Cipolla.**

Torino, Fratelli Bocca editori, 1906, 1 vol. in-f° di 32 pp. e 134 tavole in fotocollografia.

Il codice evangelico *k* della Biblioteca Universitaria nazionale di Torino, riprodotto in fac-simile per cura di **C. Cipolla, G. De Sanctis** e **P. Fedele.**

Torino, Casa editrice G. Molfese, 1913, 1 vol. in-4° di 70 pagg. e 96 tav.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 13 Giugno 1920 . *Pag.* 367

Lombardi (Luigi). — Sopra un metodo semplice per rilevare le curve di variazione delle grandezze alternative e le loro armoniche successive . . . . „ 369

Classi Unite.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 20 Giugno 1920 . *Pag.* 374

Foà (Pio). — In memoria di Romeo Fusari. Discorso commemorativo „ 375

Cian (Vittorio). — Commemorazione di Rodolfo Renier e di Francesco Novati . . . . „ 382

Tip. Vincenzo Bona - Torino

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. LV, DISP. **16ª**, **1919-1920**

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 3.
1920

CLASSI UNITE

Adunanza del 27 Giugno 1920

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti:

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali i Soci D'Ovidio, Segre, Peano, Guidi, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Panetti, Ponzio, Sacco, Majorana, Rosa, Herlitzka e Parona che funge da Segretario delle Classi unite;

e della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche i Soci Pizzi, De Sanctis, Einaudi, Baudi di Vesme, Schiaparelli, Patetta, Prato, Pacchioni, Valmaggi, Faggi e Luzio.

Hanno scusata l'assenza i Soci Stampini e Brondi.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza delle Classi unite del giorno 20 corr.

L'adunanza è indetta per la commemorazione dei Soci professori Icilio Guareschi e Nicodemo Jadanza: l'elogio del prof. Jadanza è letto dal Socio Panetti e quello del prof. Guareschi dal Socio Ponzio. Il Presidente ringrazia i colleghi che hanno rievocato la vita e le opere dei due illustri defunti, per la perdita dei quali sono sempre vivi il cordoglio ed il rimpianto.

Ad invito del Presidente, il Socio Tesoriere Prato presenta, illustrandolo, il Rendiconto finanziario dell'esercizio 1919, che l'Accademia approva. Similmente riferisce sul bilancio preventivo per il 1920, ponendo in rilievo le cause delle presenti strettezze finanziarie. I Soci Guidi, De Sanctis, D'Ovidio, Einaudi ed il

Tesoriere discutono proposte dirette a porre riparo, almeno in parte, alle difficoltà finanziarie. Il Presidente assicura i colleghi che le proposte e le raccomandazioni saranno attentamente considerate dal Consiglio di Amministrazione, e ringrazia particolarmente il collega Guidi dell'ispezione fatta, insieme col collega Panetti, alla Specola in rapporto agli urgenti lavori di riparazione e della buona notizia che i lavori stessi potranno forse eseguirsi con spese relativamente non grandi. Dopo di che anche il Bilancio preventivo è pure approvato, ed il Presidente ringrazia il collega Tesoriere dell'opera sua zelante a vantaggio dell'Accademia.

Come indica l'ordine del giorno, il Socio De Sanctis dà lettura della Relazione preliminare relativa alla Conferenza accademica di Bruxelles. Il Presidente unisce il proprio plauso a quello dei colleghi e ringrazia il relatore per il modo col quale svolse la sua missione in condizioni difficili, con lodevole disinteresse e con onore per la nostra Accademia.

In fine il Socio Patetta legge la Relazione sul Concorso al premio Gautieri per la Storia (triennio 1916-1918). Il Presidente ringrazia il Relatore e la Commissione per il lavoro compiuto, ed apre la discussione sulla Relazione; e, poichè nessuno chiede di parlare al riguardo, toglie la seduta, avvertendo che la votazione, senza ulteriore discussione, per il conferimento del premio si farà nella prossima adunanza.

N. Jadanza

NICODEMO JADANZA

NOTE AUTOBIOGRAFICHE

riordinate e lette dal Socio nazionale residente MODESTO PANETTI

Il tributo di onore che l'Accademia rende oggi alla memoria di NICODEMO JADANZA, l'insigne Maestro della Geodesia in Italia, si compie con una circostanza di eccezione.

Il venerato Collega nostro, mentre negli ultimi anni piegava sotto una lenta malattia che, senza nulla togliere al suo vigore intellettuale ed alla coraggiosa fiducia del suo spirito forte, gli dava però la sensazione vaga del termine non lontano della sua esistenza, si compiacque di tracciare nello stile breve e concettoso che gli fu abituale i propri cenni biografici, destinandoli per l'appunto alla sua commemorazione in questa sede.

Scrisse il Jadanza in capo a quei cenni: " L'incarico di commemorare un Socio defunto non è sempre facile: molte volte la ricerca delle notizie riguardanti l'estinto riesce penosa ed incompleta, specialmente quando questi non fu in sua vita fra quelli che fanno molto parlare di sè, vuoi per scoperte insigni, vuoi per rumorosa vanità. Ho voluto risparmiare a quello fra i Colleghi che sarà incaricato di fare la mia commemorazione un tale lavoro; e l'ho fatto io, obbiettivamente, come se si fosse trattato di altra persona. Il Collega non farà altro che leggere questo scritto, e di ciò lo ringrazio ".

Parmi che nel pensiero e nelle parole citate sia tutto l'uomo: originale nel concepire le idee; dotato di alto senso pratico nello sceglierle; preciso, concreto e quasi ingenuo nell'esprimerle;

alieno assolutamente dall'adombrarle con accorgimenti di forma o involuzioni di pensiero.

Ed io sarò osservante alla sua volontà.

Solo aggiungerò alla trama da lui tracciata quello che può lusingarsi di saper dire un antico allievo affezionato, anche se privo di competenza speciale nel campo di studi del suo Maestro: quello che egli può aver omesso dettando con la freddezza di un protocollo le notizie della sua operosità ed i giudizi sul valore di essa, sia in tesi assoluta, sia relativa al momento in cui si svolse.

***

Ecco quanto narra della sua fanciullezza:

Nella notte dal 13 al 14 ottobre 1847 in Campolattaro, paese del Sannio, allora nella provincia di Campobasso, nacque Nicodemo Jadanza ultimo di otto figli d'una famiglia di contadini poco agiati; Giovanni Jadanza e Giovanna Denza.

Segnato dalla nascita con una deformità nei piedi che, grazie alle amorevoli cure della madre ed alla correzione spontanea dello sviluppo, andò gradatamente attenuandosi, era designato nel suo paesetto con l'appellativo dialettale *ro zoppareglio* (il piccolo zoppo).

Frequentò la Scuola elementare presso lo zio sacerdote don Antonio Jadanza, dove, grazie alla sua svegliata intelligenza, riceveva meno busse degli altri scolaretti. Dallo zio stesso, che egli ricorda come distinto latinista, fu avviato allo studio del latino e dell'italiano: poi nel 1860-61 passò alla Scuola dei Padri Scolopi di Benevento, e vi fu inscritto ai corsi di Retorica.

Ma la carriera didattica del piccolo Nicodemo doveva svolgersi fra le più gravi difficoltà.

Nell'agosto del 1861, dopo la deposizione dal trono di Napoli di Francesco II, scoppiava nel Sannio, come già pochi mesi prima nelle Basilicate, una insurrezione per opera del partito realista. I moti rinfocolati da odî privati condussero a deplorevoli eccessi.

Il fanciullo, richiamato da Benevento, giunse al paese mentre i rivoltosi costringevano lo zio e gli altri sacerdoti a cantare un *Te Deum* nella Chiesa parrocchiale.

La repressione che ne seguì colpì gravemente la sua povera famiglia. Il padre e lo zio furono trattenuti in carcere per sei mesi, prima che se ne riconoscesse la innocenza, e il giovinetto fu avviato dalla madre al duro mestiere dello scalpellino, che esercitò per quattro mesi.

Restituito alla famiglia, il padre morì nel maggio 1862. Così sul difficile cammino del fanciullo si concentravano le asprezze di una faticosa esistenza.

Lo zio si allontanò dal paese per occupare il posto di precettore presso una casa privata, ma non dimenticò l'intelligente giovinetto, che indirizzò al Liceo di Benevento e quindi a Napoli, ove si trasferì egli stesso con un altro suo nipote: Benedetto Jadanza, che si avviò al sacerdozio e fu buon prete.

A Napoli l'attività del Jadanza fu felicemente orientata da un valorosissimo docente di matematiche: Achille Sannia.

Alle lacune dell'insegnamento scientifico ufficiale sopperiva allora in quella città l'insegnamento privato, per antica tradizione assai fiorente ed esteso.

Come Enrico D'Ovidio ricorda nella sua prefazione alle lezioni di Geometria proiettiva del Sannia, questi teneva uno di tali studi privati, dove, con quella energia d'animo e d'intelletto, che fu suo carattere eminente, insegnava per sei ore consecutive, senza dar segno di stanchezza, tutte le discipline matematiche dall'Aritmetica al Calcolo integrale, dalla Geometria elementare alla descrittiva ed alla Meccanica razionale, illustrando con notizie storiche i migliori trattati, e moltiplicando gli esercizi per eccitare nei giovani la capacità inventiva e la emulazione.

A quella scuola il giovane Jadanza fu ammesso gratuitamente e vi attinse l'amore per lo studio delle matematiche, frequentandola per più anni, anche quando, allontanatosi nel 1865 il Sannia, vi succedettero Enrico D'Ovidio, Pisani, Salvatore Dino, larghi al giovane delle stesse agevolazioni concedute a lui dal primo suo maestro.

Frattanto il Jadanza percorreva il ciclo degli studi universitari alla scuola dei professori: Trudi, Padula, Schiavoni, Fergola, Battaglini, Del Grosso, Zannotti e De Gasparis; ma la sua vita universitaria fu ben diversa dalla gaia e spensierata esistenza goliardica. Gli scarsi guadagni dello zio, sempre solle-

cito del giovane studioso, non bastavano ai bisogni più urgenti della vita, ed egli ne mitigava le gravi ristrettezze con lezioni private di aritmetica, e più tardi col modico stipendio di maestro elementare di matematica nelle Scuole serali del Municipio di Napoli, ottenuto per concorso.

Nel dicembre 1869 conseguiva la laurea in matematica.

Ma la specializzazione dei suoi studi non doveva subito delinearsi. Aperto infatti uno studio privato per la preparazione dei giovani agli esami del biennio matematico, egli si dedicava a tale compito con grande attività insieme con due suoi colleghi: Tarquinio Fuortes, attualmente Professore al Collegio militare di Napoli, ed Onofrio Porcelli, che diventò Preside dell'Istituto tecnico di Bari, dove morì. Il Jadanza ricorda con compiacimento la floridezza di quello studio e la cura posta dai docenti nella preparazione dei giovani. Col guadagno così assicurato acquistava libri e seguiva lezioni di lingue moderne.

Frattanto veniva dal De Gasparis ammesso all'Osservatorio di Capodimonte in qualità di alunno astronomo a titolo gratuito. Poi nel 1874, presentatosi per incitamento del prof. Schiavoni al concorso dell'Istituto topografico militare, dopo un anno di esperimento fatto parte a Napoli per l'addestramento nei calcoli e parte in campagna per i rilevamenti, fu nell'aprile del 1875 nominato Aiutante Ingegnere geografo con residenza in Firenze, dov'era la sede principale dell'Istituto.

***

Qui troviamo il Jadanza in un periodo laboriosissimo della sua esistenza, che decise dell'indirizzo di tutta la sua vita.

La grande energia fattiva del suo spirito, predisponendolo favorevolmente agli studi di applicazione, con rapido ed intensissimo lavoro gli permise di formarsi tutta la migliore competenza del calcolatore e dell'operatore.

Indirizzato alle operazioni geodetiche per la Carta d'Italia al centomila, prese parte da prima ai lavori di triangolazione di 3° e 4° ordine nella Toscana, poi negli anni dal '76 al '79 ai lavori di 1° ordine nel Piemonte per conto della Commissione Geodetica Italiana.

Nei quattro fascicoli di osservazioni azimutali che l'Istituto

geografico ha pubblicato per gli anni che volsero dal 1877 all'81 le stazioni fatte dal Jadanza si distinguono da quelle degli altri osservatori, pure assai periti, per una maggiore correttezza; e la sua eccellenza risulta in misura direi numerica dall'ultimo dei citati fascicoli, dove sono gli specchi degli errori medi relativi alle singole stazioni e quelli dell'errore medio per ciascun osservatore.

Così sui fondamenti di una forte e bene assimilata coltura matematica, con l'esercizio intenso nel campo delle misure geodetiche si preparava il Jadanza all'insegnamento superiore, vagheggiato fin dal suo privato esperimento di Napoli. Ed il successo fu rapido ed intero.

Nel concorso al posto di Professore straordinario di Geometria pratica, apertosi il 1881 sia per la università di Palermo sia per quella di Torino, fu giudicato primo, ed optò per quest'ultima.

Cinque anni dopo in un concorso per ordinario nello stesso insegnamento in Messina, da una Commissione esaminatrice, composta fra gli altri dallo Schiavoni, dallo Schiapparelli e dal Siacci, gli fu pure assegnato il primo posto; ma il Jadanza preferì fermarsi in Torino, ad attendervi la promozione, che ottenne più tardi nel febbraio del 1890.

In un terzo concorso dato nel 1887 per l'insegnamento della Geometria pratica alla Scuola di Applicazione degli Ingegneri nella nostra Città, fra valorosi competitori segnalati nel campo professionale, con una Commissione insigne per i nomi del Respighi e del Celoria, anche in questo campo essenzialmente applicativo, furono riconosciuti i meriti preminenti del Jadanza, e fu classificato primo nell'intendimento di proporre, sono parole della Relazione, chi poteva rialzare le sorti modeste della Geometria pratica in Italia e darle l'indirizzo scientifico e severo che le compete.

Nè il voto andò disperso.

*
* *

Iniziata la sua azione di docente all'Università, trattando la Geodesia coi caratteri di uno studio nettamente indirizzato ai suoi fini concreti, con un largo sviluppo della teoria degli stru-

menti diottrici, e curando l'addestramento degli allievi all'uso di essi, potè continuarla nella Scuola d'Applicazione degli Ingegneri, instaurandovi l'insegnamento della Geometria pratica su basi scientifiche, senza dimenticare le sue finalità professionali.

L'opera del Jadanza presso di noi può dirsi un quarantennio di apostolato didattico, fecondo per i risultati ottenuti, per l'indirizzo stabilmente introdotto e per la formazione di valorosi allievi, oggi docenti insigni. Due fra gli altri, vissuti nella più intima collaborazione con lui nel periodo della prima organizzazione dei suoi insegnamenti, nominerò come particolarmenti legati al Maestro da vincoli di affetto e comunità di studi e di pensiero: Vittorio Baggi e Cesare Aimonetti.

Rimangono nei due Istituti, documento tangibile della sua attività e competenza, i Laboratori, che, su basi si può dire nulle, svolgendo per gradi un programma preordinato, seppe rendere i meglio dotati in Italia.

Il Gabinetto di Geodesia all'Università possiede infatti due apparecchi completi di tutti gli accessori per la misura delle basi, tre teodoliti per osservazioni geodetiche di primo ordine e parecchi altri per osservazioni di 2° e 3° ordine, due livelli di precisione, un telescopio zenitale di Simms, uno strumento dei passaggi, cronometri da marina, pendoli astronomici, un apparecchio per misure gravimetriche, macchine a dividere, nonchè parti ed elementi destinati sia allo studio di innovazioni nel campo degli strumenti diottrici sia a scopo didattico.

Del Gabinetto di Geometria Pratica si può dire che tutte le novità degne di considerazione vi sono rappresentate, e fra esse la serie importante di apparecchi ideati da lui e dai suoi collaboratori, che conferisce alla ricca collezione un carattere di originalità segnalata.

Frattanto la fama crescente della sua competenza gli aveva valso la nomina a Membro effettivo della Commissione Geodetica Italiana, a Socio corrispondente della Accademia Pontaniana di Napoli, e, fin dal febbraio 1895, a Socio nazionale di questa Accademia, della quale fu tesoriere nel sessennio 1901-907, e costantemente Membro attivo e diligentissimo per la importanza del suo contributo scientifico e di quello dei suoi allievi.

Nello stesso anno della sua nomina all'Accademia, essendo cessate le pubblicazioni della prima *Rivista di Topografia e Ca-*

tasto, che il Giornale dei Lavori pubblici aveva iniziato come proprio supplemento fin dal 1888, il Jadanza fu invitato ad assumere la direzione di un nuovo periodico con lo stesso titolo, succedendo così al generale Annibale Ferrero, che aveva diretto con tanta competenza i lavori del Catasto in Italia.

E per dieci anni, dal primo fascicolo pubblicato nell'agosto del 1895, egli ne fu valido sostegno e redattore fecondo, coraggiosamente lottando contro le difficoltà finanziarie della gestione del periodico, le quali non solo esclusero per lui e per i suoi più diretti collaboratori ogni vantaggio economico, ma imposero talvolta sacrifizi.

***

Così si compiva il ciclo della massima produttività del Jadanza. Il piccolo scalpellino di Campolattaro aveva picchiato sodo e bene, e la forte figura dell'uomo maturo rispondeva alla virile intellettualità del dotto.

Ma quando, già tormentato dal male a cui doveva soccombere, nel periodo affannoso della grande guerra, fra le preoccupazioni per la famiglia a cui tutto si dedicava, sentì il fremito delle forze nazionali che in tutte le manifestazioni del pensiero e del lavoro volevano affermare la propria capacità a rendersi indipendenti dall'estero, il Jadanza si fece innanzi per dare il suo consiglio e la sua attività alla nobile crociata.

Propose nel 1917 l'edizione nazionale delle Tavole di logaritmi con sette decimali, ed ebbe la soddisfazione di vedere la sua proposta bene accolta, e la Commissione, costituita in gran parte di Soci della Mathesis, presieduta da Enrico D'Ovidio, affrontare con intendimenti pratici il problema, escludendo per sentimento di nazionale dignità la riproduzione fotografica delle tavole straniere.

Anzi, incaricato di studiare il capitolo dei logaritmi delle funzioni trigonometriche, ne tracciò il programma, coordinando quanto di meglio era stato fatto da altri, e presentando tutto il materiale pronto per la stampa il 1° maggio 1918.

Le eccezionali condizioni economiche del periodo che attraversiamo non permisero la pubblicazione immediata delle tavole da lui progettate, ma l'atto e il lavoro del Jadanza ri-

mangono come segno della forza d'animo e dell'alto suo modo di sentire, e traggono importanza dal momento solenne per la Patria nostra in cui furono compiuti.

Essi costituiscono oggi un ammonimento: affrettiamo coi voti il momento in cui saranno tradotti in una bella realtà.

***

Il 22 febbraio 1920 Nicodemo Jadanza moriva in Torino.

***

L'opera scientifica del Jadanza si può apprezzare al giusto suo valore solo conoscendo lo stato degli studi geodetici e sopra tutto della Scuola di Geodesia in Italia nel tempo in cui egli vi dedicò il suo forte ingegno.

La scienza della misura della terra, formatasi per un felice coordinamento di notizie desunte dalla Astronomia, dalla Geometria e dall'Ottica, assunse fisionomia propria e perfetta nel breve periodo che corre dagli studi del Legendre a quelli del Bessel.

In un magnifico fervore di progressi tecnici e scientifici, verso la fine del 18° secolo, aveva lavorato in Francia il Delambre, quando i dubbi manifestati sulla posizione relativa degli Osservatorî di Londra e di Parigi provocarono ad una feconda gara di perfezionamento di mezzi e di rigore di calcoli i Geodeti Francesi ed Inglesi, e sulle opposte rive della Manica operarono il teodolite di Ramsden ed il circolo ripetitore di Borda.

Più tardi le opere magistrali di Carlo Federico Gauss assicuravano ulteriori elementi di progresso nei due capisaldi delle Scienze geodetiche con le *Disquisitiones generales circa Superficies curvas* del 1827 e le *Dioptrische Untersuchungen* del 1841. E finalmente nuovi contributi al grado di precisione dei calcoli venivano dati dal Bessel e dal Bayer, introducendo le operazioni di compensazione col metodo dei minimi quadrati.

Nell'Italia, appena costituita ad unità, col riordinamento della Istruzione superiore si introdusse in alcune Università l'insegnamento della Geodesia teoretica. Però, come scrive il Jadanza, l'indirizzo di tale insegnamento fu diverso a seconda degli uo-

mini che furono chiamati a svolgerlo. Così, mentre a Napoli il prof. Federigo Schiavoni insegnava la Geodesia quale era da tempo coltivata nell'Istituto topografico dell'ex Regno di Napoli, e che non era se non quella classica del Delambre e del Puissant con l'aggiunta dei metodi del Bessel e del Bayer, nelle altre Università e specialmente a Pisa ed a Bologna l'insegnamento della Geodesia erasi trasformato in una palestra per la trattazione di teorie attinenti bensì ad essa, ma lontane dalla pratica delle osservazioni.

Anzi, in un indirizzo tutto speciale, l'opera del Gauss veniva raccolta da un insigne nostro maestro, Ulisse Dini, che su quelle traccie, con classiche memorie, gettava le basi della Geometria differenziale.

Affatto distinto dalla Geodesia per fondamento e per metodo si svolgeva lo studio della Geometria pratica o Topografia, così essenziale e caratteristico della cultura tecnica, ma trattato allora in molte Scuole con metodi non rigorosi, come imperfetti erano gli strumenti di cui si serviva nella pratica.

Spettava al Jadanza, che per una fortunata coincidenza riuniva in sè gli uffici di docente nei due insegnamenti, spettava a lui, dico, superare le deficienze che facevano di essi due discipline estranee l'una all'altra, orientando la Geodesia verso gli scopi suoi diretti e concreti, ed elevando la Geometria pratica fino a valersi degli stessi principî e di mezzi affini a quelli della sua maggiore sorella.

Tale fu di fatto la sua opera fondamentale nella scienza, nella pratica e nella scuola, e mi sembra che non si possa meglio riassumerla che colle parole da lui scritte nella prefazione alla ultima recente edizione del suo trattato di Geometria pratica.

" Ci siamo studiati, egli dice, di mettere in evidenza quella armonia fra la pratica e la teoria, la quale consiste nel fatto che nessuna operazione pratica deve essere fatta senza una ragione e nessuna teoria deve essere data che non abbia una immediata applicazione ".

Non dimentichiamo, meditando queste parole, che esse furono scritte come introduzione ad un corso di studi eminentemente applicativi, e non possono smentire nella intellettualità elevata del prof. Jadanza tutta l'attitudine a sentire la bellezza

e l'importanza della ricerca scientifica per sè stessa, indipendentemente dagli scopi che si propone.

Ma nello svolgimento di una tale missione non potevano mancare contrasti.

Un illustre innovatore degli studi topografici in Italia, Ignazio Porro, Maggiore del Genio nell'esercito Piemontese, aveva compreso, come scrive il Jadanza, che la Geometria pratica doveva servirsi degli stessi strumenti che adoperava la Geodesia, sebbene in proporzioni ridotte; e, abilissimo meccanico quale egli era, costruì il tacheometro, che non è altro se non il teodolite con la divisione centesimale dei suoi circoli e col cannocchiale capace della misura indiretta delle distanze secondo il metodo del Green perfezionato dal Reichenbach.

Il rilevamento numerico e la *Celerimensura*, che il Porro aggiunse agli altri metodi già noti fin dalla antichità, erano degni di tutta l'attenzione dei cultori della Geometria pratica, ma non dovevano far dimenticare, come alcuno dei suoi seguaci volle, quanto di buono erasi ottenuto con successivi perfezionamenti in questo campo.

Nel periodo culminante della sua attività il Jadanza sostenne vive polemiche per il giusto apprezzamento di questo nuovo mezzo ausiliario della Topografia, e fu persino accusato di avere voluto menomare i meriti del Porro con la sua monografia: *Per la Storia della Celerimensura*. Ma critico sereno e storico coscienzioso, egli non fece che esporre quanto risultava dai documenti, e nelle stesse pagine autobiografiche, coi giudizi qui letteralmente riprodotti, ha dimostrato di avere per l'illustre inventore del tacheometro quella ben intesa ammirazione che si differenzia da un feticismo inconcludente e procede dalla profonda competenza della materia.

La parte più caratteristica degli studi originali del Jadanza riguarda la teoria e la ideazione degli strumenti diottrici.

Due gruppi di ricerche si coordinano l'una al cannocchiale terrestre accorciato, l'altra al cannocchiale ridotto.

Del primo argomento il Jadanza cominciò ad occuparsi con una sua Nota inserita negli atti di questa Accademia il

dicembre del 1885. Con successive elaborazioni il nuovo apparecchio da lui denominato *plesiotelescopio* si dimostrò atto ad osservare oggetti collocati a qualsiasi distanza da zero ad infinito, riunendo i caratteri del microscopio e del telescopio, e presentando vantaggi sul cannocchiale panfocale del Porro. In seguito, ritornando sull'argomento a più riprese fino al 1895, ne approfondì le applicazioni alla determinazione del punto anallattico di un cannocchiale, alla misura della distanza focale delle lenti convergenti e divergenti, e finalmente alla misura delle basi topografiche, applicando ad essa il metodo del Porro per la misura delle basi geodetiche.

Del *cannocchiale ridotto*, che l'illustre Galileo Ferraris fra i primi saggi della sua feconda intellettualità aveva nel 1880 considerato in una sua nota sui cannocchiali con obbiettivo composto di più lenti separate, si occupò poi sistematicamente il Jadanza, cominciando a trattarne nel 1884, senza conoscere lo studio precedente del Collega. Il problema di ottenere un cannocchiale astronomico con obbiettivo capace di dare immagini reali piuttosto grandi degli oggetti lontani senza richiedere eccessiva lunghezza si è presentato, dice il Jadanza, in tutti i tempi ai cultori dell'ottica. Egli ne fece costruire un esemplare che fu assai notato all'Esposizione di Torino del 1884, e constatandone la diffusione per opera di valentissimi costruttori, ne ricercò assai più tardi le origini in una sua Memoria intitolata: *Il teleobbiettivo e la sua storia*, scritta per rettificare una relazione sulla Telefotografia comparsa negli Atti del primo Congresso fotografico nazionale tenuto in Torino nel 1898.

Parecchie altre innovazioni ha introdotto il Jadanza nell'ottica degli strumenti, come il microscopio ad ingrandimento costante e il microscopio a distanza. Esse sono trattate in quella bella sintesi dell'argomento, che è la sua: *Teorica dei cannocchiali esposta secondo il metodo di Gauss*, edita prima nel 1885, poi, in seconda edizione con notevoli aggiunte, nel 1906. In questo stesso trattato si trova una minuta ed elaborata *Storia del cannocchiale*, che fu anche pubblicata nella *Rivista di Astronomia*, ricorrendo il terzo centenario della invenzione del Galilei.

Particolarissima competenza fu quella del Jadanza sulla influenza degli errori strumentali, e la sua nota riguardante per l'appunto tale influenza nel teodolite per la misura degli angoli

orizzontali, pubblicata nel 1887, è riguardata anche oggi come l'ultima parola sull'argomento.

Nel campo della Geodesia il Jadanza ha saputo approfondire parecchi problemi fondamentali: La misura di un arco di parallelo; il calcolo della distanza di due punti di posizioni geografiche note; la forma del triangolo geodetico e la esattezza di una rete trigonometrica sono studi che gli crearono la fama di esperto Geodeta fin dai primi anni della sua carriera didattica. Più recentemente, affrontando il problema del calcolo delle coordinate geografiche dei vertici di una rete trigonometrica, ottenne dalle serie di Legendre sviluppate fino ai termini del 5° ordine formule poco differenti da quelle che il danese Andrae aveva raggiunto per tutt'altra via, consistente nel calcolare prima le coordinate geodetiche rettangolari e poi le coordinate geografiche. La sua monografia pubblicata nel 1891 col titolo: *Guida al calcolo delle coordinate geodetiche* contiene tali formole con le tabelle numeriche occorrenti alla semplificazione dei calcoli.

Nel campo della Geometria pratica la sua opera di docente è riassunta nel trattato dato per la prima volta alle stampe nel 1909, e di cui oggi si attende la terza edizione. In esso sono coordinati gli studi che andava svolgendo con note e memorie quasi tutte pubblicate nella nostra Accademia. La teoria dei prismi a riflessione introdotta da Max Bauernfeind nei suoi *Elemente der Vermessungskunde* editi a Stoccarda nel 1879 è dal Jadanza ridotta ad una magnifica semplicità per mezzo di una nuova proposizione da lui dimostrata sull'angolo di deviazione di un raggio luminoso attraversante un prisma di cristallo.

La teoria del cannocchiale anallattico, geniale invenzione del Porro, vi assume in una esposizione facile e completa la massima precisione, permettendo al costruttore di strumenti topografici di evitare errori di fabbricazione, ed istruendo il lettore sui vantaggi dell'anallattismo e sulla convenienza di rendere spostabile la lente anallattica.

La storia del cannocchiale distanziometro vi è svolta mettendo in evidenza tutte le sue particolarità.

Un esame accurato del metodo della Celerimensura ne rileva i pregi ed i difetti, ed ha per utile corredo le tavole tacheometriche sessagesimali e centesimali.

Non vi mancano notizie inedite, come la possibilità di semplificare i reticoli dei microscopi a stima per la lettura dei circoli graduati dei teodoliti, senza nuocere all'esattezza dei risultati, e l'uso del cannocchiale ridotto, nella misura indiretta delle distanze.

Il volume si chiude con un capitolo intitolato *Problemi astronomici*, in cui sono esposti i metodi per la ricerca della posizione geografica di un luogo e per la determinazione di un azimut, accessibili ad un ingegnere allenato al maneggio del teodolite.

***

Con questo trattato ha termine il ciclo di studi percorso dalla forte intelligenza del Jadanza movendo dalla matematica e dall'astronomia verso un campo di applicazioni tecniche fra le più feconde di risultati utili al progresso civile ed economico.

Nè forse in questa evoluzione devesi vedere soltanto l'effetto della mentalità speciale dell'Uomo che onoriamo. La Geodesia infatti, esaurita la parte fondamentale del suo compito, sembra oggi cedere il posto alla Geofisica, dalla quale tanti importanti problemi attendono la loro soluzione. Ma nel programma vastissimo della utilizzazione tecnica delle energie naturali, al cui compimento è legata la possibilità di elevare indefinitamente il benessere sociale, la Geometria pratica, assorta al grado di Scienza per sicurezza di premesse e rigore di metodo, ha un grande compito da svolgere, e i granelli di sabbia che il Jadanza, per servirmi di una sua frase, ha raccolto per il nuovo edificio, non saranno travolti dal tempo, ma concorreranno a costituirne la solida base.

Pubblicazioni del Prof. NICODEMO JADANZA

Negli "Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino".

1. Sopra un determinante gobbo che si presenta nello studio dei cannocchiali. Vol. XVII, pag. 714.
2. Sopra alcuni sistemi diottrici composti di due lenti. XVIII, 601.
3. Sui sistemi diottrici composti. XIX, 99.
4. Cannocchiali ridotti. XIX, 769.
5. Sulla misura di un arco di parallelo terrestre. XIX, 990; XX, 326.
6. Sulla forma del triangolo geodetico e sulla esattezza di una rete trigonometrica. XX, 765.
7. Sui punti cardinali di un sistema diottrico centrato e sul cannocchiale anallattico. XX, 917.
8. Nuovo metodo per accorciare i cannocchiali terrestri. XXI, 118.
9. Sul calcolo della distanza di due punti le cui posizioni geografiche sono note. XXI, 469.
10. Influenza degli errori strumentali del teodolite sulla misura degli angoli orizzontali. XXII, 12.
11. Una questione di ottica ed un nuovo apparecchio per raddrizzare le imagini nei cannocchiali terrestri. XXII, 447.
12. Sul calcolo degli azimut mediante le coordinate rettilinee. XXIII, 89.
13. Sullo spostamento della lente anallattica e sulla verticalità della stadia. XXIII, 294.
14. Una nuova forma di cannocchiale. XXIII, 570.
15. Sulla misura diretta ed indiretta dei lati di una poligonale topografica. XXIV, 177.
16. Sul modo di adoperare gli elementi geodetici dell'Istituto geografico militare. XXV, 90, 414.
17. Influenza degli errori strumentali del Teodolite sulla misura delle distanze zenitali. XXV, 148.
18. Influenza della eccentricità dell'alidada sui vernieri, ed un microscopio ad ingrandimento costante. XXVI, 536.
19. Un prisma universale a riflessione. XXVI, 649.
20. Teorica di alcuni strumenti topografici a riflessione. XXVII, 911.

21. Sopra alcune differenze trovate nel calcolo delle coordinate geografiche dei vertici del quadrilatero che congiunge l'Algeria colla Spagna. XXVII, 923.
22. La misura delle distanze col cannocchiale ridotto. XXX, 713.
23. Influenza dell'errore di verticalità della stadia sulla misura delle distanze e sulle altezze. XXXI, 376.
24. Un nuovo focometro. XXXIII, 535.
25. Il cannocchiale terrestre accorciato. XXXIII, 803.
26. Alcune osservazioni sul calcolo dell'errore medio di un angolo nel metodo delle combinazioni binarie. XXXIII, 883.
27. Errata-corrige alla Nota "Alcune osservazioni sul calcolo dell'errore medio di un angolo nel metodo delle combinazioni binarie". XXXIV, 966.
28. Matteo Fiorini. Brevi parole di commemorazione. XXXVI, 416.
29. Sul calcolo della convergenza dei meridiani. XXXVI, 887.
30. Nuovo metodo per determinare il rapporto diastimometrico in un cannocchiale distanziometro. XL, 691.
31. Il cannocchiale di Galilei adoperato come microscopio. XLIII, 685.
32. Un precursore di Heyde nel costruire teodoliti a circoli dentati. XLIV, 339.
33. Determinazioni delle costanti in un cannocchiale distanziometro. XLV, 53.
34. Sopra alcuni sistemi composti di due lenti e sul livello di H. Wild costruito dalla Casa Zeiss in Jena. XLVI, 350.
35. **Jadanza Nicodemo** e **Baggi Vittorio**. Un livello che dà sicuramente la visuale orizzontale. XLIII, 3.
36. Giuseppe Lorenzoni. Commemorazione letta nell'adunanza del 21 febbraio 1915. L.
37. Emanuele Fergola. Commemorazione letta nell' adunanza del 23 maggio 1915. L.
38. Sul calcolo numerico dei logaritmi neperiani di 2 e 5. L.
39. Il cannocchiale *panfocale* di Porro e due problemi sull'anallattismo. LI, 1915-16.
40. Ignazio Porro. Notizie biografiche (Idem).
41. Sul calcolo della distanza tra due punti di note posizioni geografiche. LII, 1916-17.
42. Per una edizione nazionale di tavole di logaritmi (Idem).
43. Teoria elementare del cannocchiale terrestre accorciato (Idem).
44. Cenni necrologici su Paolo Pizzetti. LIII, 1917-18.
45. Determinazione geodetica del *Castello* e del *Campanile* del comune di Trana (Idem).

Nelle " Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino „,
Serie II.

1. Alcuni problemi di Geodesia. Vol. XXXV, pag. 157.
2. Per la storia del cannocchiale. Contributo alla storia del metodo sperimentale. XLVI, 253.
3. Il teleobbiettivo e la sua storia. XLIX, 153.
4. Alcuni sistemi diottrici speciali ed una nuova forma di teleobbiettivo. LIII, 72.
5. Giovanni V. Schiaparelli. Commemorazione. LXII, 361.
6. Determinazione geodetica di alcuni punti nella Valle del Sangone. LXIII, 219.

Nella " Rivista di Topografia e Catasto „.

1. Per la Storia della Celerimensura. Vol. VI (maggio 1894), pag. 157.
2. Federico Schiavoni. Cenni biografici. Vol. VII (1894-95), pag. 141.
3. Il livello a visuale reciproca. Idem, pag. 190.
4. Per la Storia della Celerimensura. Idem, pag. 195.
5. Teoria del cannocchiale anallattico. Idem, pag. 196.
6. Ai cultori della Geometria Pratica. Vol. VIII (1895-96), pag. 1.
7. La misura delle distanze col cannocchiale ridotto. Idem, pag. 2.
8. Storia del cannocchiale ridotto. Idem, pag. 6.
9. A proposito di Porro e delle sua celerimensura. Idem, pag. 10.
10. Il cannocchiale panfocale di Porro. Idem, pag. 33.
11. Il Plesiotelescopio Jadanza ed usi del medesimo in Topografia. Idem, pag. 36.
12. Influenza dell'errore di verticalità della stadia sulle distanze e sulle altezze. Idem, pag. 118.
13. Per la storia del Teodolite. Idem, pag. 170.
14. Esposizione del metodo di Huygens per la rettificazione di un arco di circolo qualunque e della circonferenza. Idem, pag. 172.
15. Metodo per conoscere la latitudine di un luogo e l'azimut di un oggetto terrestre senza conoscere il tempo. Vol. IX (1896-97), pag. 26.
16. Sulla misura delle distanze colla stadia. Vol. X (1897-98), pag. 143.
17. Un nuovo focometro. Idem, pag. 170.
18. Il cannocchiale terrestre accorciato. Idem, pag. 188.

19. Sul calcolo dell'error medio di un angolo nel metodo delle combinazioni binarie. Vol. XI (1898-99), pagg. 44-50.
20. Metodo semplice per la ricerca dei punti cardinali di un sistema composto di due lenti. Idem, pag. 61.
21. Il teleobbiettivo e la sua storia. Vol. XII (1899-900), pag. 17.
22. La Celerimensura. Idem, pag. 129.
23. Necrologio di Matteo Fiorini. Vol. XIII (1900-901), pag. 111.
24. Necrologio del Generale Annibale Ferrero. Vol. XV (1902-903), pag. 17.
25. Una nuova forma di teleobbiettivo. Idem, pag. 170.
26. Un nuovo modello di Tacheometro. Vol. XVI (1903-904), pag. 172.

Monografie e Trattati.

1. Guida al calcolo delle coordinate geodetiche. Torino, Loescher, 1882.
2. I metodi usati per la misura di un arco di meridiano. Firenze, Barbèra, 1881.
3. Sulla latitudine, longitudine ed azimut dei punti di una rete trigonometrica. Firenze, Barbèra, 1883.
4. Un nuovo tacheometro (" L'arte di misurare ", parte I). Camilla e Bertolero, 1890.
5. Tavole tacheometriche centesimali. Torino, Rosemberg e Sellier, 1893 — 2ª edizione, Torino, Bona, 1904 — 3ª edizione, 1912, tradotte in tedesco da G. Hammer.
6. Teorica dei cannocchiali esposta secondo il metodo di Gauss. Torino, Loescher, 1885 — 2ª edizione, 1896.
7. Tavole tacheometriche sessagesimali. Torino, Bona, 1909.
8. Trattato di Geometria pratica, Torino, Bona, 1909 — 2ª ediz., 1918.

ICILIO GUARESCHI

Commemorazione letta dal Socio naz. resid. GIACOMO PONZIO

Da una famiglia in cui, da secoli, era ereditaria la professione farmaceutica, nacque, il 24 dicembre 1847 in San Secondo Parmense, il compianto nostro Socio ICILIO GUARESCHI. Dopo aver fatto come volontario la campagna del '66, conseguì a Bologna il diploma in Farmacia ed a Pisa la laurea in Scienze Naturali. Dedicatosi all'insegnamento e trascorsi alcuni anni nelle Scuole medie, fu nominato nel 1879 professore all'Università di Torino, ove tenne la cattedra di Chimica farmaceutica e tossicologica fino al giorno della sua morte, avvenuta il 20 giugno 1918.

Ecco come Egli parlò di sè nel 1904 (1):

" Fui un bimbo nè molto precoce nè molto ottuso, un bimbo insomma come tanti altri. Così pure, la mia prima giovinezza passò senza vicende degne di essere ricordate, sebbene io possa dire, con la sicura coscienza che non può, spero, esser scambiata con orgoglio, che fin da giovane nutrii gli stessi sentimenti che furono poi la guida ed il conforto della mia vita: *Patria, Famiglia* e *Studio*, collegati insieme dal *Dovere*, sono stati sempre i tre cardini della mia esistenza.

" Ricorderò che fino dall'inizio dei miei studi universitari, benchè avviato alle scienze, provai una grande predilezione per le letture storiche. Che questa passione abbia fatto sì che prendessi grande amore anche alla storia delle scienze ed abbia influito a far sì che io dedichi gli ultimi anni della vita alla storia

---

(1) Discorso pronunziato in occasione del 25° anniversario di insegnamento nella R. Università di Torino.

della chimica? Eppure, strana cosa! La sincerità mi obbliga a confessare che nel Liceo io fui lo scolaro che più degli altri del mio corso fece tanto inquietare il nostro povero professore di storia!

" Terminati gli studi liceali nel 1866, io dovevo, dopo il ritorno dalla guerra, a cui presi parte come volontario, avviarmi per la professione di ingegnere; poi le circostanze mie di famiglia cambiarono nello stesso anno e nel mese di ottobre studiai computisteria e lingua francese perchè avrei dovuto invece seguire la via del commercio; ma nel novembre altra fatale condizione di cose mi avviò a quella professione che da più di quattro secoli era ereditaria nella mia famiglia, la farmacia, che però io non ero destinato ad esercitare.

" Nella piccola, ma scelta, biblioteca del povero mio fratello mi colpirono subito alcuni libri che divorai, e primo fra tutti il famoso *Trattato di Chimica* del Regnault, tradotto con aggiunte da quel Francesco Selmi, che allora non conoscevo, e che doveva essere pochi anni dopo uno dei miei più cari maestri ed amici.

" Sino all'età di 18 anni nulla faceva presagire in me la vocazione, direi l'istinto, dell'insegnamento. Questo mi si risvegliò fin dal primo anno in cui frequentai l'Università. Provavo qualche cosa di gioioso quando potevo dare alcuni schiarimenti ai miei compagni, o a qualcuno di loro ripetere una parte delle lezioni. Mi si manifestò come un impulso a far penetrare qualche cosa dal mio cervello entro il cervello di un altro. Quando per la prima volta nel 1871, dopo ottenuta anche la laurea in Scienze Naturali, insegnai come assistente di Selmi la chimica analitica a Bologna, là fra quei 20 o 30 scolari, fra i quali era attivissimo l'attuale mio collega, il professore Leone Pesci, io sentivo una gioia immensa.

" Conservo ancora i minuti appunti di quelle mie prime prove didattiche, che io, naturalmente, attingevo, riassumendole, dal classico Fresenius. Era la prima volta che in quella Università si faceva un corso regolare di analisi chimica. Io allora venivo da Firenze, dal laboratorio di Ugo Schiff. Fu là nel vicino laboratorio di Fisiologia che strinsi tenace amicizia con un giovane studiosissimo, che divenne poi mio collega, il professore Angelo Mosso.

“ Curiosa ricordanza: come io con qualche difficoltà mi ero adattato alla disciplina del soldato, entrato all'Università sentii profondamente la disciplina della Scuola; sentimento che mi si accrebbe quando incominciai ad insegnare già quale assistente. Il rispetto per la Scuola divenne per me sacro, e questo sentimento ho sempre cercato di far penetrare nei miei allievi, colla persuasione e coll'esempio, mai coll'imposizione.

“ Nella Scuola il giovine si imbeve di quei sentimenti e di quel sapere che dovranno poi, poco o tanto, servirgli per tutta la vita, anche quando non se ne accorge, o crede di averli dimenticati; il professore si sforza di comunicare, di trasfondere parte del suo pensiero nei giovani cervelli che lo ascoltano. Tutto ciò rappresenta una delle più alte, delle più nobili funzioni che l'uomo possa compiere; ora perchè non si dovrebbe compierla, almeno almeno, colla stessa rigorosa disciplina con cui il soldato compie il suo dovere? Che la forza del pensiero, che vince e trasforma i secoli e le grandi epoche, sia inferiore alla forza del braccio? Io non lo credo, nè lo crederò mai!

“ Nasce da ciò la contentezza che ho sempre provato per il contegno serio e dignitoso dei miei studenti, a Bologna ed a Firenze come assistente, a Livorno, a Siena e qui in Torino, come professore. L'affezione e la stima dei proprii scolari è la massima soddisfazione dell'insegnante anche nei momenti di maggior sconforto. Ma, si dirà, voi avete anche il conforto dei vostri lavori scientifici. È vero, ma non basta. Io non avrei fatto certamente nulla se non avessi avuto la molla dell'insegnamento. Io sono sempre stato d'avviso che nelle Scuole Superiori l'insegnante e lo scienziato non debbono andare disgiunti.

“ Non posso dimenticare che se ho insegnato 25 anni a Torino è però da 33 anni che data il mio insegnamento ufficiale; non posso dimenticare le due città ove ho incominciato la mia carriera di insegnante: Livorno e Siena, alle quali debbo gratitudine perchè mi fornirono i mezzi di impiantare due piccoli laboratori di chimica, i quali oltre all'insegnamento servirono benissimo per i miei studi scientifici, che mi aprirono la grande via di Torino.

“ Gli allievi dell'Istituto Tecnico di Livorno furono i primi a darmi le grandi soddisfazioni dell'insegnamento. Siena poi mi

è cara per altri ricordi; allora vi erano in quella Università pochi studenti; nel mio corso erano pochissimi. Li rammento però, sempre con affetto. Ma, ricordo carissimo al mio cuore, è quell'allora giovane professore che assiduamente frequentava le mie lezioni: egli era il professore di Fisiologia alla Università, era quindi un mio collega, che divenne subito uno dei miei più cari amici, il professor Albertoni. Ricordo questo caso, perchè a me servì di grande incoraggiamento. Ho pochissimi studenti, è vero, dicevo tra me, alquanto sconfortato, ma bisogna dire che qualche cosa di buono vi sia in queste mie lezioni, se con tanta assiduità viene uno che è già professore di una materia affine, che prima io non conosceva, e che proviene da una grande Università come Padova.

“ Nel dicembre 1879 venni a Torino come professore ordinario: e qui si aprì nella mia vita un nuovo e vasto orizzonte; nei quindici anni passati nel vecchio e piccolo laboratorio di San Francesco da Paola, vissi continuamente in mezzo ai giovani. Anche là quella Scuola non tanto piccola e sempre riboccante di studenti, era il mio orgoglio; là nel laboratorio lo spazio era così ristretto che il professore e gli assistenti facevano i loro lavori scientifici in mezzo agli studenti; era una vera società comunista; si lavorava nello stesso locale, molti lavoravano anche nella mia camera privata, perchè là solamente erano le bilance, il barometro, gli altri strumenti, la biblioteca, il mio studio; tutto insieme. Non posso pensare a quei giorni senza commozione! Quanti cari ricordi! Ma la città di Torino con onesta imparzialità volle pensare anche a quel meschino laboratorio ed in pochi anni fu costruito l'attuale grande Istituto.

“ *Amore*, *Dovere* e *Lavoro*: ecco le tre parole, i tre sentimenti che dovrebbero riassumere l'opera dell'umanità. Il lavoro è sempre stata la guida suprema della mia vita, ed io non so comprendere, non so capire, quei giovani i quali perdono il loro tempo, più o meno nell'ozio; essi non capiscono (e sono da compiangere) il valore della vita. La scienza, nel largo senso della parola, ha nei tempi moderni un ufficio molto maggiore di quello che aveva in altri tempi; essa reclama la direzione materiale, la direzione intellettuale e la direzione morale della Società. L'amore della Verità e la coscienza del Dovere saranno le fondamenta più salde e sicure di quell'ideale edificio di futura e

più felice Umanità a cui ogni uomo ha il dovere di portare, foss'anco in minima parte, il suo contributo di Sapere, di Lavoro „.

Dire esaurientemente di Lui non sarebbe possibile in una breve commemorazione, tanti sono i campi in cui il Guareschi manifestò la sua straordinaria attività, tante sono le pubblicazioni che nel volgere di quasi dieci lustri Egli prodigò in numerosi periodici nazionali ed esteri e negli Atti delle Accademie delle quali faceva parte. D'altronde lo stesso Guareschi, nel suo lavoro su Francesco Selmi, aveva scritto, e lo ripetè nella commemorazione di Ugo Schiff tenuta nella nostra Accademia (1): " Gli elogi storici dovrebbero sempre essere dettati non prima di cinquanta o di trenta anni dopo la morte dello scienziato che vuolsi onorare. Per l'uomo di scienza che veramente lascia una traccia profonda è bene che l'esposizione dei suoi meriti venga fatta dopo qualche tempo cessata la vita materiale; il tempo, giusto estimatore di tutto e di tutti, accresce la fama od almeno fa scorgere l'importanza delle scoperte del commemorato „.

Ma pur uniformandomi a questi giusti concetti, e pur avendolo conosciuto intimamente soltanto negli ultimi anni della sua vita, mi sia concesso di esprimere la più grande ammirazione per la sua rara tempra di lavoratore e di accennare alle sue indiscutibili qualità. Alle cinque del mattino, con qualunque tempo ed in qualunque stagione, egli iniziava la sua giornata, alternandone le ore fra il tavolino ed il laboratorio. E se qualche romanzo storico attirava la sua attenzione, leggeva anche una buona parte della notte, interessandosi a tutto, prendendo appunti su tutto. Appassionatissimo per la politica ed ardente patriota, si compiaceva di scrivere ogni giorno, unicamente per sè stesso e custodendole con gelosa cura, le sue impressioni sugli avvenimenti più importanti, allietandosi per le fortune d'Italia, commovendosi per le sue sventure. Rigidissimo nell'adempimento di quello che riteneva fosse il suo dovere, esigente verso di sè e verso gli altri, seppe tuttavia conquistarsi l'amicizia di molti fra coloro che lo conobbero e che pur non dividevano interamente le sue opinioni ed i suoi entusiasmi.

Gli è che Icilio Guareschi fu sempre uomo di buona fede

(1) *Atti*, vol. L, pag. 333 (1917).

ed ebbe sempre come scopo delle sue azioni la ricerca del Vero. E se la Verità di ieri non è più quella di oggi, e se la Verità di oggi non sarà, forse, quella di domani, nessuno potrà disconoscere che l'opera scientifica del nostro compianto Socio ha molto contribuito al progresso della Chimica nell'ultimo trentennio ed ha onorato l'Italia che egli così fortemente amava. Di lui non saranno dimenticate alcune ricerche di Chimica organica, analitica e farmaceutica, il contributo portato alla storia della Chimica Italiana del 1750-1800, e sovratutto l'ardore e l'energia coi quali, già avanzato negli anni, cercò di sostenere, colla parola e coll'esempio, il morale dei suoi concittadini durante il lungo periodo della nostra guerra, convinto che l'auspicata Vittoria avrebbe finalmente coronato gli sforzi ed i sacrifizi della Nazione.

Relazione *preliminare intorno alla Conferenza accademica internazionale di Bruxelles.*

EGREGI COLLEGHI,

Nella adunanza a Classi Unite del 15 febbraio, conforme alla relazione che il collega Patetta ed io vi presentammo, voi ratificaste la firma da noi apposta in vostro nome allo statuto definitivo della Unione Accademica Internazionale per le scienze filologiche, archeologiche, storiche, morali, politiche e sociali e approvaste le proposte da noi fatte per costituire in Italia l'aggruppamento dei corpi scientifici nazionali preveduto dall'articolo IV dello Statuto della Unione. Tale aggruppamento è per ora incompleto, oltre l'Accademia dei Lincei e la nostra non avendo aderito alla Unione stessa se non la R. Accademia della Crusca. Con queste Accademie ad ogni modo si presero accordi circa la composizione della delegazione italiana, che, giusta lo Statuto, deve constare di due membri; e nell'attesa che abbia migliore assetto l'aggruppamento nazionale, si convenne che per ora le due Accademie che hanno avuto parte effettiva nel costituirsi della U. A. I., l'Accademia dei Lincei e la nostra, avessero a designare ciascuna uno dei due delegati italiani. Dopo lunghe pratiche condotte presso i Ministeri degli Esteri e della P. I. questo accordo ebbe la sanzione governativa. I due delegati, cioè il Senatore Lanciani per l'Acc. dei Lincei e il sottoscritto per l'Acc. di Torino, ebbero dal Governo il loro riconoscimento ufficiale. Nello stesso tempo il Ministero della P. I. trasmise alla segreteria della U. A. I. la adesione ufficiale dell'Italia e s'impegnò a pagare la quota annua, stabilita per ora nella somma modestissima di franchi belgi 2000 per ciascuna delle nazioni aderenti. Non è necessario che insista sulla importanza del risultato così ottenuto, sia per se stesso, sia in quanto costituisce un solenne riconoscimento dell'operato di

questa R. Accademia e le assicura in modo definitivo, di pieno diritto, il posto che le spetta fra le Accademie partecipanti alla Unione. Di ciò si deve sapere grado sopratutto all'energia con cui la presidenza dell'Accademia ha preso a cuore le nostre richieste e tutelati i vostri diritti.

Purtroppo l'approvazione governativa delle nostre proposte non ci giunse che la mattina del 24 maggio, onde il vostro delegato non potè essere in Bruxelles che la sera del 26, mancando così alla solenne seduta d'inaugurazione e ai primi lavori del congresso. Avendo scusato l'assenza l'altro delegato senatore Lanciani, io ebbi per la vostra delegazione l'onorifico ma grave ufficio di rappresentare da solo la scienza italiana. Ma nonostante il non lieve peso delle responsabilità che dovetti così assumere, fui lieto di essere intervenuto al congresso, sia perchè credo di avervi speso non inutilmente la mia opera per la scienza e per la patria, sia perchè l'assenza dell'Italia avrebbe dato luogo a commenti che ci sarebbero riusciti senza dubbio penosi. All'Italia del resto non si mancò di usare il dovuto riguardo nella formazione dell'ufficio di presidenza, che riuscì costituito dai Sigg. Pirenne (Belgio), presidente, Homolle (Francia) e Kenyon (Inghilterra), vicepresidenti, Lanciani (Italia), segretario, Gray (Stati Uniti) ed Heiberg (Danimarca), vice-segretari. Sarà bene notare che oltre questi Stati erano rappresentati ufficialmente al convegno il Giappone, l'Olanda, la Grecia, e vi assistevano senza delegazione ufficiale uno scienziato russo e un rappresentante della Serbia.

Si discusse minutamente e si deliberò nel convegno intorno alle molte proposte di lavori presentate al Segretariato della Unione. Senza entrare in particolari tecnici, che saranno meglio riservati alla Classe di scienze morali e che ad ogni modo oggi non possono essere dati, mancandomi ancora i testi ufficiali delle deliberazioni, dirò in generale che la Unione dimostrò la ferma e recisa volontà di iniziare immediatamente un lavoro fecondo, e che per alcune delle pubblicazioni deliberate si sono anche trovate già almeno in parte le collaborazioni e i mezzi, e può quindi attendersene con fiducia l'inizio in un avvenire che abbiamo ragione di ritenere prossimo.

Le due proposte di maggiore importanza che fossero sul tappeto erano quella dell'Accademia dei Lincei per la continua-

zione del *Corpus Inscriptionum* di Berlino e quella fatta dal Sig. E. Pottier, conservatore del Museo del Louvre, per un *Corpus* dei vasi greci dipinti; due proposte, di cui, parlando in un consesso di dotti, non è necessario che io rilevi la importanza veramente capitale per la scienza. La proposta dell'Accademia dei Lincei pel *Corpus Inscriptionum*, insieme con altra della stessa Accademia per la *forma orbis Romani*, fu rinviata per nuovi studi all'Accademia stessa. Trovai giungendo in Bruxelles già presa questa deliberazione: che del resto era inevitabile, perchè la proposta dei Lincei non era stata presentata quattro mesi prima del convegno, come richiede l'art. XII dello Statuto della U. A. I., e perchè non conteneva quell'esatto programma scientifico e quel preciso preventivo finanziario che prescrive detto articolo. Non potei che limitarmi ad insistere perchè alla Accademia dei Lincei venisse riservata la iniziativa di entrambe le proposte.

L'altra proposta d'importanza capitale, quella del Sig. Pottier pel *Corpus* dei vasi dipinti, presentata nelle condizioni prescritte dallo Statuto, dopo matura discussione seguìta nella commissione designata all'uopo, di cui ebbi l'onore di far parte, fu in massima approvata. Trovai però il consenso di tutti, compresi gli stessi proponenti, in una serie di riserve dirette a far sì che il lavoro non procedesse sulla base d'un sistema di accentramento, quale era quello seguìto nella compilazione del *Corpus inscriptionum Latinarum* e *Graecarum* dalla Accademia di Berlino. Fissate cioè le direttive generali, il lavoro procederà in modo autonomo in ciascuno Stato sotto un direttore nazionale responsabile, il quale vi provvederà d'intesa con le Accademie locali nella misura dei mezzi che lo Stato vorrà fornirgli. Lingua dell'opera sarà la francese. Ma su proposta del Sig. Kenyon e mia si stabilì che ogni Stato ha diritto di pubblicare in lingua nazionale una edizione di quella parte del *Corpus* che lo riguarda. S'intende che riservando, come feci, i diritti dell'Italia, non potei prendere nessun impegno preciso circa la sua collaborazione. Io voglio sperare che, quando la delegazione italiana esporrà il piano particolareggiato del lavoro che è riservato all'Italia, troverà nel Governo, nelle Accademie, nelle direzioni dei Musei e negli archeologi nostri largo concorso materiale ed intellettuale. Ciò potrà permetterle di portare nella sessione del

maggio prossimo affidamento preciso intorno a una collaborazione che sia degna del posto che l'Italia occupa tra le nazioni presso cui fioriscono gli studi archeologici.

Se il *Corpus* dei vasi dipinti potrà, come speriamo, essere eseguito, la Unione Accademica avrà messo accanto al *Corpus Inscriptionum Lat.* e *Graec.* di Berlino un'opera non meno monumentale e non meno preziosa per gli studi dell'antichità. Un'altra opera che la Unione vorrebbe assumere sotto il suo patronato, anch'essa di somma importanza, è la compilazione di un nuovo Ducange. Ma per questa si sono iniziati solo i primi scambi d'idee; e la segreteria si riserva di diramare uno schema di progetto che possa essere discusso dalle varie accademie prima di venir sottoposto alla prossima sessione dei delegati.

Egregi Colleghi,

Questo breve cenno vi dà una idea della alacrità giovanile e della serietà di propositi con cui la U. A. I. si è accinta al lavoro. Perchè tali propositi, quanto è in noi, abbiano effetto, io mi auguro che il Governo continui e intensifichi il suo appoggio, al quale intento ho già presentato alcune modestissime proposte concrete al Ministero della P. I.; e inoltre che le Accademie Reali le quali non hanno ancora aderito ci diano la loro adesione e più ancora la loro volenterosa collaborazione. Io credo che esse non avrebbero esitato ad aderire se avessero visto con quali sentimenti amichevoli e deferenti è accolta l'Italia in questi consessi scientifici internazionali, e in particolare se avessero assistito alla sincera manifestazione di plauso con cui fu ricevuta la adesione, da me recata, della R. Accademia della Crusca, il cui nome antico e glorioso è noto ovunque si pregia la coltura.

Io spero che voi vorrete onorare della vostra approvazione l'opera da me spesa nell'eseguire il mandato che mi affidaste. Ma prima di chiudere io debbo esprimere la mia gratitudine a tutti quelli che diedero il loro appoggio a questo primo convegno della U. A. I. e cooperarono alla sua riuscita, prima di tutto a S. M. il Re dei Belgi, poi a S. E. il Ministro delle Scienze ed Arti Destrée, che colse l'occasione per testimoniarmi

i suoi sentimenti cordiali, del resto notissimi, verso il nostro paese; inoltre a tutti in generale i colleghi belgi, così cortesi ed affettuosi verso i delegati, e tra essi in particolare all'insigne storico che fu eletto a presiederci, il Sig. H. Pirenne il quale diresse con tatto pari allo zelo i nostri primi lavori.

Gaetano De Sanctis, *Relatore.*

Relazione *della Commissione per il conferimento dei premi Gautieri* (Opere storiche, triennio 1916-1918).

Chiarissimi Colleghi,

Nel concorso al premio di fondazione Gautieri per pubblicazioni storiche fatte in lingua italiana e da autori italiani durante il triennio 1916-1918, furono presentate alla nostra Accademia opere di tre soli scrittori, cioè una *memoria* del prof. Raffaele Cognetti De Martiis, *Il Governatore Vincenzo Mistrali e la legislazione civile parmense* (1814-1821), Parma 1917 (Estratto dall' " Arch. stor. per le prov. parm. „); tre volumi del prof. Niccolò Rodolico, inviati dalla Casa Editrice Nicola Zanichelli e formanti un manuale storico completo *ad uso delle Scuole Normali* (*Le Società antiche. Oriente, Egitto, Grecia, Roma; Il Medioevo barbarico e il Rinascimento italiano; I tempi moderni*, Bologna, s. a. e 1917); e finalmente due monografie del prof. Pietro Silva, *Il Sessantasei. Studi storici*, Milano, Treves, 1917, e *La Monarchia di Luglio e l'Italia. Studio di storia diplomatica*, Torino, Bocca, 1917.

D'altra parte, nessuna indicazione d'opere reputate degne di premio fu fatta alla vostra Commissione, nonostante l'invito rivolto a ciascun Socio nazionale, a norma dell'art. 3 del Regolamento, fin dall'agosto del 1919. Essa procedette quindi in primo luogo all'esame delle opere inviate all'Accademia e rivolse poscia la sua attenzione, come era suo dovere, anche alle altre pubblicazioni storiche del triennio indicato; nel quale, a dir vero, l'anima e la scienza italiana, più che a vagliare criticamente gli avvenimenti del passato, miravano a cercarvi ispirazioni e conforto per l'immane lotta, che i futuri storici dovranno forse considerare come il punto culminante di un'epoca e come l'inizio d'un'età nuova nella storia dell'umanità. I Commissarii furono sempre pienamente concordi nell'apprezzamento delle singole opere esaminate, e unanimi sottopongono ora al vostro giudizio

così i loro apprezzamenti come le conclusioni, che naturalmente ne scaturiscono.

La memoria del prof. Cognetti De Martiis su Vincenzo Mistrali reca certo utili contributi alla conoscenza del governo e della legislazione parmense nei primi anni del dominio di Maria Luigia; ma condotta su materiali in parte già usati da altri studiosi, forse un po' troppo diffusa, non sempre del tutto felice tanto nei raffronti storici e storico-giuridici quanto nell'interpretazione dei documenti, improntata, per ciò che riguarda la personalità del Mistrali, ad un ottimismo senza dubbio eccessivo, non merita, a parer nostro, d'esser messa in prima linea.

Nei tre volumi del Rodolico la Commissione, pur avvertendo qualche inesattezza, riconobbe pregi non comuni d'ampia conoscenza della materia, d'ordine, di proporzione; ma si tratta d'opera di divulgazione e piuttosto elementare, ed è nostro convincimento, espresso già nella Relazione per il concorso del triennio 1913-1915 ed avvalorato in tale occasione dal vostro consenso, che nel conferimento dei premi Gautieri si debba possibilmente dar la preferenza a contributi originali, escludendo così i manuali scolastici, che abbiano, in sostanza, carattere di divulgazione.

Opera di divulgazione può dirsi in massima anche la monografia del Silva sul Sessantasei, che è certo notevole per la larga conoscenza della letteratura italiana e straniera sull'argomento, per la chiarezza, per l'imparzialità e per quei pregi di forma e di misura, che appaiono già in altri scritti dell'autore (uno dei quali fu ritenuto meritevole del premio Gautieri per il triennio 1910-1912), ma che non ha vera originalità d'indagini o novità di conclusioni, e poco aggiunge a ciò che è detto nelle opere notissime del Chiala, del Pollio, del Friedjung, del Govone, del Luzio, del Guerrini.

Nello scritto sulla *Monarchia di Luglio e l'Italia*, il Silva non si restrinse invece al semplice, diligentissimo uso delle fonti edite e della letteratura, ma portò un notevole contributo di ricerche personali fatte a Parigi nell'archivio del Ministero degli Affari Esteri. Disgraziatamente il confronto coll'opera veramente capitale, *La révolution de juillet 1830 et l'Europe*, pubblicata quasi contemporaneamente dal visconte De Guichen (Parigi, Émile-Paul, 1916) e frutto d'accurate ricerche negli archivi, non

della Francia soltanto, ma della Russia, dell'Inghilterra, dell'Austria, della Germania, del Belgio, dimostra chiaramente l'insufficienza dei materiali, di cui il Silva disponeva, e può forse talvolta far nascere qualche dubbio anche sull'ampiezza e sulla diligenza delle ricerche fatte da lui nell'archivio parigino. Certo, considerando che gli atti diplomatici rispecchiano spesso situazioni politiche facilmente soggette ad imprevisti e rapidi mutamenti, può, per esempio, sembrar grave che a pag. 22 n. 2, sia attribuita al 23 giugno 1832 una memoria dell'ambasciatore francese a Torino De Barante, detta giustamente *importantissima*, la quale è in realtà anteriore di cinque mesi, cioè del 23 gennaio, come risulta anche dal testo pubblicato in seguito integralmente dal Weil, nella *Revue de Paris* del 15 dicembre 1919.

A queste deficienze o inesattezze s'aggiunge la mancanza di ricerche negli archivi italiani, mancanza che, se non erriamo, può essere considerata come il principale difetto dell'opera in questione. Dichiara bensì il Silva, a pag. IX, che non gli fu possibile " ricorrere ai fondi degli Archivi di Stato Italiani, per il fatto che, fino al dicembre 1916, in tali Archivi i documenti del periodo posteriore al 1830 rimasero inaccessibili agli studiosi "; ma l'impossibilità non era forse assoluta, poichè la visione dei documenti, di cui il Silva avrebbe potuto grandemente giovarsi, era già stata concessa a parecchi studiosi, italiani e stranieri; e, ad ogni modo, se anche il difetto deplorato non fosse menomamente imputabile al Silva, non cesserebbe per questo di gravare sull'opera oggettivamente considerata.

In conclusione la monografia del Silva, alla quale si dovrebbe senza dubbio assegnare il premio se c'incombesse l'obbligo di scegliere fra le opere presentate, non parve tale da reggere al confronto d'un'altra opera di cui ora diremo.

Fra le pubblicazioni del triennio 1916-1918 non inviate per il concorso, la vostra Commissione reputò degna di speciale attenzione la Storia amplissima del periodo napoleonico, dal 1799 al 1814, scritta da Vittorio Fiorini e Francesco Lemmi e facente parte della *Storia Politica d'Italia* edita a Milano dal Vallardi. L'opera dei due egregi autori è nettamente distinta e può quindi esser considerata separatamente. Al Fiorini si deve tutto il primo libro, dedicato alla campagna del 1799 (pag. 1-288), ma la pubblicazione di questo primo libro è anteriore al triennio,

di cui ci occupiamo. Cadono invece, almeno in parte, nel triennio e possono quindi esser presi in considerazione i libri successivi, dal secondo al quinto (quest'ultimo appena cominciato), che sono opera esclusiva del Lemmi e rappresentano il frutto, veramente degno di lode, di studi e ricerche, che egli da molti anni si propone, a quanto pare, come precipuo còmpito della sua vita scientifica.

Esaminando l'opera del Lemmi (pag. 289-880), non si può non ammirare la padronanza, con cui egli domina un così vasto materiale; lo dispone armonicamente con giusto equilibrio delle parti e con netta visione storica dell'insieme; lo elabora personalmente, orientandosi nelle più complesse ed intricate questioni; enuncia franco e reciso giudizi proprii; ci dà infine una narrazione organica notevole per limpidezza ed efficace semplicità di dettato.

Se anche si trattasse di pura divulgazione, non sarebbe piccolo merito aver composto un libro, che riassume chiaramente e con sufficiente ampiezza e precisione un'epoca così fortunosa e ricca di eventi giganteschi, e dà il miglior succo della sterminata letteratura napoleonica. Ma il Lemmi non è un semplice divulgatore; e bastano a provarlo, anche indipendentemente dalla originalità nella trattazione e nei giudizi, le copiose note poste in fine d'ogni libro, nelle quali sono citati documenti degli archivi italiani, francesi, austriaci.

La commissione unanime crede quindi d'assolvere degnamente l'incarico affidatole proponendo che il premio di fondazione Gautieri per il triennio 1916-1918 sia conferito al prof. Francesco Lemmi.

La Commissione:

Francesco Ruffini, *Vice-Presidente*
Paolo Boselli
Gaetano De Sanctis
Alessandro Baudi di Vesme
Federico Patetta, *Relatore*.

CLASSI UNITE

Adunanza del 4 Luglio 1920

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti,

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali, i Soci Segre, Direttore della Classe, Salvadori, D'Ovidio, Guidi, Mattirolo, Grassi, Panetti, Sacco, Majorana, Rosa, Parona, Segretario della Classe, che funge da Segretario delle Classi unite;

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche, i Soci De Sanctis, Brondi, Einaudi, Baudi di Vesme, Schiaparelli, Patetta, Prato, Faggi, Luzio.

È scusata l'assenza dei Soci Ruffini, Vicepresidente dell'Accademia, Vidari, Peano, Stampini.

Come richiede l'ordine del giorno, si procede, colle norme regolamentari, alla votazione per il conferimento del premio Gautieri (Opere Storiche, triennio 1916-1918).

L'Accademia a voti unanimi, e come propone la Commissione giudicatrice, lo conferisce al sig. prof. Francesco Lemmi, autore della *Storia d'Italia nel Periodo napoleonico dal 1799 al 1814.*

Gli Accademici Segretari
Carlo Fabrizio Parona
Ettore Stampini

INDICE

DEL VOLUME LV.

PRESIDENTI della Reale Accademia delle Scienze di Torino dalla sua fondazione . . . . *Pag.* III
ELENCO degli Accademici nazionali residenti, Nazionali non residenti, Stranieri e Corrispondenti al 31 Dicembre 1919 . . „ V

ADUNANZE:

Sunti degli Atti verbali delle Classi Unite. . . . . „ 85, 233, 275, 374, 399, 433.
Sunti degli Atti verbali della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali . . . . „ 1, 89, 137, 161, 175, 213, 277, 293, 295, 303, 332, 357, 360, 367.

ELEZIONI:

Elezione del Socio Tesoriere 88, 275
Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali:
Elezione del Direttore della Classe . . . . „ 305
„ del Segretario della Classe . . . . „ 90
Elezioni di Soci nazionali residenti . . . . . . „ 176
Nomina di un Socio rappresentante la Classe nel Consiglio di Amministrazione dell'Accademia . . . . . . „ 294
Ordine del giorno dell'adunanza del 4 Maggio e del 7 Dicembre 1919 riguardante la dotazione accademica . . „ 90
Invito del Touring Club a partecipare ad una escursione nell'interno della Cirenaica . . . . „ 175

PREMIO BRESSA:

Relazione sul XXI Premio (internaz., quadr. 1915-1918) . 233, 235
L'Accademia, secondo la proposta della Commissione, delibera di affidare il còmpito di nuove ricerche e di una nuova relazione alla Commissione che dovrà giudicare sull'assegnazione del premio internazionale del quadriennio 1919-1922 . „ 275
Nomina della Commissione per il premio (nazionale, quadriennio 1917-1920) . . . . „ 276

Premio Gautieri:

Relazione della Commissione per il conferimento dei premi per le Opere storiche (triennio 1916-1918) . . . Pag. 254
Conferimento del premio per la Storia (triennio 1916-1918) „ 433

Premio Vallauri:

Relazione della Commissione per il premio delle Scienze fisiche (quadrienno 1915-1918) . . . . „ 254
L'Accademia, riferendosi alla conclusione della Commissione, delibera che il premio del quadriennio 1915-1918 vada ad aumento del capitale e dei premi successivi . . . „ 276

Balzac (Fausta). — Osservazioni cristallografiche sull'azzurrite di Gonnesa (Cagliari) . . . . „ 132
Bruni (G.). — Ringrazia per la sua nomina a Socio corrispondente „ 2
Brusotti (Luigi). — Sulla scomposizione di una forma binaria biquadratica nella somma di due quadrati . . . . . . „ 59
Cian (Vittorio). — Commemorazione dei Soci Renier e Novati „ 382
Cognetti de Martiis (Luigi). — Osservazioni sul nucleo delle cellule basali della " Helix pomatia „ . . . . „ 203
Colonnetti (Gustavo). — Risoluzione grafica di alcuni problemi relativi all'equilibrio delle funi pesanti . . . . . . „ 195
— Rapporti fra azioni statiche e dinamiche nei pali di una conduttura elettrica . . . . „ 327
Colosi (Giuseppe). — Ricerche anatomo-istologiche sugli Eufausiacei. Il cuore di *Nematoscelis megalops* G. O. Sars. . . . . „ 47
De Sanctis (Gaetano) e Patetta (Federico). — Relazione intorno alla seconda conferenza accademica internazionale . . .. „ 264
— Anche a nome del Socio Patetta legge la Relazione intorno alla seconda conferenza accademica internazionale . . . „ 234
— Relazione preliminare relativa alla Conferenza accademica di Bruxelles . . . . „ 424
— Nominato a far parte della Commissione per il premio nazionale Bressa (quadriennio 1917-1920) . . . . „ 276
D'Ovidio (Enrico). — Manda un affettuoso saluto al compianto Socio N. Jadanza testè deceduto . . . . „ 294
Einaudi (Luigi). — Informa l'Accademia circa le nuove restrizioni deliberate dal Consiglio di Amministrazione relative alla stampa degli *Atti* . . . . „ 86
Foà (Pio). — Commemorazione del Socio Fusari . . . . „ 375
— Presenta in omaggio la prima dispensa del *Trattato di Anatomia patologica* da lui pubblicato in collaborazione con parecchi colleghi . . . . „ 303
— Fa omaggio del 2° fascicolo del *Trattato di Anatomia patologica* „ 368
Gerbaldi (F.). — Sulla scomposizione di una forma binaria biquadratica nella somma di due quadrati . . . . . . „ 143

GRASSI (Guido). — Relazione sul XXI Premio Bressa (quadriennio 1915-1918) . . . . Pag. 235
— Presenta in omaggio i suoi *Principii scientifici della Elettrotecnica. Introduzione al Corso di Elettrotecnica* . . . . . „ 175
— Legge la Relazione della Commissione per il XXI Premio Bressa e comunica che la stessa Commissione deliberò di chiedere alla Accademia se non sarebbe conveniente sospendere pel momento il giudizio definitivo sul conferimento del premio . . „ 233
— Offre in omaggio il 2° volume della 4ª edizione del suo *Corso di Elettrotecnica* . . . . „ 368
— Nominato a far parte della Commissione per il premio Bressa (italiano, quadriennio 1917-1920) . . . . „ 276
GRIBODO (Giovanni). — I " Rincoti „ ed i " Lepidotteri „ delle Oasi xerotropiche di Val di Susa . . . . „ 179
GUIDI (C.). — Fa omaggio della sua Nota: *Sul calcolo statico delle dighe a gravità* . . . . „ 303
— Fa omaggio della 2ª edizione del suo volume: *Esercizi. Lezioni sulla scienza delle costruzioni* . . . . „ 357
GUIDI (Guido). — Ricerche sperimentali sui valori del titolo di benzina della miscela di alimentazione dei motori a scoppio „ 153
HERLITZKA (Amedeo). — Eletto Socio nazionale residente . „ 175
— Ringrazia per la sua nomina . . . . „ 303
JADANZA (Nicodemo). — Commemorazione del Socio corrispondente Prof. Vincenzo Reina . . . . „ 138
LEMMI (Francesco). — Gli è conferito il premio Gautieri per la Storia „ 433
LOMBARDI (Luigi). — Sopra un metodo semplice per rilevare le curve di variazione delle grandezze alternative e le loro armoniche successive . . . . „ 369
MAJORANA (Quirino). — Sulla gravitazione . . . . . . „ 65
— Nominato a far parte della Commissione per il premio nazionale Bressa (quadriennio 1917-1920) . . . . „ 276
MATTIROLO (Oreste). — Commemorazione di Saverio Belli . „ 4
— Commemorazione di Pietro Andrea Saccardo (Treviso, 23 aprile 1845 - Padova, 12 febbraio 1920) . . . . . . „ 296
— Fa omaggio di una sua Nota: *La Daldinia concentrica DNtrs et Cas, trovata nelle torbiere di Montorfano* (Como) . . „ 213
— Informa l'Accademia della costituzione di un Comitato d'onore e di uno esecutivo per raccogliere fondi per un ricordo del compianto Socio I. Guareschi . . . . „ 214
— Presenta due Note stampate del Socio corrisp. G. B. De Toni: *Commemorazioni dei Soci G. Brios e P. Baccarini; Spigolature Alessandrine XVI* . . . . „ 332
— Fa omaggio delle sue Note: *Pasquale Baccarini; Due "Avventizie„ nuove per la Flora italiana; Tartuficoltura e rimboschimento* „ 357
NACCARI (Andrea). — Annunzia che durante le ferie l'Accademia ha fatto gravi perdite nelle persone del Socio straniero Ernesto Haeckel e dei Soci corrispondenti G. Rayleigh, P. Baccarini, S. Schwendener, E. Fischer, V. Reina . . . . . . „ 2

Naccari (Andrea). — Comunica un invito del Touring Club Italiano a partecipare ad una escursione nell'interno della Cirenaica *Pag.* 175
— Presenta un ritratto fotografico del fu Socio e Tesoriere della Accademia Prof. Senatore Angelo Sismonda, grazioso dono della N. D. Emilia Fornaris-Rebaudengo . . . . . . „ 176
— Distribuendo le copie della Commemorazione di Icilio Guareschi inviate dall'autore prof. F. Garelli ne rileva l'importanza e ringrazia il donatore . . . . „ 213
— Comunica che il Ministro dell'I. P., rispondendo all'ordine del giorno votato dall'Accademia nell'adunanza del 7 dicembre 1919, ripete di riconoscere l'insufficienza della dotazione accademica, ma di non poterla elevare per opposizione del Ministro del Tesoro . . . . „ 233
— Con parole di vivo compianto partecipa la morte del Socio corrispondente Pierandrea Saccardo . . . . „ 277
— Annunzia la morte del Socio nazionale residente Nicodemo Jadanza e con commossa parola lo commemora brevemente . . „ 293
— Comunicherà alla famiglia del compianto collega N. Jadanza la espressione del cordoglio della Classe, e incarica il Socio M. Panetti di tesserne l'elogio . . . . „ 294
— Comunica le circolari relative al " Congrès international des Mathématiciens „ che si terrà a Strasburgo ed al Congresso internazionale di Meteorologia che si terrà a Venezia . . „ 295
— Presenta alla Classe i nuovi Soci Rosa ed Herlitzka e dà loro il benvenuto . . . . „ 303
— Annunzia l'avvenuta morte del Socio nazionale non residente A. Righi e con commosse parole esprime il dolore suo e dei colleghi e fa un breve elogio dell'insigne uomo scomparso „ 367
Panetti (Modesto). — Per una precisa definizione del metacentro di un aeroplano . . . . „ 361
— Fa omaggio del suo scritto: *Il laboratorio di aerodinamica del R. Politecnico di Torino* . . . . „ 303
— Commemorazione del Socio N. Jadanza . . . . . . „ 401
Parona (C. F.). — Interpretando i sentimenti dei colleghi rinnova al Presidente le condoglianze per l'irreparabile perdita da lui fatta colla morte della sua Consorte . . . . . . „ 1
— Ricorda che per gradito incarico avuto dal Presidente rappresentò l'Accademia alle solenni onoranze rese nell'Università di Pavia all'illustre geologo nostro Socio nazionale T. Taramelli in occasione del suo 44° anno d'insegnamento, e come omaggio proprio offre un esemplare della medaglia in bronzo battuta in tale occasione in onore del collega . . . . „ 2
— Presenta la Nota *Osservazioni sul fiore dell'Olivo* inviata in omaggio dal Socio R. Pirotta . . . . „ 2
— Rieletto Segretario della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali . . . . „ 90
— Ricorda le deliberazioni restrittive del Consiglio di Amministra-

zione dell'Accademia riguardanti i lavori da inserirsi nelle pubblicazioni dell'Accademia . . . . *Pag.* 303
PARONA (C. F.). — Avverte essere a disposizione dei Soci in Segreteria un certo numero di copie relative ai *Convegni didattici di Elettrotecnica e di Meccanica presso il R. Istituto Nazionale d'istruzione professionale in Roma; Scuola di Magistero* . . „ 333
— Presenta il 2° volume delle *Œuvres complètes de Th. Jean Stieltjes* pubblicate dalla Società matematica di Amsterdam che lo manda in dono . . . . „ 360
PATETTA (F.). — Vedi DE SANCTIS (G.) e PATETTA (F.).
— A nome anche del Socio De Sanctis informa l'Accademia dell'esito dell'adunanza tenutasi nella seconda metà di ottobre dell' " Union Académique „ in Parigi . . . . . . „ 85
— Nominato a far parte della Commissione per il premio nazionale Bressa (quadriennio 1917-1920) . . . . . . „ 276
— Relazione della Commissione per il conferimento dei premi Gautieri (Opere storiche, triennio 1916-1918) . . . . „ 429
PEANO (G.). — Fa omaggio di tre sue pubblicazioni su argomenti di matematica . . . . „ 137
— A nome del prof. M. Chini offre con parole di lode i due volumi: *Corso speciale di Matematiche ad uso dei chimici e dei naturalisti; Esercizi di calcolo infinitesimale* . . . . „ 304
PERUCCA (Eligio). — Sulla elettrizzazione del mercurio per strofinio (Nota I) . . . . „ 278
PICONE (Mauro). — Sul cambiamento della variabile di integrazione nell'integrale di Lebesgue . . . . „ 27
POCHETTINO (Alfredo). — Eletto Socio nazionale residente . „ 176
— Ringrazia per la sua nomina.
POLI (Cino). — Sulla teoria dei fenomeni ottici nell'ipotesi che il moto della sorgente modifichi la velocità della luce emessa „ 227
PONZIO (Giacomo). — Commemorazione del Socio Guareschi . „ 418
PRATO (Giuseppe). — Eletto Tesoriere dell'Accademia . . 88, 275
— Esposizione finanziaria dell'esercizio 1919 e bilancio preventivo dell'esercizio in corso. Gestione delle eredità Bressa, Gautieri, Pollini e Vallauri . . . . „ 399
— Ringrazia i Soci ing. Guidi e Panetti dell'ispezione fatta alla Specola in rapporto alle riparazioni alla stessa . . . . „ 400
ROSA (Daniele). — Eletto Socio nazionale residente . . . . „ 176
— Ringrazia per la sua nomina . . . . „ 303
RUFFINI (F.). — Nominato a far parte della Commissione per il premio nazionale Bressa (quadriennio 1917-1920) . . . . . „ 276
SACCO (Federico). — Le Oscillazioni glaciali . . . . . „ 99
— Il Finalese . . . . „ 334
— Fa omaggio di tre sue pubblicazioni su argomenti di Geologia „ 137
— Fa omaggio alla Classe della sua Memoria *Le condizioni meteoroideologiche dell'Era quaternaria e la causa dei periodi glaciali* „ 294
— Fa omaggio alla Classe di un suo opuscolo intitolato: *Una tromba marina* . . . . „ 332

SACCO (Federico). — Fa omaggio alla Classe di una sua Nota stampata, intitolata: *La glaciation dans les vallons de Saint-Barthelmy et de Torgnon* . . . . Pag. 360
— Fa omaggio della sua Nota *Pulsazioni della crosta terrestre* „ 368
SANNIA (Gustavo). — Serie di funzioni sommabili uniformemente col metodo di Borel generalizzato (Nota II) . . . . „ 162
SEGRE (Corrado). — Commemorazione di H. G. Zeuthen . . „ 177
— Nominato a far parte della Commissione per il premio nazionale Bressa (quadriennio 1917-1920) . . . . „ 276
— Eletto Direttore della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali . . . . „ 305
— Dà il doloroso annunzio della morte del Socio corrispondente Maurizio Cantor . . . . „ 332
— Rileva fra i libri giunti in dono l'opera del sig. Surendramohan Ganguli *Lectures on the theory of planes curves* . . . „ 368
SESINI (Ottorino). — Le oscillazioni torsionali degli alberi di trasmissione con massa propria e con masse concentrate in punti intermedi . . . . „ 215
SIBIRANI (Filippo). — Espressioni analitiche che definiscono più funzioni analitiche ad area lacunare . . . . . . „ 42
SOMIGLIANA (Carlo). — Relazione della Commissione per il Premio Vallauri (quadrienno 1915–1918) . . . . „ 254
— Partecipa di avere raccomandato alla Direzione del Touring Club Italiano di far coincidere l'escursione in Cirenaica colle ferie pasquali . . . . „ 213
— Legge la Relazione della Commissione del premio Vallauri riservato alle Scienze fisiche per il quadriennio 1915-1918, nella quale la Commissione propone che, non essendovi persona a cui possa essere conferito premio, lo stesso vada ad aumento del capitale e dei premi successivi . . . . „ 234
— Riferisce sul viaggio in Cirenaica, organizzato dal Touring Club Italiano . . . . „ 357
STAMPINI (Ettore). — Propone sia rinnovato al Governo il voto espresso dalle Classi unite il 4 maggio 1919 inviando al Ministero il testo dell'ordine del giorno del Socio Tesoriere . . . . . „ 86
— Presenta gli “ Statuts de l'Union Académique Internationale „ „ 269
— Comunica la lettera ministeriale con la quale si annunzia che con R. Decreto del 15 gennaio u. s. il Socio Prato fu eletto Tesoriere dell'Accademia . . . . „ 275
TERRACINI (Alessandro). — Alcune questioni sugli spazi tangenti e osculatori ad una varietà (Nota III) . . . . „ 306
ZANOTTI BIANCO (Ottavio). — I concetti moderni sulla figura matematica della Terra. Appunti per la storia della geodesia. — Nota IX: Il divario fra l'ellissoide e la terra fluida . . „ 118
ZOPPETTI (Luigi). — L'abito fogliare nelle siepi di Ligustro . „ 91
Indice del volume LV . . . . „ 435

PUBBLICAZIONI FATTE SOTTO GLI AUSPICI DELL'ACCADEMIA

Il Messale miniato del card. Nicolò Roselli detto il cardinale d'Aragona. Codice della Biblioteca nazionale di Torino riprodotto in fac-simile per cura di **C. Frati, A. Baudi di Vesme** e **C. Cipolla.**

Torino, Fratelli Bocca editori, 1906, 1 vol. in-f° di 32 pp. e 134 tavole in fotocollografia.

Il codice evangelico *k* della Biblioteca Universitaria nazionale di Torino, riprodotto in fac-simile per cura di **C. Cipolla, G. De Sanctis** e **P. Fedele.**

Torino, Casa editrice G. Molfese, 1913, 1 vol. in-4° di 70 pagg. e 96 tav.

SOMMARIO

Classi Unite.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 27 Giugno 1920 . *Pag.* 399
PANETTI (Modesto). — Note autobiografiche di Nicodemo Jadanza " 401
PONZIO (Giacomo). — Commemorazione di Icilio Guareschi . " 418
DE SANCTIS (Gaetano). — Relazione preliminare alla Conferenza accademica internazionale di Bruxelles . . . . . . " 424
PATETTA (Federico). — Relazione della Commissione per il conferimento dei premi Gautieri (Opere storiche, triennio 1916-1918) " 429

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 4 Luglio 1920 . " 433
Indice del volume LV . . . . " 435

Tip. Vincenzo Bona – Torino

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. LVI, DISP. 1ª, 2ª E 3ª, 1920-1921

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 8.
1921

DISTRIBUZIONE DELLE SEDUTE

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

nell'anno 1920-921

divise per Classi

Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali	Classe di Scienze morali, storiche e filologiche
1920 - 21 novembre	1920 - 28 novembre
» - 5 dicembre	» - 12 dicembre
» - 19 »	» - 26 »
1921 - 2 gennaio	1921 - 9 gennaio
» - 16 »	» - 23 »
» - 30 »	» - 6 febbraio
» - 13 febbraio	» - 20 »
» - 27 »	» - 6 marzo
» - 13 marzo	» - 20 »
» - 3 aprile	» - 10 aprile
» - 17 »	» - 24 »
» - 1 maggio	» - 8 maggio
» - 15 »	» - 22 »
» - 29 »	» - 12 giugno
» - 19 giugno	» - 26 »

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOLUME CINQUANTASEIESIMO

1920-1921

TORINO

Libreria FRATELLI BOCCA

Via Carlo Alberto, 3.

1921

PRESIDENTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE DI TORINO

dalla sua fondazione

ELEZIONE	PRESIDENTI PERPETUI (*)
1783, 25 luglio	**Saluzzo di Monesiglio** (conte Giuseppe Angelo). Offrì le dimissioni dalla carica e furono accettate (7 settembre 1788) conferendogli il titolo di *Presidente emerito*.
" "	**La Grange Tournier** (Giuseppe Luigi), *Onorario*.
1788, 30 novembre	**Morozzo di Bianzé** (conte Carlo Lodovico).
1801, 24 gennaio (4 piovoso a. IX)	**Saluzzo** (cittad. Angelo Giuseppe) ex-conte di Monesiglio.
1801, 15 febbraio	Col Regolamento del 26 piovoso anno IX (15 febbr. 1801) essendosi stabilito che l'Accademia Nazionale rinnovata col *Decreto della Commissione esecutiva del Piemonte* del 22 nevoso anno IX (17 gennaio 1801) non avesse più che due presidenti di classe, cessarono queste funzioni del Saluzzo.
1804, 25 febbraio (5 ventoso a. XII)	**Bonaparte** (Napoleone) primo console della Repubblica Francese, *Onorario*.
1815, 25 novembre	**Balbo di Vinadio** (conte Prospero).
1837, 26 "	**Lascaris di Ventimiglia** (marchese Agostino).
1838, 18 "	**Saluzzo di Monesiglio** (conte Alessandro).
1851, 18 dicembre	**Plana** (barone Giovanni).
1864, 1° maggio	**Sclopis di Salerano** (conte Federigo).

(*) Dal volume *Il primo secolo della R. Accademia delle Scienze di Torino. Notizie storiche e bibliografiche (1783-1883)*. Torino, 1883, pag. 141.

ELEZIONE	PRESIDENTI TRIENNALI (*)
1879, 9 marzo	**Ricotti** (Ercole).
1882, 12 febbraio	**Ricotti** (Ercole) rieletto.
1883, 6 maggio	**Fabretti** (Ariodante).
1885, 12 aprile	**Genocchi** (Angelo).
1888, 8 „	**Genocchi** (Angelo) rieletto.
1889, 28 „	**Lessona** (Michele) termina il 2° triennio iniziato dal GENOCCHI.
1891, 24 maggio	**Lessona** (Michele).
1894, 24 giugno	**Lessona** (Michele) rieletto, † 20 luglio 1894.
1895, 13 gennaio	**Carle** (Giuseppe).
1898, 9 „	**Carle** (Giuseppe) rieletto.
1901, 13 „	**Cossa** (Alfonso) † 23 ottobre 1902.
1902, 14 dicembre	**D'Ovidio** (Enrico) termina il triennio iniziato dal COSSA.
1904, 21 febbraio	**D'Ovidio** (Enrico).
1907, 17 marzo	**D'Ovidio** (Enrico) rieletto.
1910, 24 aprile	**Boselli** (Paolo).
1913, 18 maggio	**Boselli** (Paolo) rieletto.
1916, 28 „	**Camerano** (Lorenzo) † 22 novembre 1917.
1918, 3 febbraio	**Naccari** (Andrea) continua il triennio iniziato dal CAMERANO.
1919, 7 aprile	**Naccari** (Andrea).

(*) A norma dell'art. 3 dello *Statuto della Reale Accademia delle Scienze di Torino*, approvato con R. Decreto 2 febbraio 1882, il Presidente dura in carica un triennio e può essere rieletto per un altro triennio.

ELENCO

DEGLI

ACCADEMICI RESIDENTI, NAZIONALI NON RESIDENTI STRANIERI E CORRISPONDENTI

AL 31 DICEMBRE 1920

NB. — *Negli elenchi degli Accademici la prima data è quella dell'elezione, la seconda quella del R. Decreto che approva l'elezione.*

PRESIDENTE

Naccari (Andrea), Professore emerito della R. Università di Torino, Comm. ✻ e ♛. — *Torino, Via Sant'Anselmo, 6.*

Eletto alla carica il 27 aprile 1919 per il triennio dal 20 aprile 1919 al 19 aprile 1922.

VICE-PRESIDENTE

Ruffini (Francesco), Senatore del Regno, Professore ordinario di diritto ecclesiastico nella R. Università di Torino, Grand'Uff. ✻ e ♛. — *Torino, Via Principe Amedeo, 22.*

Eletto alla carica il 27 aprile 1919 per il triennio dal 20 aprile 1919 al 19 aprile 1922.

TESORIERE

Prato (Giuseppe), Professore ordinario di Economia politica e Scienza delle finanze nel R. Istituto superiore di Studi commerciali di Torino, ♛. — *Via Bertola, 37.*

Eletto alla carica il 7 dicembre 1919 per il triennio dal 1° luglio 1919 al 30 giugno 1922.

CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Direttore

Segre (Corrado), Professore ordinario di Geometria superiore nella R. Università di Torino, ✠ e Comm. ♔. — *Torino, Corso Vittorio Emanuele, 85.*
Eletto alla carica l'11 aprile 1920 per il triennio dal 9 febbraio 1920 all'8 febbraio 1923.

Segretario

Parona (Nob. Carlo Fabrizio), Professore ordinario di Geologia e Rettore della R. Università di Torino, Comm. ✠, ♔. — *Torino, Palazzo Carignano.*
Rieletto alla carica il 14 dicembre 1919 per il triennio dal 16 novembre 1919 al 15 novembre 1922.

ACCADEMICI RESIDENTI

Salvadori (Conte Tommaso), Vice-Direttore del Museo Zoologico della R. Università di Torino, Comm. ♔. — *Torino, Via Principe Tommaso, 17.*
29 gennaio 1871 - 9 febbraio 1871. — Pensionato 21 marzo 1878.

D'Ovidio (Enrico), Senatore del Regno, Professore emerito di Algebra e Geometria analitica nella R. Università di Torino, Comm. ✠ e Gr. Uff. ♔. — *Torino, Via Sebastiano Valfrè, 14.*
29 dicembre 1878 - 16 gennaio 1879. — Pensionato 28 novembre 1889.

Naccari (Andrea), *predetto.*
5 dicembre 1880 - 23 dicembre 1880. — Pensionato 8 giugno 1893.

Segre (Corrado), *predetto.*
10 febbraio 1889 - 21 febbraio 1889. — Pensionato 8 ottobre 1898.

Peano (Giuseppe), Professore ordinario di Calcolo infinitesimale nella R. Università di Torino, ✠ e ♔. — *Torino, Via Barbaroux, 4.*
25 gennaio 1891 - 5 febbraio 1891. — Pensionato 22 giugno 1899.

Foà (Pio), Senatore del Regno, Professore ordinario di Anatomia Patologica nella R. Università di Torino, Comm. ✻ ♕. — *Torino, Corso Valentino, 40.*
3 febbraio 1895 - 17 febbraio 1895. — Pensionato 9 novembre 1902.

Guidi (Camillo), Professore ordinario di Statica grafica e Scienza delle costruzioni, Uff. ✻, Comm. ♕. — *Torino, Corso Valentino, 7.*
31 maggio 1896 - 11 giugno 1896. — Pensionato 11 giugno 1903.

Parona (Nob. Carlo Fabrizio), *predetto.*
15 gennaio 1899 - 22 gennaio 1899. — Pensionato 21 gennaio 1909.

Mattirolo (Oreste), Professore ordinario di Botanica nella R. Università di Torino, Comm. ♕. — *Torino, Orto Botanico della R. Università (al Valentino).*
10 marzo 1901 - 16 marzo 1901. — Pensionato 15 dicembre 1910.

Grassi (Guido), Professore ordinario di Elettrotecnica nel R. Politecnico di Torino, Uff. ✻, Comm. ♕. — *Torino, Via Cernaia, 40.*
9 febbraio 1902 - 23 febbraio 1902. — Pensionato 30 novembre 1911.

Somigliana (nob. Carlo), Professore ordinario di Fisica matematica nella R. Università di Torino, ✻, Comm. ♕. — *Corso Vinzaglio, 75.*
5 marzo 1905 - 27 aprile 1905. — Pensionato 20 luglio 1913.

Panetti (Modesto), Professore ordinario di meccanica applicata alle macchine e di Costruzioni Aeronautiche nel R. Politecnico di Torino, Comm. ♕, cav. ✻. — *Via S. Francesco da Paola, 36.*
24 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915. — Pensionato 27 aprile 1919.

Ponzio (Giacomo), Professore ordinario di chimica generale nella R. Universitàdi Torino, ♕. — *Torino, Corso Massimo d'Azeglio, 48.*
10 marzo 1918 - 21 marzo 1918.

Sacco (Federico), Professore ordinario di Geologia applicata nel R. Politecnico di Torino, Comm. ♕. — *Torino, Corso Vittorio Emanuele II, n° 18.*
10 marzo 1918 - 21 marzo 1918.

Majorana (Quirino), Professore ordinario di Fisica sperimentale nel R. Politecenico di Torino, Comm. ✻ e ♕. — *Torino, Corso Duca di Genova, 1.*
10 marzo 1918 - 21 marzo 1918.

Rosa (Daniele), Professore ordinario di Zoologia nella R. Università di Torino, ♕. — *Torino, Palazzo Carignano.*
25 gennaio 1920 - 19 febbraio 1920.

Herlitzka (Amedeo), Professore ordinario di Fisiologia nella R. Università di Torino, ♕. — *Torino, Corso Re Umberto, 60.*
25 gennaio 1920 - 19 febbraio 1920.

Pochettino (Alfredo), Professore ordinario di Fisica sperimentale nella R. Università di Torino, ♕. — *Torino, Via Giuria, 1.*
25 gennaio 1920 - 19 febbraio 1920.

ACCADEMICI NAZIONALI NON RESIDENTI

Volterra (Vito), Senatore del Regno, Professore ordinario di Fisica matematica nella R. Univ. di Roma, ✠, ✻, ♛. — *Roma, Via in Lucina, 17.*
3 febbraio 1895 - 11 febbraio 1895.

Bianchi (Luigi), Professore ordinario di Geometria analitica nella R. Università di Pisa, ✻, ♛, ✠. — *Pisa, Via Manzoni, 3.*
13 febbraio 1898 - 24 febbraio 1898.

Golgi (Camillo), Senatore del Regno, Professore Emerito di Patologia generale e di Istologia nella R. Università di Pavia, Comm. ✻, Gr. Cr., Gr. Cord., ♛, Cav. ✠. — *Pavia, Corso Vitt. Eman. 77.*
13 febbraio 1898 - 24 febbraio 1898.

Taramelli (Torquato), Professore Emerito di Geologia nella R. Università di Pavia, Gr. Uff. ♛, Comm. ✻, Cav. ✠. — *Pavia, Via Volta, 24.*
24 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915.

Bertini (Eugenio), Professore ordinario di Geometria superiore nella R. Università di Pisa, ✻, ♛. — *Pisa, Lungarno Mediceo, Palazzo Schiff.*
24 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915.

Pirotta (Romualdo), Professore ordinario di Botanica nell'Università di Roma, Comm. ♛. — *Roma, Via Milano, 41, Istituto Botanico.*
24 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915.

Ròiti (Antonio), Professore emerito nel R. Istituto di Studi superiori in Firenze. — *Roma, Lungotevere Farnesina, 2.*
24 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915.

ACCADEMICI STRANIERI

Klein (Felice), Professore nell'Università di Göttingen. — 10 gennaio 1897 - 24 gennaio 1897.

Noether (Massimiliano), Prof. nell'Università di Erlangen. — 15 maggio 1910 - 12 giugno 1910.

Thomson (John Joseph), Professore nell'Università di Cambridge. — Id. id.

CORRISPONDENTI

Sezione di Matematiche pure.

Schwarz (Ermanno A.), Professore nella Università di Berlino. — 19 dicembre 1880.
Jordan (Camillo), Professore nel Collegio di Francia, Membro dell'Istituto di Francia (Parigi). — 12 gennaio 1896.
Mittag-Leffler (Gustavo), Professore all'Università di Stoccolma. — Id. id.
Picard (Emilio), Professore alla Sorbonne, Membro dell'Istituto di Francia (Parigi). — 10 gennaio 1897.
Castelnuovo (Guido), Prof. nella R. Università di Roma. — 17 aprile 1898.
Hilbert (Davide), Prof. nell'Università di Göttingen. — 14 giugno 1903.
Enriques (Federico), Prof. nell'Università di Bologna. — 15 maggio 1910.
Berzolari (Luigi), Professore nella R. Università di Pavia. — 24 febbr. 1918.
Marcolongo (Roberto), Professore nella R. Università di Napoli. — Id. id.
Pincherle (Salvatore), Professore nella R. Università di Bologna. — Id. id.
Ricci-Curbastro (Gregorio), Professore nella R. Università di Padova. — Id. id.
Severi (Francesco), Professore nella R. Università di Padova. — Id. id.

Sezione di Matematiche applicate, Astronomia e Scienza dell'ingegnere civile e militare.

Ewing (Giovanni Alfredo), Professore nell'Università di Edinburg. — 27 maggio 1894.
Cerulli (Vincenzo), Direttore dell'Osservatorio Collurania, Teramo. — 15 maggio 1910.
Boussinesq (Valentino), Membro dell'Istituto di Francia, Professore nella Università di Parigi. — Id. id.
Levi-Civita (Tullio), Professore nella R. Università di Padova. — Id. id.
Albenga (Giuseppe), Professore nella R. Università di Bologna. — 24 febbraio 1918.
Colonnetti (Gustavo), Professore nel R. Politecnico di Torino, — Id. id.
Maggi (Gian Antonio), Professore nella R. Università di Pisa. — Id. id.
Mesnager (Agostino), Professore e Direttore dei Laboratori della Scuola Nazionale dei Ponti e Strade. Parigi. — 29 dicembre 1918.

Sezione di Fisica generale e sperimentale.

Lippmann (Gabriele), dell'Istituto di Francia (Parigi). — 15 maggio 1892.
Röntgen (Guglielmo Corrado), Professore nell'Università di München. — 14 giugno 1903.
Lorentz (Enrico), Professore dell'Università e Curatore del Laboratorio Teyler di Haarlem. — 14 giugno 1903.
Garbasso (Antonio), Professore nel R. Istituto di Studi superiori di Firenze. — 15 maggio 1910.
Neumann (Carlo), Professore nell'Università di Lipsia. — Id. id.
Zeeman (P.), Professore nell'Università di Amsterdam. — Id. id.
Cantone (Michele), Professore nell'Università di Napoli. — Id. id.
Corbino (Orso Mario), Professore nella R. Università di Roma. — 24 febbraio 1918.
Lombardi (Luigi), Professore nel Politecnico di Napoli. — Id. id.
Marconi (Guglielmo), Dottore in scienze, Londra. — Id. id.
Palazzo (Luigi), Direttore del R. Ufficio Centrale di Meteorologia e Geodinamica. — Id. id.

Sezione di Chimica generale ed applicata.

Paternò (Emanuele), Senatore del Regno, Professore nella R. Università di Roma. — 2 gennaio 1881.
Körner (Guglielmo), Professore nella R. Scuola superiore d'Agricoltura in Milano. — Id. id.
Dewar (Giacomo), Professore nell'Università di Cambridge. — 14 giugno 1903.
Ciamician (Giacomo), Senatore del Regno, Professore nell'Università di Bologna. — Id. id.
Ostwald (Dr. Guglielmo), Gross Bothen (Sachsen). — 5 marzo 1905.
Arrhenius (Svante Augusto), Professore e Direttore dell'Istituto Fisico dell'Università di Stoccolma. — Id. id.
Nernst (Walter), Professore nell'Università di Berlino. — Id. id.
Haller (Albin), Membro dell'Istituto di Francia, Professore nell'Università di Parigi. — 15 maggio 1910.
Willstätter (Richard), Professore, Institut, Berlin. — Id. id.
Engler (Carlo), Professore nella Scuola superiore tecnica di Karlsruhe. — Id. id.
Angeli (Angelo), Professore nel R. Istituto di Studi superiori e di Perfezionamento di Firenze. — 24 febbraio 1918.
Le Chatelier (Enrico Luigi), dell'Istituto di Francia, Parigi. — Id. id.
Nasini (Raffaele), Professore nella R. Università di Pisa. — Id. id.
Piutti (Arnaldo), Professore nella R. Università di Napoli. — Id. id.
Bruni (Giuseppe), R. Politecnico di Milano. — 15 giugno 1919.

Sezione di Mineralogia, Geologia e Paleontologia.

Capellini (Giovanni), Senatore del Regno, Professore nella R. Università di Bologna. — 12 marzo 1882.
Tschermak (Gustavo), Professore nell'Università di Vienna. — 8 febbraio 1885.
Geikie (Sir Arcibaldo), Direttore del Museo di Geologia pratica. — Londra, 3 dicembre 1895.
Liebisch (Teodoro), Professore nell'Università di Gottinga. — 28 gennaio 1898.
Groth (Paolo Enrico), Professore nell'Università di Monaco. — 13 febbraio 1898.
Issel (Arturo), Professore nella R. Università di Genova. — 14 giugno 1903.
Goldschmidt (Viktor), Professore nell'Univ. di Heidelberg. — 5 marzo 1905.
Suess (Franc. Edoardo), Professore nella "Deutsche Technische Hochschule" di Praga. — Id. id.
Haug (Emilio), Professore nell'Università di Parigi. — Id. id.
Lacroix (Alfredo), Membro dell'Istituto di Francia, Professore al Museo di Storia naturale di Parigi. — 15 maggio 1910.
Kilian (Carlo), Professore nell' Università di Grenoble. — Id. id.
Artini (Ettore), Professore e Direttore del Museo Civico di Storia Naturale di Milano. — 24 febbraio 1918.
Brugnatelli (Luigi), Professore nella R. Università di Pavia. — Id. id.
Dal Piaz (Giorgio), Professore nella R. Università di Padova. — Id. id.
De Stefani (Carlo), Professore nel R. Istituto di Studi superiori e di Perfezionamento in Firenze. — Id. id.

Sezione di Botanica e Fisiologia vegetale.

Goebel (Carlo), Professore nell'Università di Monaco. — 13 febbraio 1898.
Penzig (Ottone), Professore nell'Università di Genova. — Id. id.
Wiesner (Giulio), Professore nell'Univ. di Vienna. — 14 giugno 1903.
Mangin (Luigi), Membro dell' Istituto di Francia, Professore al Museo di Storia naturale di Parigi. — 15 maggio 1910.
De Vries (Ugo), Professore nella Università di Amsterdam. — 13 genn. 1918.
Bower (Federico Orpen), Professore nella Università di Glasgow. — 24 febbraio 1918.
De Toni (Giovanni Battista), Professore nella R. Università di Modena. — Id. id.

Sezione di Zoologia, Anatomia e Fisiologia comparata.

Roux (Guglielmo), Professore nell'Università di Halle. — 13 febbraio 1898.
Boulenger (Giorgio Alberto), Assistente al Museo di Storia naturale di Londra. — 28 gennaio 1900.
Marchand (Felice), Professore nell'Università di Leipzig. — 14 giugno 1903.

Weismann (Augusto), Professore nell'Università di Freiburg i. Br. (Baden). — 5 marzo 1905.

Lankester (Edwin Ray), Direttore del *British Museum of Natural History.* — Id. id.

Ramôn y Cajal (Santiago), Professore nell' Università di Madrid. — 15 maggio 1910.

Kossel (Albrecht), Professore nell'Università di Heidelberg. — Id. id.

Albertoni (Pietro), Professore nella Università di Bologna. — 24 febbr. 1918.

Bovero (Alfonso), Professore alla Facoltà di Medicina, S. Paolo del Brasile. — Id. id.

Chiarugi (Giulio), Professore nel R. Istituto di Studi superiori e di Perfezionamento. — Id. id.

Grassi (Giovanni Battista), Professore nella R. Università di Roma. — Id. id.

Vialleton (L.), Professore di Anatomia Microscopica, Montpellier. — Id. id.

CLASSE DI SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Direttore.

Boselli (S. E. Paolo), Deputato al Parlamento, Primo Segretario di S. M. per l'Ordine Mauriziano, ecc., Cav. Ord. Supr. SS. Annunziata, ecc., Gr. Cord. ❋ e ♔. — *Torino, Piazza Maria Teresa, 3.*
Rieletto alla carica il 4 maggio 1919 per il triennio dal 20 aprile 1919 al 19 aprile 1922.

Segretario.

Stampini (Ettore), Professore ordinario di Letteratura latina nella R. Università di Torino, Comm. ❋ e ♔. — *Piazza Vittorio Veneto, 10.*
Rieletto alla carica il 4 maggio 1919 per il triennio dal 20 aprile 1919 al 19 aprile 1922.

ACCADEMICI RESIDENTI

Boselli (Paolo), *predetto.*
15 gennaio 1888 - 2 febbraio 1888. — Pensionato 13 ottobre 1897.

De Sanctis (Gaetano), Professore ordinario di Storia antica nella R. Università di Torino, ❋, Uff. ♔. — *Torino, Corso Vittorio Emanuele, 44.*
21 giugno 1903 - 8 luglio 1903. - Pensionato 15 febbraio 1912.

Ruffini (Francesco), *predetto.*
21 giugno 1903 - 8 luglio 1903. — Pensionato 19 giugno 1913.

Stampini (Ettore), *predetto.*
20 maggio 1906 - 9 giugno 1906. — Pensionato 24 gennaio 1915.

Brondi (Vittorio), Professore ordinario di Diritto amministrativo e Scienza dell'Amministrazione nella R. Università di Torino, Comm. ❋ e ♔. — *Torino, Via Montebello, 26.*
17 febbraio 1907 - 19 aprile 1907. — Pensionato 4 febbraio 1917.

Sforza (Conte Giovanni), Gr. Uff. ♔, Comm. ❋, ecc. — *Montignoso (Massa).*
17 febbraio 1907 - 19 aprile 1907. — Pensionato 13 dicembre 1917.

Einaudi (Luigi), Senatore del Regno, Professore ordinario di Scienza delle finanze e Diritto finanziario nella R. Università di Torino. — *Torino, Piazza Statuto, 16.*
10 aprile 1910 - 1° maggio 1910. — Pensionato 13 dicembre 1917.

Baudi di Vesme (Alessandro dei conti), Soprintendente alle Gallerie ed ai Musei medioevali, ecc. del Piemonte e della Liguria. — *Via dei Mille, 54.*
10 aprile 1910 - 1° maggio 1910. — Pensionato 4 luglio 1918.

Schiaparelli (Ernesto), Direttore del R. Museo di Antichità in Torino, Uff. ✠, Comm. ♔.
10 aprile 1910 - 1° maggio 1910. — Pensionato 11 luglio 1918.

Patetta (Federico), Professore ordinario di Storia del Diritto italiano nella R. Università di Torino, Comm. ♔. — *Via S. Massimo, 44.*
3 maggio 1914 - 11 giugno 1914. — Pensionato 27 ottobre 1918.

Vidari (Giovanni), Professore ordinario di Pedagogia nella R. Università di Torino, Uff. ✠, Gr. Uff. ♔, Comm. dell'Ordine di Danilo del Montenegro. — *Via Valeggio, 15.*
31 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915. — Pensionato 23 febbraio 1920.

Prato (Giuseppe), *predetto.*
31 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915. — Pensionato

Cian (Vittorio), Professore ordinario di Letteratura italiana nella R. Università di Torino, Comm. ♔. — *Via G. Berchet, 2.*
20 maggio 1917 - 10 giugno 1917.

Pacchioni (Giovanni), Professore ordinario di diritto civile nella R. Università di Torino, ♔. — *Via Cibrario, 54.*
20 maggio 1917 - 10 giugno 1917.

Valmaggi (Luigi), Professore ordinario di Grammatica greca e latina nella R. Università di Torino, Comm. ♔. — *Via S. Secondo, 31.*
20 maggio 1917 - 10 giugno 1917.

Faggi (Adolfo), Professore ordinario di Storia della filosofia, Comm. ♔. — *Torino, Corso Re Umberto, 57.*
18 gennaio 1920 - 12 febbraio 1920.

Luzio (Alessandro), Sovrintendente del R. Archivio di Stato di Torino, Comm. ♔. — *Via Principe Tommaso, 4.*
18 gennaio 1920 - 12 febbraio 1920.

Mosca (Gaetano), Senatore del Regno, Professore ordinario di diritto costituzionale nella R. Università di Torino, Comm. ✠, Gr. Uff. ♔. — *Torino, Corso Re Umberto, 45.*
18 gennaio 1920 — 12 febbraio 1920.

ACCADEMICI NAZIONALI NON RESIDENTI

Comparetti (Domenico), Senatore del Regno, Professore emerito dell'Università di Pisa e del R. Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze, ✠, Uff. ✱, Comm. ✠. — *Firenze, Via Lamarmora, 20.*
20 marzo 1892 - 26 marzo 1892.

Scialoja (Vittorio), Senatore del Regno, Professore ordinario di Diritto romano nella R. Università di Roma, Gr. Cr. ✱ e ✠. — *Roma, Piazza Grazioli, 5.*
29 marzo 1903 - 9 aprile 1903.

Rajna (Pio), Professore ordinario di Lingue e Letterature neo-latine nel R. Istituto di Studi superiori di Firenze, ✠, Comm. ✱, Gr. Uff. ✠. — *Firenze, Piazza d'Azeglio, 13.*
29 marzo 1903 - 9 aprile 1903.

Guidi (Ignazio), Senatore del Regno, Professore emerito di Ebraico e di Lingue semitiche comparate nella R. Università di Roma, ✠, Uff. ✱, Comm. ✠, C. O. St. P. di Svezia. — *Roma, Botteghe Oscure, 24.*
12 aprile 1908 - 14 maggio 1908.

Pigorini (Luigi), Senatore del Regno, Professore emerito di Paleoetnologia nella R. Università di Roma, ✠, Comm. ✱, Gr. Uff. ✠. — *Roma, Via del Collegio Romano, 26.*
12 aprile 1908 - 14 maggio 1908.

D'Ovidio (Francesco), Senatore del Regno, Professore ordinario di Storia comparata delle letterature neo-latine nella R. Università di Napoli, ✠, Comm. ✱ e ✠. — *Napoli, Largo Latilla, 6.*
31 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915.

Sabbadini (Remigio), Professore ordinario di Letteratura latina nella R. Accademia scientifico-letteraria di Milano, ✠. — *Milano, Foro Bonaparte, 52.*
23 giugno 1918 - 11 luglio 1918.

Pareto (Marchese Vilfredo), Professore di Sociologia nell'Università di Lausanne (Svizzera).
23 giugno 1918 - 11 luglio 1918.

Salandra (S. E. Antonio), Deputato al Parlamento, Professore ordinario di Diritto amministrativo nella R. Università di Roma, Cavaliere dell'Ordine supremo della SS. Annunziata, ✠, ecc. — *Roma, Via Girolamo Fracastoro, 7.*
22 dicembre 1918 - 12 gennaio 1919.

ACCADEMICI STRANIERI

Wundt (Guglielmo), Professore nell'Università di Lipsia. — 29 marzo 1903 - 9 aprile 1903.

Duchesne (Luigi), Membro dell'Istituto di Francia, Direttore della Scuola Francese in Roma. — 12 aprile 1908 - 14 maggio 1908.

Mercier (Sua Eminenza Desiderato), Arcivescovo di Malines.
23 giugno 1918 - 11 luglio 1918.

Wilson (Woodrow Tommaso), già Professore e Rettore dell'Università di Princeton, già Presidente della Repubblica degli Stati Uniti d'America.
23 giugno 1918 - 11 luglio 1918.

Nolhac (Pietro de), Professore nell'École pratique des hautes études di Parigi.
23 giugno 1918 - 11 luglio 1918.

Marshall (Alfredo), già Professore nell'Università di Cambridge (Inghilterra).
23 giugno 1918 - 11 luglio 1918.

CORRISPONDENTI

Sezione di Scienze Filosofiche.

Pinloche (Augusto), Prof. nella Scuola Politecnica di Parigi. — 15 marzo 1896.

Chiappelli (Alessandro), Senatore del Regno, Professore emerito della R. Università di Napoli. — Id. id.

Masci (Filippo), Senatore del Regno, Professore emerito della R. Università di Napoli. — 14 giugno 1903.

Zuccante (Giuseppe), Professore nella R. Accademia scientifico-letteraria di Milano. — 31 maggio 1908.

Gentile (Giovanni), Prof. nella R. Università di Roma. — 17 maggio 1914.

Martinetti (Pietro). Prof. nella R. Accademia scientifico-letteraria di Milano. — Id. id.

Bergson (Enrico Luigi), Membro dell'Istituto di Francia. — Id. id.

Varisco (Bernardino), Prof. nella R. Università di Roma. — 23 giugno 1918.

Sezione di Scienze Giuridiche e Sociali.

Schupfer (Francesco), Senatore del Regno, Professore nella R. Università di Roma. — 14 marzo 1886.
Buonamici (Francesco), Senatore del Regno, Prof. emerito della R. Università di Pisa. — 16 marzo 1890.
Bonfante (Pietro), Prof. nella R. Università di Roma. — 21 giugno 1903.
Brandileone (Francesco), Professore nella R. Università di Bologna. — 10 giugno 1906.
Brini (Giuseppe), Prof. nella R. Università di Bologna. — Id. id.
Fadda (Carlo), Senatore del Regno, Prof. nella R. Università di Napoli. — Id. id.
Filomusi-Guelfi (Francesco), Senatore del Regno, Prof. emerito della R. Università di Roma. — Id. id.
Polacco (Vittorio), Senatore del Regno, Prof. nella R. Università di Roma. — Id. id.
Stoppato (Alessandro), Prof. nella R. Università di Bologna. — Id. id.
Iannaccone (Pasquale), Prof. nella R. Univ. di Torino. — 17 maggio 1914.
Montalcini (Camillo), Prof., Segretario generale degli uffizi amministrativi della Camera dei Deputati. — Id. id.
Ranelletti (Oreste), Professore nella R. Univ. di Napoli. — 23 giugno 1918.

Sezione di Scienze Storiche.

Birch (Walter de **Gray**), del Museo Britannico di Londra. — 14 marzo 1886
Chevalier (Canonico Ulisse), Romans. — 26 febbraio 1893.
Bryce (Giacomo), Londra. — 15 marzo 1896.
Venturi (Adolfo), Professore nella R. Università di Roma. — 31 maggio 1908.
Meyer (Edoardo), Prof. nell'Università di Berlino. — 17 maggio 1914.
Lippi (Silvio), Direttore dell'Archivio di Stato di Cagliari. — Id. id.

Sezione di Archeologia ed Etnografia.

Lattes (Elia), Membro del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Milano. — 14 marzo 1886.
Barnabei (Felice), Roma. — 28 aprile 1895.
Orsi (Paolo), Dirett. del Museo Archeologico di Siracusa. — 31 maggio 1908.
Patroni (Giovanni), Professore nella R. Università di Pavia. — Id. id.
Halbherr (Federico), Prof. nella R. Università di Roma. — 23 giugno 1918.
Marucchi (Orazio), Professore nella R. Università di Roma. — Id. id.
Paribeni (Roberto), Direttore del Museo Nazionale Romano (delle Terme). — Id. id.

Sezione di Geografia.

Bertacchi (Cosimo), Professore nella R. Univ. di Torino. — 31 maggio 1908.

Sezione di Linguistica e Filologia orientale.

Parodi (Ernesto Giacomo), Professore nel R. Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze. — 31 maggio 1908.
Nallino (Carlo Alfonso), Professore nella R. Università di Roma. — 23 giugno 1918.

Sezione di Filologia, Storia letteraria e Bibliografia.

Del Lungo (Isidoro), Senatore del Regno, Socio residente della R. Accademia della Crusca (Firenze). — 16 marzo 1890.
Rossi (Vittorio), Professore nella R. Università di Roma. — 21 giugno 1903.
Boffito (Giuseppe), Professore nel Collegio alle Querce in Firenze. — Id. id.
Biadego (Giuseppe), Bibliotecario della Biblioteca Civica di Verona. — 21 giugno 1903.
Vitelli (Gerolamo), Professore emerito nel R. Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze. — 31 maggio 1908.
Flamini (Francesco), Professore nella R. Università di Pisa. — Id. id.
Zuretti (Carlo Oreste), Professore nella R. Accademia scientifico-letteraria di Milano — 26 febbraio 1911.
Rostagno (Enrico), Professore nel R. Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze. — 23 giugno 1918.
Barbi (Michele), Professore nella R. Università di Messina (Taviano Pistoiese). — Id. id.
Galletti (Alfredo), Prof. nella R. Università di Bologna. — Id. id.

MUTAZIONI

avvenute nel Corpo Accademico

dal 1° Gennaio al 31 Dicembre 1920

ELEZIONI

SOCI

Prato (Giuseppe), eletto Tesoriere dell'Accademia nell'adunanza delle Classi unite del 7 dicembre 1919. Ne fu approvata l'elezione con R. D. del 15 gennaio 1920.

Parona (Carlo Fabrizio), rieletto Segretario della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali nell'adunanza della stessa Classe del 14 dicembre 1919. Ne fu approvata l'elezione con R. D. del 4 gennaio 1920.

Faggi (Adolfo) . . . . Professore della R. Università di Torino
Luzio (Alessandro) . . Sovrintendente del R. Archivio di Stato in Torino
Mosca (Gaetano) . . . Professore della R. Università di Torino,

eletti Soci nazionali residenti nell'adunanza del 18 gennaio 1920 della Classe di scienze morali, storiche e filologiche, e approvata l'elezione con R. D. del 12 febbraio 1920.

Rosa (Daniele) . . . .
Herlitzka (Amedeo) . } Professori della R. Università di Torino,
Pochettino (Alfredo) .

eletti Soci nazionali residenti nell'adunanza del 25 gennaio 1920 della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, e approvata l'elezione con R. D. del 19 febbraio 1920.

Majorana (Quirino) . .
Segre (Corrado) . . . . } della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali
Grassi (Guido) . . . . .
De Sanctis (Gaetano)
Ruffini (Francesco) . . } della Classe di scienze morali, storiche e filologiche
Patetta (Federico) . .

eletti nell'adunanza delle Classi unite del 22 febbraio 1920 per comporre, col Presidente, la Commissione per il Premio Bressa (nazionale, quadriennio 1917-1920).

Mattirolo (Oreste), eletto nell'adunanza del 7 marzo 1920 della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali delegato della Classe nel Consiglio di Amministrazione dell'Accademia.

Segre (Corrado), eletto Direttore della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali nell'adunanza dell'11 aprile, e approvata l'elezione con R. D. 9 maggio 1920.

De Sanctis (Gaetano) **Stampini** (Ettore) . . **Pacchioni** (Giovanni) **Valmaggi** (Luigi). . .	eletti nell'adunanza del 18 aprile 1920 della Classe di scienze morali, storiche e filologiche per comporre, col Presidente, la Commissione per il Premio Vallauri del quadriennio 1919-1922.
Pizzi (Italo) . . . . . . **Cian** (Vittorio) . . . . **Valmaggi** (Luigi). . . **Faggi** (Adolfo)	eletti nell'adunanza del 18 aprile 1920 della Classe di scienze morali, storiche e filologiche per comporre, col Presidente, la Commissione per il Premio Gautieri di Letteratura (triennio 1917-19).

Luzio (Alessandro), eletto nell'adunanza del 2 maggio 1920 della Classe di scienze morali, storiche e filologiche membro della Commissione per il Premio Gautieri di Letteratura (triennio 1917-1919) in sostituzione del Socio CIAN dimissionario.

De Sanctis (Gaetano), eletto nell'adunanza del 2 maggio 1920 della Classe di scienze morali, storiche e filologiche delegato della R. Accademia delle scienze di Torino per il convegno accademico internazionale di Bruxelles.

Einaudi (Luigi), eletto nell'adunanza del 2 maggio 1920 della Classe di scienze morali, storiche e filologiche delegato della Classe nel Consiglio di Amministrazione dell'Accademia.

MORTI

24 aprile 1914.

Weismann (Augusto), socio corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Zoologia, Anatomia e Fisiologia comparata).

6 gennaio 1920.

Zeuthen (Gerolamo Giorgio), socio corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Matematiche pure).

13 febbraio 1920.

Saccardo (Pietro Andrea), socio corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Botanica e Fisiologia vegetale).

18 febbraio 1920.

Gabba (Carlo Francesco), socio corrispondente della Classe di scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Scienze giuridiche e sociali).

22 febbraio 1920.

Jadanza (Nicodemo), socio nazionale residente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

19 marzo 1920.

Klebs (Giorgio), socio corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Botanica e Fisiologia vegetale).

10 aprile 1920.

Cantor (Maurizio), socio corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Matematiche pure).

8 giugno 1920.

Righi (Augusto), socio nazionale non residente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

17 agosto 1920.

Celoria (Giovanni), socio corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Matematiche applicate, Astronomia e scienza dell'ingegnere civile e militare).

. . . . .

Brugmann (Carlo), socio straniero della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

20 ottobre 1920.

Salvioni (Carlo), socio nazionale non residente della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

5 dicembre 1920.

Pizzi (Italo), socio nazionale residente della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

23 gennaio 1921.

Waldeyer-Hartz (Wilhelm von), socio corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Zoologia, Anatomia e Fisiologia comparata).

Gli Accademici Segretari
Carlo Fabrizio Parona
Ettore Stampini

LETTURE

NEO-SACCARDIA Mattirolo

(Nuova Sclerodermatacea ipogea)

Nota del Socio nazionale residente ORESTE MATTIROLO

(presentata nell'adunanza del 13 marzo 1921)

Neo-Saccardia Mattirolo Nov. Gen.
Neo-Saccardia echinata Mattirolo Nov. Spec.

Syn. = *Tuber echinatum* Saccardo e Paoletti — *Mycetes malacenses.* Funghi della Penisola di Malacca, raccolti nel 1885 dall'abate Benedetto Scortechini, per cura di P. A. Saccardo e G. Paoletti. " Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti ", Tom. VI, Serie VI, Tav. III, fig. 5, N° 116, pag. 27, 1888.
Saccardo, *Sylloge Fungorum*, Vol. VIII, pag. 898, 1889.

Il Genere che io qui intendo descrivere (come risulta dalla sinonimia) non è materialmente nuovo per la Scienza, imperocchè esso venne già fatto conoscere fino dal 1888 dal Saccardo e Paoletti, sotto il nome di *Tuber echinatum.*

La notazione " *ascis subglobosis evanidis* " fu che m'indusse a ristudiare l'esemplare originale, allorquando il compianto amico P. A. Saccardo, alcuni anni or sono, poneva generosamente a mia disposizione la parte del suo celebre Erbario, comprendente le *Tuberacee* e le *Hymenogastree.*

Le risultanze alle quali mi aveva condotto l'esame del fungo, furono allora da me comunicate all'amico; e da lui stesso, convinto della fondatezza delle mie conclusioni, mi venne vigoroso eccitamento a pubblicarle.

Oggi, ricorrendo il 1° anniversario della morte del micologo insigne, in atto di riverente omaggio alla sua memoria, e

di testimonianza del suo illuminato amore per la verità, mi compiaccio rispondere al desiderio suo, dedicando al Maestro, al quale la micologia sistematica è debitrice dell'odierno suo sviluppo, il modesto fungillo ipogeo, che andrà glorioso nella scienza col nome di *Neo-Saccardia* (1).

Il corpo fruttifero della *Neo-Saccardia* (secondo lo SCORTECHINI) è carnoso-coriaceo, subgloboso; ha colore fuligineo-atro; dimensioni che variano da 2 a 2 $^1/_2$ centimetri (fig. 1).

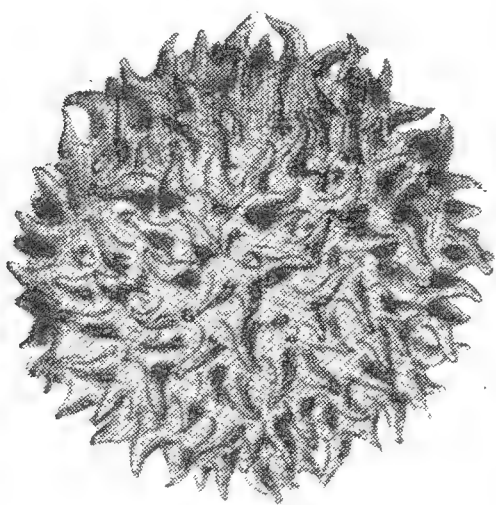



Fig. 1.

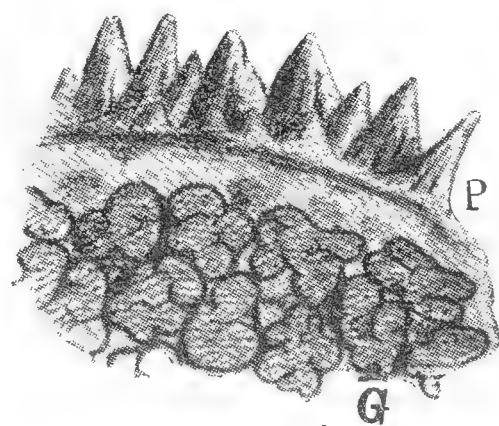



Fig. 2.

Il *Peridio* suo è ricoperto da verruche spiniformi, emergenti da basi oscuramente esagonali. Nel fungo secco tali spine si curvano ad uncino, così come si osserva nel *Lycoperdon echinatum* Pers., del quale il nostro piccolo ipogeo potrebbe sembrare lo stadio giovanile.

Ife larghe, incolore (alcune misuranti anche più di 30 micr. di diametro), frequentemente settate, intrecciate, serrate in uno pseudo-parenchima, analogo a quello dei grossi sclerozii, formano la parte assile delle spine, le quali, esternamente invece, sono protette da Ife tortuose, più sottili, colorate da una sostanza di colore ferrugineo, trasparente, che ne riempie il lume, e la cui natura (dato il modo suo di comportarsi coi reattivi iodici e colle soluzioni ferrose, che la colorano intensamente in olivaceo scuro) è da ritenersi di natura albuminoso-tannica (fig. 2 e 3).

Tale rivestimento colorato si stende, non sulle spine sol-

---

(1) Il nome fu, fra alcuni altri da me proposti, scelto dall'amico!

tanto, ma ricopre indistintamente anche i tratti interspinosi, funzionandovi quindi come involucro protettore.

Tra le ife dello pseudoparenchima si notano piccoli accumuli di materiali mineralizzati, non però cristallograficamente definiti, che i reattivi indicano come ossalato di calcio.

Fig. 3.

Lo spesso pseudoparenchima che riveste il corpo fruttifero, si continua verso l'interno, diminuendo gradatamente i diametri dei filamenti che lo compongono, orientandoli in direzione parallela alla superficie, stendendoli in uno strato di filamenti, che, fittamente tra loro cementati, formano un complesso distinto per la colorazione scura della sostanza che riempie il lume delle ife.

La differenza fra elementi esterni ed interni del peridio, quantunque sia evidentissima, per l'accennata minore dimensione del diametro delle ife e per la colorazione loro, non concede però di poter parlare di un *Peridio duplice* (*Peridium duplex*) nel senso stretto della parola; perchè in questo caso non si nota mai un distacco fra i due strati.

Il *Peridio* del nuovo *Genere* si distingue da quello dei due Generi di *Sclerodermatacee* più vicini, per le notazioni seguenti:

Melanogaster, ha Peridio omogeneamente costituito e colorato, non pseudo-parenchimatico.

Scleroderma, ha pure *Peridio* omogeneo, spesso, incoloro, non pseudo-parenchimatico.

La *Trama* della *Neo-Saccardia* non presenta particolari di struttura interessanti. Le maglie del reticolo sono formate da ife fra loro cementate da materiale gelatinoso, decorrenti in direzione parallela, più fitte, più avvicinate nella linea assile, e meno strette, e invece tortuose nella porzione esterna.

Le particolari Ife, ripiene di succo di natura glicogenica, (*Hyphes Vasculaires* di VAN BAMBECKE) non mancano nella porzione assile dei sepimenti della Trama, specialmente nelle parti esterne della *Gleba*.

Le maglie della Trama limitano delle cavità o loggette Imenifere, le quali presentano caratteri che valgono a distinguere la *Gleba* di *Neo-Saccardia* da quella dei Generi vicini; imperocchè il contorno delle loggette non è, come nei *Melanogaster* e negli *Scleroderma*, continuo; ma presenta delle dentature, delle introflessioni, che rendono quasi circumvolute, cerebellate le cavità dentro le quali si addensano le spore, ciò che appare molto evidente, quando si guardino contro luce sezioni un poco spesse (fig. 2 e 3).

Un *Imenio* vero e proprio, cioè normalmente e regolarmente costituito, non esiste nel nuovo Genere, come d'altronde nelle *Sclerodermee*.

Le ife della Trama, curvandosi e ramificandosi, penetrano nelle loggette imeniali, intrecciandosi ivi le ife sterili colle fertili, le quali, ingrossando la loro porzione terminale, formano i *Basidii*, dai quali hanno origine le *Spore*.

I *Basidii*, che nel materiale da me esaminato (già troppo avanzato nello sviluppo) ho potuto solo osservare con molte

difficoltà, sono del tipo clavato. Essi portano le spore in numero che non mi è stato possibile determinare con esattezza. Nei pochi casi nei quali l'osservazione diede risultati sicuri, ho riscontrato due spore, ma non posso asserire che debbano sempre essere in un numero così limitato; del resto anche nei *Melanogaster* oltre ai basidii normali con quattro spore, altri se ne osservano che portano due sole spore ed anche una sola; e ciò è pure il caso per gli *Sclerodermi* (1).

Le spore sono attaccate a lunghi sterigmi i cui residui non raramente permangono attaccati alle spore stesse. Le difficoltà che si frappongono alla osservazione dei particolari che si riferiscono alle spore derivano dal fatto che le spore durante la loro evoluzione sono circondate da un fitto intreccio di esilissimi filamenti in dipendenza delle sottili ife sterili della *Gleba*, e forse anche da ramificazioni emananti dalla stessa ifa basidiale, come ha osservato e descritto il Beck (2), e come ho potuto constatare nel maggior numero degli *Sclerodermi* europei.

Tali filamenti che, colla maturazione delle spore, gelificandosi scompaiono, e che hanno forse lo scopo biologico di servire come materiale alimentare delle spore in via di sviluppo, formano attorno alle spore stesse una specie di rivestimento ialino, le cui particolarità si osservano distinte solo nei giovani individui, adoperando forti ingrandimenti. Del resto questo è fenomeno che si osserva in tutti gli *Sclerodermi* in maggiore o in minore misura; ed è evidentissimo anche nelle spore mature di *Scleroderma* (*Phlyctospora*) *fuscum* e di *Scler. vulgare.*

Le spore, riunite nelle loggette dal materiale gelatinoso, a termine di sviluppo, presentano l'*Episporio* di colore bruno asperato da numerosi bastoncini aculeati, trasparenti, gialli. Il diametro delle spore (senza aculei) è in media di micr. 12 (fig. 4).

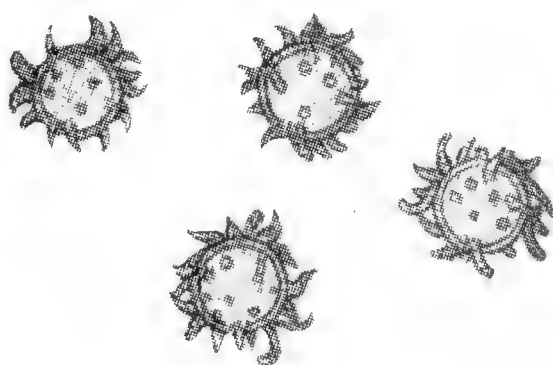



Fig. 4.

(1) Ricerche su materiali giovani potranno meglio chiarire le particolarità che riguardano i basidii e le spore di questo nuovo Genere.

(2) Gunther Beck, *Ueber die Sporenbildung der Gattung "Phlyctospora" Corda.* "Berichte der deutschen botanischen Gesellschaft", Vol. VII, Berlino, 1889, pag. 212.

Il Genere *Neo-Saccardia* trova la sua posizione naturale nella seriazione delle forme, fra i Generi *Melanogaster* e *Scleroderma*, e più particolarmente si avvicina a quest'ultimo.

Dal primo differisce essenzialmente:

Per il tipo delle spore.

Per la struttura del Peridio.

Le spore di *Melanogaster*, come è noto, sono liscie, brune, ovato-oblunghe; il Peridio è omogeneamente composto di filamenti.

Dal secondo:

Perchè gli *Sclerodermi* hanno Peridio omogeneo; loggette farcite di spore e non circumvolute per introflessioni della Trama.

Neo-Saccardia dimostra pure punti di contatto con *Pompholix* Corda; ma ne differisce, e per la struttura del Peridio e per quella delle spore.

Neo-Saccardia col suo Peridio caratteristicamente aculeato, costituisce un *tipo* a sè, nettamente distinto dai Generi vicini, nei quali l'involucro peridiale è generalmente liscio od in poche specie leggermente verrucoso, come appunto in *Scler. verrucosum* Pers. ed in *Scler. vulgare* Hornem. e nelle loro molteplici varietà.

Neo-Saccardia, Pompholix, Scleroderma (*Phlyctospora*) sono forme fra loro morfologicamente ben distinte, ma che però presentano una " *facies* „ comune, forse dovuta all'influenza esercitata dall' " *habitat* „ ipogeo, che loro concede quella colorazione particolare bruna, armonizzante colla generale tonalità cromatica dei terreni nei quali questi *tipi* si sviluppano.

La *Neo-Saccardia* finora è stata raccolta ipogea nella Penisola di Malacca, mentre i suoi congeneri *Melanogaster* e *Scleroderma* si sono rivelati *ubiquitari*.

La frase diagnostica di *Neo-Saccardia* si può così riassumere:

Neo-Saccardia Mattirolo Nov. Gen.

Neo-Saccardia echinata Mattirolo Nov. Spec.

Fungus Sclerodermataceus hypogaeus, *subglobosus* (Diam. 2-2 $^1/_2$ centim.), *fuligineo-atrus, carnoso-coriaceus.*

Peridio verrucis longis, pyramidatis, exsiccatione hamatis, echinato. Gleba compacta, ochraceo-argillacea, ad peripheriam venulis

pallidioribus marmorata; loculis hymenipheris minutis, circumvolutis, quasi lobatis (cerebellatis).

Basidiis clavatis. Sporis sphaericis, brunneis, aculeatis, hyalinis, lutescentibus, 10-12 (Micr.) diam. (*sine aculeis*).

Habitat - Hypogaeus, in Peninsula Malacensi.

Fungus, Peridii verrucarum magnitudine et natura vere distinctus.

Torino, 27 febbraio 1921. - Dal R. Orto Botanico.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Fig. 1. – Figura d'insieme della *Neo-Saccardia,* leggermente ingrandita.
„ 2. – Sezione del Fungo (vista con debole ingrandimento). P = Peridio, G = Gleba.
„ 3. – Sezione, come la precedente (Obb. 4, Ocul. 2. Zeiss). P = Peridio, G = Gleba, Sp. = Spore.
„ 4. – Spore (Ocul. 2, Obb. 8. Reichert).

Serie assolutamente sommabili col metodo di Borel generalizzato

Nota di GUSTAVO SANNIA (a Torino)
(presentata nell'adunanza del 3 aprile 1921)

---

1. — Una serie

$$u_0 + u_1 + u_2 + \dots \tag{1}$$

è *sommabile col metodo di Borel di ordine* r, brevemente " è $S(B, r)$ ", se la serie (*associata di ordine* r)

$$u^{(r)}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} u_{n+r} \frac{x^n}{n!} = \sum_{n=0}^{\infty} u_n \frac{x^{n-r}}{(n-r)!} \tag{2}$$

(ove r è un intero ed $u_n = 0$ se $n < 0$) è una trascendente intera ed è convergente l'integrale (*associato di ordine* r)

$$\int_0^\infty e^{-x} u^{(r)}(x)\, dx \qquad (x \geq 0); \tag{3}$$

allora questo integrale, aumentato di $u_0 + \dots + u_{r-1}$ se $r < 0$, è la *somma* della serie ([1]).

([1]) Cfr. il n° 9 di una mia Memoria (che in seguito indicherò con M) dei *Rend. del Circ. Matem. di Palermo*, t. XLII (1917).

In essa generalizzai il metodo di sommazione di Borel, non solo per accrescerne la potenzialità, ma anche per far sì che a tutte le serie sommabili fossero applicabili quelle operazioni aritmetiche che lo sono alle serie assolutamente convergenti. Ma in realtà il teorema sulla moltiplicazione delle serie da me dato (M, n° 22) non sussiste in tutta la sua gene-

Ora, se la convergenza di (3) è assoluta, dirò che la (1) è *assolutamente sommabile* col metodo di Borel di ordine r, e scriverò " è $AS(B, r)$ ".

2. — Allora è anche $S(B, r)$ (semplicemente), quindi (M, n° 13) è pure sommabile (e con ugual somma) con tutti i metodi precedenti (B, r) nella successione

$$(4) \qquad \ldots (B, -2), \quad (B, -1), \quad (B, 0), \quad (B, 1) \quad (B, 2), \ldots$$

Orbene: *anche tutte queste sommabilità sono assolute.* Basta evidentemente dimostrare che: *se* (1) *è* AS (B, r), *è anche* AS (B, r — 1).

Ciò equivale a dire che, se il secondo degli integrali

$$\int_0^x e^{-x} |u^{(r-1)}(x)| \, dx, \qquad \int_0^x e^{-x} |u^{(r)}(x)| \, dx$$

ha limite finito per $x = \infty$, lo ha anche il primo. Ed infatti segue dalla (2) che

$$u^{(r-1)}(x) = u_{r-1} + \int_0^x u^{(r)}(y) \, dy,$$

da cui

$$\int_0^x e^{-x} |u^{(r-1)}(x)| \, dx \leq |u_{r-1}| (1 - e^{-x}) + \int_0^x e^{-x} dx \int_0^x |u^{(r)}(y)| \, dy;$$

ma, per una nota formola di Dirichlet, l'ultimo integrale può scriversi

$$\int_0^x |u^{(r)}(y)| \, dy \int_y^x e^{-x} dx = \int_0^x (e^{-y} - e^{-x}) |u^{(r)}(y)| \, dy;$$

quindi

$$\int_0^x e^{-x} |u^{(r-1)}(x)| \, dx \leq |u_{r-1}| (1 - e^{-x}) +$$
$$+ \int_0^x e^{-y} |u^{(r)}(y)| \, dy - e^{-x} \int_0^x |u^{(r)}(y)| \, dy.$$

---

ralità, la sua dimostrazione reggendosi sopra una mia svista (gentilmente segnalatami dal sig. G. Doetsch in una sua lettera). Ad esso va sostituito il teorema V_a (del n° 5 della presente Nota) di minore portata. Come si possa riguadagnare, e ad usura, il perduto (fondandosi appunto su V_a) ho già mostrato in altra Nota (*Rend. della R. Acc. dei Lincei,* serie V, t. XXIX, 1° sem., p. 141).

Il primo membro è funzione positiva e crescente di $x \geq 0$, quindi ha limite per $x = \infty$; or questo limite è finito, perchè il secondo membro si conserva finito ([2]).

3. — Il teorema precedente assicura che i metodi (4) non sono contraddittorii neppure rispetto alla sommabilità assoluta. Ciò permette di assurgere al concetto più lato di serie *assolutamente sommabile* Bg ([3]), chiamando così una serie (1) quando è assolutamente sommabile con uno dei metodi (4).

4. — Secondo il BOREL una serie (1) è *assolutamente sommabile* quando (3) è assolutamente convergente per ogni $r \geq 0$, ossia quando è $AS(B, r)$ per ogni $r \geq 0$; ma allora (n° 2) lo è pure per ogni $r < 0$. Quindi: *le serie assolutamente sommabili del Borel sono quelle sommabili assolutamente con tutti i metodi* (4) (e costituiscono perciò una classe particolarissima fra le assolutamente sommabili *Bg*).

5. — Sussistono teoremi I_a, II_a, III_a, IV_a e corollarii I_a, II_a, III_a, IV_a del tutto analoghi a quelli dimostrati nei n[i] 19, 20 e 21 di M: basta cambiarvi S in AS. Ometto perciò di enunciarli; ed ometto anche le dimostrazioni che pure sono analoghe (tranne quella di III_a, che però è ben facile).

TEOREMA V_a. — *Se le due serie*

$$(5) \qquad u_0 + u_1 + u_2 + \dots, \qquad v_0 + v_1 + v_2 + \dots$$

sono AS(B, r) *e* AS(B, s) *con somma* u *e* v *rispettivamente, la serie-prodotto*

$$(6) \qquad w_0 + w_1 + w_2 + \dots, \qquad (w_n = u_0 v_n + \dots + u_n v_0)$$

è AS(B, t) *con somma* $w = uv$, *ove*: 1°) $t = r + s - 1$ *se* r *e* s *non sono positivi*; 2°) t *è uguale al non maggiore tra* r *e* s *se uno almeno di questi è positivo* ([4]).

([2]) Infatti il 1° termine tende a $|u_{r-1}|$, il 2° ha limite finito per ip., il terzo si conserva finito, perchè il suo modulo è minore del 2°.

([3]) Cfr. nota ([1]).

([4]) *Si può anche assumere* $t = -|r| - |s| - 1$ *in ogni caso*. Lo si prova subito, come nella nota ([4]) di M.

Supponiamo $r \leq 0$, $s \leq 0$ [5]. Giusta l'ipotesi e la definizione del n° 1, sono trascendenti intere le serie associate alle (5)

$$(7) \qquad u^{(r)}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} u_n \frac{x^{n-r}}{(n-r)!}, \qquad v^{(s)}(y) = \sum_{n=0}^{\infty} v_n \frac{y^{n-s}}{(n-s)!};$$

inoltre sono convergenti assolutamente e valgono u e v gli integrali

$$(8) \qquad \begin{cases} u = \int_0^\infty e^{-x} u^{(r)}(x)\, dx = \lim \int_0^a e^{-x} u^{(r)}(x)\, dx \quad (^6) \\ v = \int_0^\infty e^{-y} v^{(s)}(y)\, dy = \lim \int_0^a e^{-y} v^{(s)}(y)\, dy; \end{cases}$$

sicchè convergono pure gli integrali

$$(9) \qquad \begin{cases} U = \int_0^\infty e^{-x} |u^{(r)}(x)|\, dx = \lim \int_0^a e^{-x} |u^{(r)}(x)|\, dx, \\ V = \int_0^\infty e^{-y} |v^{(s)}(y)|\, dy = \lim \int_0^a e^{-y} |v^{(s)}(y)|\, dy. \end{cases}$$

Indicando in generale con $j(c)$ un integrale doppio indefinito j esteso ad un campo c, segue dalle (8) che

$$(10) \qquad \begin{cases} uv = \lim \left[\int_0^a e^{-x} u^{(r)}(x)\, dx \cdot \int_0^a e^{-y} v^{(s)}(y)\, dy \right] \\ \quad = \lim j(OA_1B_1C_1) = \lim j(OA_2B_2C_2), \end{cases}$$

ove

$$(11) \qquad j = \iint e^{-(x+y)} u^{(r)}(x)\, v^{(s)}(y)\, dx\, dy$$

ed $OA_1B_1C_1$ e $OA_2B_2C_2$ sono i quadrati del piano (x, y) che hanno per vertici i punti $O(0, 0)$, $A_1(a, 0)$, $B_1(a, a)$, $C_1(0, a)$ e quelli di coordinate doppie.

---

(5) Ci limitiamo a questo caso, al quale ogni altro può ridursi. (Lo si dimostra come in M, n° 22, invocando però i teoremi II$_a$ e IV$_a$ invece di II e IV).

(6) Qui e in seguito il simbolo " lim " starà per " $\lim\limits_{a=+\infty}$ ".

Del pari, dalle (9) segue che

$$UV = \lim J(O A_1 B_1 C_1) = \lim J(O A_2 B_2 C_2), \tag{12}$$

ove

$$J = \iint e^{-(x+y)} \,|\, u^{(r)}(x)\, v^{(s)}(y) \,|\, dx\, dy.$$

Si osservi poi che è sempre

$$|j(c)| \leq J(c) < J(C), \tag{13}$$

se c è un campo contenuto in un altro C.

Ciò posto, dico che la (10) si può anche scrivere

$$uv = \lim j(O A_2 C_2). \tag{14}$$

A tale scopo basta dimostrare che la differenza

$$j(O A_2 B_2 C_2) - j(O A_2 C_2) = j(A_2 B_2 C_2)$$

tende a zero per $a = +\infty$. Ed infatti, per la (13), si ha

$$|j(A_2 B_2 C_2)| < J(A_2 B_2 C_2) < J(A_1 A_2 B_2 C_2 C_1 B_1) =$$
$$= J(O A_2 B_2 C_2) - J(O A_1 B_1 C_1)$$

che, per la (12), tende a zero per $a = +\infty$.

Ciò premesso, col porre $x + y = 2\xi$, $y - x = 2\eta$, l'integrale j si trasforma nell'altro

$$j' = 2 \iint e^{-2\xi} u^{(r)}(\xi - \eta)\, v^{(s)}(\xi + \eta)\, d\xi\, d\eta, \tag{15}$$

e i punti O, A_2, B_2, C_2 del piano (x, y) in quelli $O'(0, 0)$, $A_2'(a, -a)$, $B_2'(2a, 0)$, $C_2'(0, a)$ del piano (ξ, η); la (14) diventa

$$uv = \lim j'(O' A_2' C_2'), \tag{14'}$$

ove, per la (15), è

$$j'(O' A_2' C_2') = 2 \int_0^a e^{-2\xi} w^{(t)}(2\xi)\, d\xi = \int_0^{2a} e^{-\xi} w^{(t)}(\xi)\, d\xi, \tag{16}$$

se si pone

$$(17)\qquad w^{(t)}(2\xi) = \int_{-\xi}^{\xi} u^{(r)}(\xi - \eta)\, v^{(s)}(\xi + \eta)\, d\eta\,;$$

poi, analogamente, J diventa

$$J' = 2 \iint e^{-2\xi} \,|\, u^{(r)}(\xi - \eta)\, v^{(s)}(\xi + \eta) \,|\, d\xi\, d\eta\,,$$

quindi è

$$(18)\qquad J'(O' A_2' C_2') = 2 \int_0^a e^{-2\xi} \,|\, w^{(t)}(2\xi) \,|\, d\xi = \int_0^{2a} e^{-\xi} \,|\, w^{(t)}(\xi) \,|\, d\xi\,.$$

Moltiplicando le (7), si ha

$$(19)\qquad u^{(r)}(\xi - \eta)\, v^{(s)}(\xi + \eta) = \sum_{n=0}^{\infty} w_n(\xi - \eta,\, \xi + \eta)\,,$$

ove

$$(20)\qquad w_n(\xi - \eta,\, \xi + \eta) = \sum_{n=0}^{n} u_h\, v_{n-h} \frac{(\xi - \eta)^{h-r} (\xi + \eta)^{n-h-s}}{(h - r)!\, (n - h - s)!}\,.$$

La serie (19) è convergente uniformemente nel triangolo $O' A_2' C_2'$ ([7]), quindi, fissato ξ in $(0, a)$, sarà integrabile termine a termine rispetto a η in $(-\xi, \xi)$; dunque la (17) può scriversi

$$w^{(t)}(2\xi) = \sum_{n=0}^{\infty} \int_{-\xi}^{\xi} w_n(\xi - \eta,\, \xi + \eta)\, d\eta\,,$$

e, applicando la (20), poi la formola

$$\int_{-\xi}^{\xi} (\xi - \eta)^{h-r} (\xi + \eta)^{n-h-s}\, d\eta = \frac{(h - r)!\, (n - h - s)!}{(n + 1 - r - s)!} (2\xi)^{n+1-r-s}\,,$$

([7]) Infatti, se le (7) si moltiplicano termine a termine, si ha una serie doppia che è trascendente intera nel piano (x, y), quindi è convergente uniformemente nel triangolo $O A_2 C_2$; anzi è tale la serie dei moduli dei suoi termini, e quindi anche quella serie di polinomii che se ne deduce associandone i termini di ugual grado. Ed allora la serie (19), sua trasformata, sarà convergente in $O' A_2' C_2'$, trasformato di $O A_2 C_2$.

e infine la (6), si trasforma successivamente in

$$w^{(t)}(2\xi)=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{n}\frac{u_h\,v_{n-h}}{(h-r)!\,(n-h-s)!}\int_{-\xi}^{\xi}(\xi-\eta)^{n-h}(\xi+h)^{n-h-s}\,d\eta$$

$$=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty}u_h\,v_{n-h}\frac{(2\xi)^{n+1-r-s}}{(n+1-r-s)!}=\sum_{n=0}^{\infty}w_n\frac{(2\xi)^{n+1-r-s}}{(n+1-r-s)!}\,,$$

da cui

$$w^{(t)}(\xi)=\sum_{n=0}^{\infty}w_n\frac{\xi^{n-t}}{n-t!}=\sum_{n=0}^{\infty}w_{n+t}\frac{\xi^n}{n!}\,,$$

ove si è posto $t=r+s-1$ (che è negativo) e $w_{n+t}=0$ se $n+t<0$. Da ciò si riconosce che questa trascendente intera è la serie associata di ordine t alla (6). D'altra parte la (14)' può scriversi, per la (16),

$$uv=\int_0^{\infty}e^{-\xi}\,w^{(t)}(\xi)\,d\xi$$

e prova che l'integrale associato di ordine t alla (6) è convergente e vale uv. Da tutto ciò si conclude intanto che la (6) è $S(B,t)$ ed ha per somma $w=uv$.

Rimane dunque solo a dimostrare che è anche $AS(B,t)$, cioè che è convergente anche

$$\int_0^{\infty}e^{-\xi}\,|\,w^{(t)}(\xi)\,|\,d\xi\,,$$

ossia, per la (18), che $J'(O'A_2'C_2')$ ha limite finito per $a=+\infty$ Ed infatti, per la (17),

$$J'(O'A_2'C_2')\leq 2\int_0^{a}e^{-2\xi}\,d\xi\int_{-\xi}^{\xi}|\,u^{(r)}(\xi-\eta)\,v^{(e)}(\xi+\eta)\,|\,d\eta=$$
$$=J(O\,A_2\,C_2)<J(O\,A_2\,B_2\,C_2)\,;$$

ma, per la (12), l'ultimo membro ha il limite finito UV per $a=+\infty$, quindi anche il primo ha limite finito.

Osserv. I teoremi $\mathrm{I}_a,\ldots,\mathrm{V}_a$ ed i corollari $\mathrm{I}_a,\ldots,\mathrm{IV}_a$ (nº 5) ci assicurano che *alle serie assolutamente sommabili* Bg *sono applicabili tutte le operazioni lecite sulle serie assolutamente convergenti.* (È solo precluso di cambiare l'ordine dei termini *al di là di qualunque posto*).

Torino, 1º febbraio 1921.

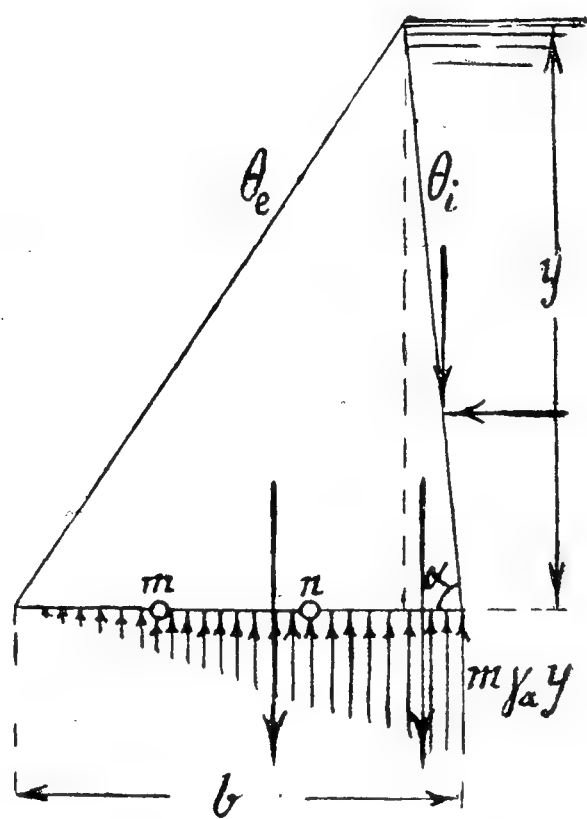
Sulle dighe a gravità

Nota del Socio nazionale residente CAMILLO GUIDI

(presentata nell'adunanza del 13 marzo 1921)

Le recenti *Norme regolamentari per le dighe di sbarramento per laghi artificiali* prescrivono, come è noto, di tener conto, in taluni casi, per il calcolo statico delle dighe a gravità, di una certa sottopressione idraulica, e ne suppongono la distribuzione colla legge lineare indicata nella fig. 1, coll'intensità $m \gamma_a y$ in corrispondenza del paramento a monte, dove $\gamma_a y$ è la pressione unitaria idrostatica alla profondità considerata, ed m una frazione propria. Si suppone che il comportamento elastico del muro persista, non ostante tale sollecitazione interna, e ciò anche per il valore limite $m = 1$, nel quale caso veramente la sollecitazione diviene affatto ideale, non essendo essa compatibile coll'equilibrio del muro.

Fig. 1.

Ciò supposto, e mettendo per condizione che nel paramento a monte, a serbatoio pieno, la pressione principale unitaria σ_1 risulti nulla, nell'elemento orizzontale di una diga a sezione triangolare si ha [1]:

$$\sigma = \gamma_a y \cos^2 \alpha = \gamma_a y \frac{\theta_i^2}{1 + \theta_i^2}, \tag{1}$$

---

[1] C. Guidi, *Lezioni sulla Scienza delle Costruzioni.* Parte V, 8ª ediz.

ma

$$(2) \qquad \sigma = 6 \frac{M_m}{b^2} = 6 \frac{M_m}{(\theta_e + \theta_i)^2 y^2}$$

ed

$$M_m = \frac{1}{6} \gamma_a y^3 \left[\theta_i^2 + 2\theta_e\theta_i - 1 + \frac{\gamma_m}{\gamma_a} \theta_e (\theta_e + \theta_i)\right] - \\ - \frac{1}{6} m \gamma_a y^3 (\theta_e + \theta_i)^2,$$

od anche

$$(3) \qquad M_m = \frac{1}{6} \gamma_a y^3 \left[(\theta_i^2 + 2\theta_e\theta_i)(1 - m) - m\theta_e^2 - 1 + \\ + \frac{\gamma_m}{\gamma_a} \theta_e (\theta_e + \theta_i)\right],$$

quindi dalle (1), (2) e (3) si deduce l'equazione determinatrice della scarpa esterna θ_e in funzione di quella interna θ_i:

$$(4) \qquad \theta_e^2 \left[\frac{\gamma_m}{\gamma_a}(1 + \theta_i^2) - \theta_i^2 - m(1 + \theta_i^2)\right] + \\ + \theta_e\theta_i \left[\frac{\gamma_m}{\gamma_a}(1 + \theta_i^2) + 2 - 2m(1 + \theta_i^2)\right] = 1 + m\theta_i^2(1 + \theta_i^2).$$

La pressione unitaria massima nel paramento a valle, a serbatoio pieno, com'è noto, è poi data dalla

$$(5) \qquad \sigma_1 = \gamma_a y \frac{1 + \theta_e^2}{(\theta_e + \theta_i)^2} \left[\frac{\gamma_m}{\gamma_a} \theta_i (\theta_e + \theta_i) + 1 - \theta_e\theta_i\right],$$

dalla quale, facendo $\sigma_1 = k$, si deduce l'altezza y del muro fino a cui si può andare colle scarpe θ_e e θ_i senza oltrepassare il carico di sicurezza. Nella (5) non figura esplicitamente la sottopressione perchè la risultante di questa passa pel punto di nocciolo a monte.

Il peso del muro per unità lineare è dato da

$$(6) \qquad G = \frac{1}{2} \gamma_m y^2 (\theta_e + \theta_i).$$

Con queste formole è calcolata la seguente tabella, supponendo $\gamma_m = 2{,}3^t/_{m^3}$ ed attribuendo al coefficiente m i valori indicati dal Regolamento:

$$0, \quad {}^1/_3, \quad {}^1/_2, \quad {}^2/_3, \quad 1.$$

Così, ad esempio, per $\theta_i = 0{,}05$, $m = {}^1/_2$, il muro deve avere la scarpa esterna $\theta_e = 0{,}701$; ed assumendo $k = 15^{Kg}/_{cm^2} \equiv 150^t/_{m^2}$, può avere l'altezza massima:

$$y = 150 \times 0{,}360 = \text{m. } 54$$

e con tale altezza peserebbe a m. corr.:

$$G = 0{,}864 \times 54^2 = \text{t. } 2519.$$

La stabilità a serbatoio vuoto, come si sa, è abbondantemente soddisfatta.

In una precedente pubblicazione (¹) ho mostrato come, per assicurare la stabilità sia sufficiente escludere sforzi di tensione ai paramenti, ed esigere che ivi la pressione unitaria principale σ_1 risulti inferiore o tutt'al più uguale al carico di sicurezza k alla compressione, con che resta implicitamente assicurata anche la stabilità a scorrimento. È interessante chiarire per mezzo di diagrammi come nell'interno del muro le tensioni principali diminuiscano.

Indicando, per un punto qualunque dell'interno del muro, con σ e τ rispettivamente la tensione unitaria normale e quella tangenziale su di un elemento orizzontale, con σ_0 e τ le analoghe tensioni per l'elemento verticale, le tensioni principali hanno notoriamente le espressioni:

$$\left.\begin{matrix}\sigma_1\\ \sigma_2\end{matrix}\right\} = \frac{\sigma + \sigma_0}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma - \sigma_0)^2 + 4\tau^2}$$

$$\tau_1 = \tau_2 = \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma - \sigma_0)^2 + 4\tau^2}, \tag{7}$$

(¹) C. Guidi, *Sulla statica delle dighe di sbarramento per laghi artificiali*, Roma, 1920.

$m = 0$				$m = {}^1/_3$				$m = {}^1/_2$				$m = {}^2/_3$				$m = 1$			
θ_i	θ_e	$\frac{y}{k}$	$\frac{G}{y^2}$	θ_i	θ_e	$\frac{y}{k}$	$\frac{G}{y^2}$	θ_i	θ_e	$\frac{y}{k}$	$\frac{G}{y^2}$	θ_i	θ_e	$\frac{y}{k}$	$\frac{G}{y^2}$	θ_i	θ_e	$\frac{y}{k}$	$\frac{G}{y^2}$
0	0,659	0,303	0,758	0	0,713	0,337	0,820	0	0,745	0,357	0,857	0	0,783	0,380	0,900	0	0,877	0,435	1,009
0,05	0,614	0,306	0,764	0,05	0,669	0,340	0,827	0,05	0,701	0,360	0,864	0,05	0,739	0,382	0,907	0,05	0,835	0,435	1,018
0,10	0,571	0,309	0,772	0,10	0,627	0,343	0,836	0,10	0,660	0,363	0,874	0,10	0,698	0,384	0,918	0,10	0,797	0,437	1,032
0,20	0,491	0,316	0,795	0,20	0,551	0,350	0,864	0,20	0,585	0,369	0,903	0,20	0,627	0,391	0,951	0,20	0,732	0,441	1,072

Ora per i diversi punti di una medesima sezione trasversale può ammettersi la legge di variazione lineare non soltanto per la σ e la τ [1], ma anche per la σ_0, ed i valori di queste tensioni in corrispondenza dei paramenti, com'è facile dedurre dall'equilibrio di prismi triangolari elementari, hanno le seguenti espressioni:

Nel paramento a monte, a serbatoio pieno, ponendo per condizione che sull'elemento normale al paramento la pressione sia nulla, si ha:

$$\sigma = \frac{\theta_i^2}{1+\theta_i^2}\gamma_a y\,; \qquad \tau = \frac{\theta_i}{1+\theta_i^2}\gamma_a y\,; \qquad \sigma_0 = \frac{1}{1+\theta_i^2}\gamma_a y\,.$$

Se invece si richiedesse nell'elemento stesso una pressione unitaria $= \gamma_a y$ si avrebbe:

$$\sigma = \gamma_a y\,; \qquad \tau = 0\,; \qquad \sigma_0 = \gamma_a y\,.$$

Nel paramento a valle si ha poi, tenendo presente la (5),

$$\sigma = \frac{\sigma_1}{1+\theta_e^2} = \gamma_a y \frac{1-\theta_e\theta_i + \frac{\gamma_m}{\gamma_a}\theta_i(\theta_e+\theta_i)}{(\theta_e+\theta_i)^2} = \mu\gamma_a y$$

$$\tau = \mu\theta_e\gamma_a y\,; \qquad \sigma_0 = \mu\theta_e^2\gamma_a y\,.$$

Restando così definiti i diagrammi delle σ, σ_0 e τ, per mezzo delle (7) si costruiscono i diagrammi delle tensioni principali.

La fig. 2_a rappresenta questi diagrammi per un muro a sezione triangolare, senza sottospinta ($m = 0$); la fig. 2_b per un muro pure a sezione triangolare, pel quale valga la condizione $\sigma_1 = \gamma_a y$.

È interessante notare che per il muro a sezione triangolare questi diagrammi, col variare della profondità, si mantengono simili a sè stessi; dal che si conclude che la stabilità alla compressione, e quindi anche allo scorrimento, è sufficiente sia ve-

---

[1] C. Guidi, l. c.

rificata alla base del muro in corrispondenza del paramento a valle a serbatoio pieno.

Conseguenza della suddetta similitudine dei diagrammi si è che per tutti i punti situati su di una medesima retta uscente

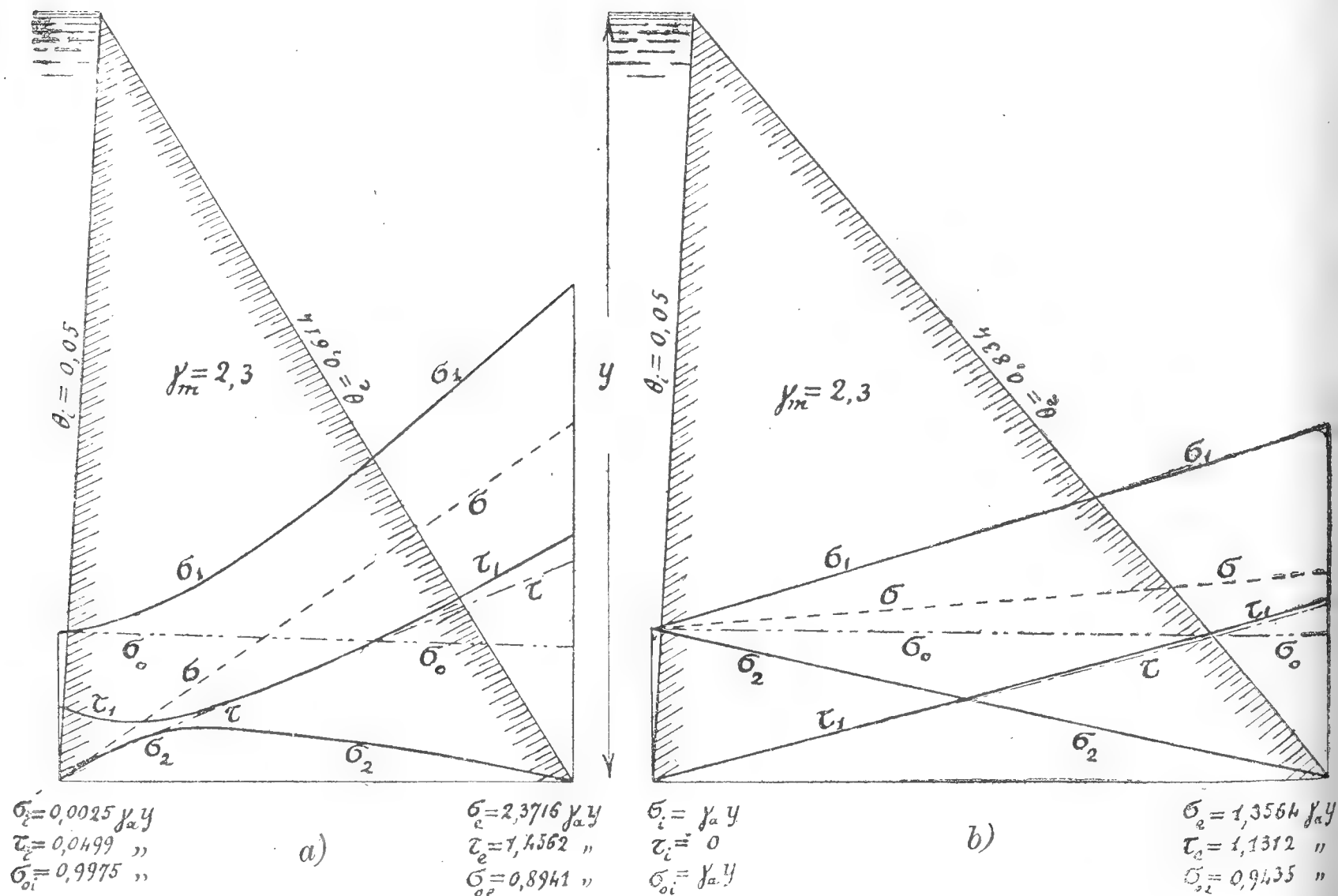



Fig. 2.

dal vertice della diga gli *elementi a tensioni principali* hanno direzione costante, e quindi, determinati per varî punti di una medesima sezione orizzontale, colla nota costruzione grafica, gli elementi a tensioni principali, il tracciamento delle *isostatiche* risulta oltremodo semplice e spedito.

Torino, marzo 1921.

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

PROGRAMMA

per il XXI e per il XXIII PREMIO BRESSA

(internazionali)

La Reale Accademia delle Scienze di Torino, conformandosi alle disposizioni testamentarie del Dottore Cesare Alessandro Bressa, annunzia che il *ventunesimo premio Bressa* sarà conferito a quello **Scienziato di qualsiasi nazione**, il quale durante il *quadriennio 1915-18* " avrà fatta, a giudizio dell'Accademia, " la più insigne ed utile scoperta, o prodotta l'opera più celebre " in fatto di scienze fisiche e sperimentali, storia naturale, " matematiche pure ed applicate, chimica, fisiologia e patologia, " non escluse la geologia, la storia, la geografia, e la statistica „.

La medesima Reale Accademia delle Scienze annunzia che il *ventesimo terzo premio Bressa* sarà parimente conferito a quello **Scienziato di qualsiasi nazione**, il quale durante il *quadriennio 1919-22* " avrà fatta, a giudizio dell'Accademia, la più " insigne ed utile scoperta, o prodotta l'opera più celebre in " fatto di scienze fisiche e sperimentali, storia naturale, mate- " matiche pure ed applicate, chimica, fisiologia e patologia, non " escluse la geologia, la storia, la geografia, e la statistica „.

La somma destinata a ciascuno dei due premii predetti, dedotta la tassa di ricchezza mobile, sarà di Lire italiane **9000** (novemila).

Gli Autori, i quali desiderino richiamare l'attenzione della Accademia sulle loro opere, così quelle che si riferiscono al quadriennio 1915-18, come quelle relative al quadriennio 1919-22, potranno inviarle alla Segreteria dell'Accademia non oltre il 31 dicembre 1922. Esse dovranno essere stampate e non saranno restituite. Non si terrà conto dei manoscritti e dei lavori dattilografati.

L'Accademia aggiudicherà i premii agli Scienziati che le sembreranno più meritevoli, abbiano o no presentato le loro opere.

A nessuno dei Soci nazionali dell'Accademia, residenti o non residenti, potranno essere conferiti i premii.

Torino, addì 31 luglio 1920.

Il Presidente dell'Accademia
ANDREA NACCARI

Il Segretario della Classe
di scienze fisiche, matematiche e naturali
CARLO FABRIZIO PARONA

Il Segretario della Classe
di scienze morali, storiche e filologiche
ETTORE STAMPINI

PREMIO DI FONDAZIONE GAUTIERI

La Reale Accademia delle Scienze di Torino conferirà nell'anno 1922 un premio di fondazione Gautieri a quell'opera di Filosofia, inclusa la Storia della Filosofia, che sarà giudicata migliore fra le pubblicate negli anni 1918-1920. Il premio, che è di L. 1800, sarà assegnato ad autore italiano (esclusi i Soci nazionali residenti e non residenti dell'Accademia) e per opere scritte in italiano.

Gli autori, che desiderano richiamare sulle loro pubblicazioni l'attenzione dell'Accademia, possono inviarle a questa entro il 31 dicembre p. v. Essa però non farà restituzione delle opere ricevute.

Torino, 12 aprile 1921.

L'Accademico Segretario
della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche
Ettore Stampini

PUBBLICAZIONI FATTE SOTTO GLI AUSPICI DELL'ACCADEMIA

Il Messale miniato del card. Nicolò Roselli detto il cardinale d'Aragona. Codice della Biblioteca nazionale di Torino riprodotto in fac-simile per cura di **C. Frati, A. Baudi di Vesme** e **C. Cipolla.**

Torino, Fratelli Bocca editori, 1906, 1 vol. in-f° di 32 pp. e 134 tavole in fotocollografia.

Il codice evangelico *k* della Biblioteca Universitaria nazionale di Torino, riprodotto in fac-simile per cura di **C. Cipolla, G. De Sanctis** e **P. Fedele.**

Torino, Casa editrice G. Molfese, 1913, 1 vol. in-4° di 70 pagg. e 96 tav.

SOMMARIO

PRESIDENTI della Reale Accademia delle Scienze di Torino dalla sua fondazione . . . . *Pag.* III
ELENCO degli Accademici nazionali residenti, Nazionali non residenti, Stranieri e Corrispondenti al 31 Dicembre 1920 . . . „ V

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

MATTIROLO (Oreste). — Neo-Saccardia Mattirolo (Nuova Sclerodermatacea ipogea) . . . . *Pag.* 1

SANNIA (Gustavo). — Serie assolutamente sommabili col metodo di Borel generalizzato . . . . „ 8
GUIDI (Camillo). — Sulle dighe a gravità . . . . „ 15

Programma per il XXI e per il XXIII Premio Bressa (internazionali) „ 21
Premio di fondazione Gautieri . . . . „ 23

Tip. Vincenzo Bona – Torino

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. LVI, Disp. 4ª, **1920-1921**

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 3.
1921

PUBBLICAZIONI FATTE SOTTO GLI AUSPICI DELL'ACCADEMIA

Il Messale miniato del card. Nicolò Roselli detto il cardinale d'Aragona. Codice della Biblioteca nazionale di Torino riprodotto in fac-simile per cura di C. Frati, A. Baudi di Vesme e C. Cipolla.

Torino, Fratelli Bocca editori, 1906, 1 vol. in-f° di 32 pp. e 134 tavole in fotocollografia.

Il codice evangelico *k* della Biblioteca Universitaria nazionale di Torino, riprodotto in fac-simile per cura di C. Cipolla, G. De Sanctis e P. Fedele.

Torino, Casa editrice G. Molfese, 1913, 1 vol. in-4° di 70 pagg. e 96 tav.

LETTURE

Saggio di rappresentazioni analitiche di funzioni singolari

Nota di ALBERTO TANTURRI

(presentata dal Socio naz. resid. G. Peano nell'adunanza del 17 aprile 1921)

Questo scritto dà la rappresentazione analitica di molte funzioni singolari, e, in particolare, di tutte le funzioni infinite volte discontinue proposte dal Dini, sia nelle *Lezioni di Analisi ecc.*, che nei *Fondamenti per la teorica delle funzioni ecc.*. Per brevità, scrivo q al posto di *numero reale.*

Le funzioni f, h e sgn.

1. — Se x è un q, $fx = 0$ o a 1, secondochè $x = 0$ o no; e $hx = 0$ o a -1, secondochè $x \geq 0$ o < 0; e $\operatorname{sgn} x = 0$, a 1, a -1, secondochè $x = 0$, > 0, < 0. Si ha:

$$fx = 1 - \mathrm{E}\,[1/(1 + \mathrm{mod}\, x)], \qquad hx = \mathrm{E}\,[1/(3\mathrm{E}x + 2)],$$
$$\operatorname{sgn} x = hx - h(-x) = fx + 2hx = (-fx) \,\mathsf{r}\, (hx + 2);$$

nelle quali E e r sono i simboli della parte intera e dell'elevazione a potenza, e $\mathrm{mod}\, x = |x| = \sqrt{x^2}$. Si ha pure:

$$fx = 1 - 0 \,\mathsf{r}\, \mathrm{mod}\, x \qquad \text{e} \qquad hx = 0 \,\mathsf{r}\, (\mathrm{mod}\, x - x) - 1;$$

adottando però, come faremo, la: $0^0 = 1$, del " Formulario Mathematico ". *Chi non volesse accoglier quest'uguaglianza, può legger* $\mathrm{E}\,[1/(1 + \mathrm{mod}\, x)]$, *al posto di* $0 \,\mathsf{r}\, \mathrm{mod}\, x$ (*).

(*) $fx = (hx)^2 + [h(-x)]^2$; $hx = \mathrm{E}\,(2/\pi \times t^{-1} x)$, dove t^{-1} = tangente trigon. inversa; $\operatorname{sgn} x = hx \,\mathsf{r}\, [h(-x) + 1]$. Tralascio varianti e conseguenze, registrando solo la: $\operatorname{sgn} x = \mathrm{E}\,[2/\pi \times t^{-1} x] - \mathrm{E}\,[2/\pi \times t^{-1}(-x)]$; perchè rammenta la formula che dà $\operatorname{sgn} x$ come limite della successione: $2/\pi \times t^{-1} x$, $2/\pi \times t^{-1}(2x)$, $2/\pi \times t^{-1}(3x)$, ... (v. Cesàro, *Elementi di calcolo ecc.*, p. 9).

Funzioni con punti d'eccezione.

2. — Problema 1°. a e m son q, e k è una funzione reale dei q diversi da a. Rappresentare quella funzione, y, del q x, che $= m$, quando $x = a$, e a kx per ogni altro x.

Risposta. $y = [m - k(ix)] \times [1 - f(x - a)] + k(ix)$; nella ipotesi che i sia una funzione dei q, tale che: ia non $= a$, e, invece, $ix = x$, per ogni x diverso da a. Possiam porre, per es.: $ix = x + 1 - f(x - a)$. Risposte più semplici, in casi particolari.

Notevole il caso in cui k è definita anche nel punto a; e, in particolare, è una costante. Allora: $y = (m - kx) \times 0 \upharpoonright \mathrm{mod}(x - a) + kx$; e si suol dire che di kx s'è cambiato il valore nel punto a; cambiato, per l'appunto, da ka in m.

3. — *Es. 1°.* $[1 + (m - 1) \times 0 \upharpoonright \mathrm{mod}\, x]/(x + 0 \upharpoonright \mathrm{mod}\, x) = m$ o a $1/x$, secondochè $x = 0$ o no. Ponendo $m = 1$, e moltiplicando per mod x, avrò la sgn:

$$\mathrm{sgn}\, x = \mathrm{mod}\, x/(x + 0 \upharpoonright \mathrm{mod}\, x);\ \text{o anche} = x/(\mathrm{mod}\, x + 0 \upharpoonright \mathrm{mod}\, x).$$

Ecco le espressioni più semplici per la sgn; e son le mod x/x e $x/\mathrm{mod}\, x$, rese valide anche per $x = 0$.

Es. 2°. È nota l'espressione di sgn col simbolo d'integrazione; ed ecco quella col simbolo di derivata:

$$\mathrm{sgn}\, x = (1 - 0 \upharpoonright \mathrm{mod}\, x) \times \mathrm{D}\,(\mathrm{mod}, x + Q_0, x);$$

perchè, se x non $= 0$, la derivata *destra* (anzi *unica*) di mod $x =$ sgn x, e quindi il secondo membro $= 1 \times \mathrm{sgn}\, x$; e, se $x = 0$, quella derivata $= 1$, e quindi il secondo membro $= 0 \times 1$. Il simbolo della derivata destra è preso dal " Formulario "; $x + Q_0 =$ q non minori di x.

Es. 3°. Se b e n sono q, e $b > 1$:

$$\int_1^b x^{n-1}\, dx = (b^n - 1)/(n + 0 \upharpoonright \mathrm{mod}\, n) + \log b \times 0 \upharpoonright \mathrm{mod}\, n;$$

e si ha così l'integrale da 1 a b di x^{n-1}, anche quando $n = 0$.

Es. 4°. $(1 - 0 \upharpoonright \mathrm{mod}\, x) \times e \upharpoonright [-1/(x^2 + 0 \upharpoonright \mathrm{mod}\, x)] = 0$, quando $x = 0$, e ad $e \upharpoonright (-1/x^2)$ per ogni altro x. È l'esempio,

del Cauchy, d'una funzione, che, pur avendo sempre finite tutte le derivate, e nulle in particolare nel punto zero, non è sviluppabile in serie del Taylor riferita a esso punto. L'espressione scritta fornisce il valor d'essa in un punto qualunque, distruggendo le obiezioni alla purezza di tale esempio (v. Pascal, *Esercizi critici di calcolo*, 1909, p. 132).

Es. 5°.

$$\mathrm{D}\,\}\, x^2 \operatorname{sen}\left[1/(x + 0 \upharpoonright \operatorname{mod} x)\right] \{ =$$
$$= 2x \operatorname{sen}\left[1/(x + 0 \upharpoonright \operatorname{mod} x)\right] - \cos\left[1/(x + 2/\pi \times 0 \upharpoonright \operatorname{mod} x)\right];$$

e cioè: la funzione di x, che $= 0$, quando $x = 0$, e a $x^2 \operatorname{sen}(1/x)$ per ogni altro x, ha la derivata nulla nel punto zero, e uguale a $2x \operatorname{sen}(1/x) - \cos(1/x)$ negli altri punti.

Es. 6°. Se m e n sono q, la funzione del q x, che $= m$, quando $x = 0$, e a n, per ogni altro x, $= (m - n) \times 0 \upharpoonright \operatorname{mod} x + n$: altre soluzioni, col simbolo lim, in Genocchi-Peano, *Calcolo differenziale ecc.*, p. 29. E la funzione del q x, che $= 1$, quando $x = 0$, e a x^2, per ogni altro x, $= x^2 + 0 \upharpoonright \operatorname{mod} x$ (v. Vivanti, *Lezioni di analisi ecc.*, 1911, p. 47).

Es. 7°. Una funzione discontinua nell'origine, benchè ivi continua lungo ciascuno degli assi, è la $0 \upharpoonright (\operatorname{mod} x \times \operatorname{mod} y)$; che $= 1$ sugli assi, e a 0 in ogni altro punto: ed è data dal Cesàro, a p. 129 degli *Elem. ecc.*; con l'avvertenza che, cambiando, nell'origine, il valore 1 nel valore 0, si ha una nuova funzione, e cioè la $\operatorname{mod}(0 \upharpoonright \operatorname{mod} x - 0 \upharpoonright \operatorname{mod} y)$, che, nell'origine, ha, bensì, perduta la continuità lungo ciascuno degli assi, ma, avendola acquistata lungo ogn'altra retta, risulta, ivi, rispetto all'altra, infinitamente meno discontinua. Pur discontinue nell'origine son la $xy/[x^2 + y^2 + 0 \upharpoonright (\operatorname{mod} x + \operatorname{mod} y)]$ e la $x^2 y/(y^2 + 0 \upharpoonright \operatorname{mod} y)$; benchè, ivi, tutt'e due continue lungo ogni retta, e la seconda, per di più, a limite invariabile al variar della retta (v. Genocchi-Peano, p. 173; e a p. 28 del citato libro del Pascal).

Es. 8°; primo esempio del Dini (*). La funzione del $0 \dashv 1$, x, che $= 0$, quando $x = 1, 1/2, 1/4, \ldots$, e a 1 per ogni altro x, $= \operatorname{sgn}[\beta\,({}^2\mathrm{Log}\, x)] = -\mathrm{E}({}^2\mathrm{Log}\, x) - \mathrm{E}(-{}^2\mathrm{Log}\, x)$: e, più in ge-

---

(*) Se a e b sono q, e $a < b$, $a \vdash\!\dashv b$ è la classe dei q x, tali che $a \leq x \leq b$; e da essi si han le classi $a \dashv b$, $a \vdash b$, $a - b$, secondochè escludo a, o b, o tanto a che b. Si ha poi: $\beta x =$ mantissa di $x = x - \mathrm{E}x$.

nerale, la funzione, non del 0^{-1}, ma del q, x, che soddisfa alle stesse condizioni, $= 1 - 0 \upharpoonright \mathrm{mod}\,(x - 1) - 0 \upharpoonright \mathrm{mod}\,(x - 1/2) - 0 \upharpoonright \mathrm{mod}\,(x - 1/4) - \ldots$; che $=$ sgn mod $(x - 1) +$ [sgn mod $(x - 1/2) - 1] +$ [sgn mod $(x - 1/4) - 1] + \ldots$, o a sgn $[\beta(x-1)] \times$ sgn $[\beta(x - 1/2)] \times$ sgn $[\beta(x - 1/4)] \times \ldots$.

Es. 9°. Una rappresentazione dello stesso tipo si può dare per ogni funzione del q x, che $= 0$ o a 1, secondochè x appartiene o no a una data classe numerabile. Si potrà, per es., così rappresentare quella che è *il terzo esempio del* DINI; che $= 0$ nei punti d'un dato gruppo infinito di prima specie, e a 1 negli altri punti: e ciò perchè ogni tal gruppo è numerabile. E, pure così, rappresentare *la funzione di x, che $= 0$ o a 1, secondochè x è un numero algebrico o trascendente*; per l'appunto scrivendo: $1 - 0 \upharpoonright \mathrm{mod}\,(x - a_1) - 0 \upharpoonright \mathrm{mod}\,(x - a_2) - \ldots$, se a_1, a_2, ... sono i successivi numeri algebrici, ordinati. Così, finalmente, potrò rappresentare la funzione, P, del DIRICHLET; per l'appunto, pensando i razionali positivi nell'ordine: 1; 2, 1/2; 3, 1/3; 4, 3/2, 2/3, 1/4;..., scriverò: $\mathrm{P}x = 1 - 0 \upharpoonright \mathrm{mod}\, x - [0 \upharpoonright \mathrm{mod}\,(x-1) + 0 \upharpoonright \mathrm{mod}\,(x - 2) + 0 \upharpoonright \mathrm{mod}\,(x - 1/2) + \ldots] - [0 \upharpoonright \mathrm{mod}\,(x + 1) + 0 \upharpoonright \mathrm{mod}\,(x + 2) + 0 \upharpoonright \mathrm{mod}\,(x + 1/2) + \ldots]$; cioè $= 1 - 0 \upharpoonright \mathrm{mod}\, x - 0 \upharpoonright \mathrm{mod}\,(x^2 - 1) - 0 \upharpoonright \mathrm{mod}\,(x^2 - 4) - 0 \upharpoonright \mathrm{mod}\,(x^2 - 1/4) - \ldots$ (*).

(*) Se x e y son numeri reali positivi o nulli: $0^{x+y} = 0^x + 0^y - 0^{x \times y}$; e quindi, se x e y non sono insieme nulli: $0^x + 0^y = 0^{x \times y}$.

Si osservi che $\mathrm{P}x = fx \times f\,(x - 1) \times f\,(x - 2) \times f\,(x - 1/2) \times \ldots \times f\,(x + 1) \times f\,(x + 2) \times f\,(x + 1/2) \times \ldots$, che $=$ sgn $(x^2) \times$ sgn $[(x - 1)^2] \times$ sgn $[(x - 2)^2] \times$ sgn $[(x - 1/2)^2] \times \ldots \times$ sgn $[(x + 1)^2] \times$ sgn $[(x + 2)^2] \times$ sgn $[(x + 1/2)^2] \times \ldots$, ma non a sgn $[x^2 \times (x - 1)^2 \times \ldots \times (x + 1)^2 \times \ldots]$. Anche la sgn $\beta x \times$ sgn $\beta(2x) \times$ sgn $\beta(3x) \times \ldots$, che $= \mathrm{P}x$, non $=$ sgn $[\beta x \times \beta(2x) \times \beta(3x) \times \ldots]$, come scrissi in fondo al n. 5 d'una mia Nota, *Sulla funzione del* DIRICHLET *ecc.* (v. questi *Atti*, 23 febbraio 1919); e ciò perchè questo prodotto in parentesi quadra $= 0$, anche se x è irrazionale. Aggiungo che quell'espressione della P come quoziente di due serie, di cui dissi, col DINI, a principio dello stesso mio n. 5, è data da quest'Autore a pag. 147 dei *Fondamenti ecc.*; è, ivi, attribuita all'HANKEL; e ha, mi pare, il difetto che, per x razionale, assume la forma: costante/serie divergente.

Funzioni con intervalli d'eccezione.

4. — Problema 2°. u è un intervallo; e k_1 e k_2 son funzioni reali, definite l'una nel campo u, l'altra nel campo dei q non u. Rappresentare la funzione, y, del q x, che $= k_1 x$ o a $k_2 x$, secondochè x è o no un u.

Risposta. $y = [k_1(gx) - k_2(ix)] \times 0 \upharpoonright \mathrm{mod}\, px + k_2(ix)$; nella ipotesi che p, g e i sian funzioni soddisfacenti alle condizioni:

$px = 0$, $gx = x$, e ix è un q non u; per ogni q, x, che sia un u;
px non $= 0$, gx è un u, e $ix = x$; per ogni q, x, che non sia un u.

Presi, ad arbitrio, un u, m, e un q non u, n, possiam porre, per es.:

$$gx = m + (x - m) \times 0 \upharpoonright \mathrm{mod}\, px$$

e

$$ix = x + (n - x) \times 0 \upharpoonright \mathrm{mod}\, px\,;$$

dove px ha le espressioni che ora daremo nei vari casi, con le ipotesi: a e b son q, e $a < b$, e $z = (x - a)/(b - a)$.

a) $u = a^{\vdash\!\dashv}b$. Allora $px = (z - 1)\,\mathrm{E}z$.
b) $u = a^{\vdash}b$. „ „ $= \mathrm{E}z$.
c) $u = a^{\dashv}b$. „ „ $= \mathrm{E}(-z) + 1$.
d) $u = a^{-}b$. „ „ $= \mathrm{E}z - \mathrm{E}(-z) - 1$; o anche $= 1 - \mathrm{sgn}[z(1 - z)]$.
e) $u = a^{\vdash}\infty$. „ „ $= h(x - a)$, essendo h la nostra funzione del n. **1**. Si può tener conto che $0 \upharpoonright \mathrm{mod}\, h(x - a) = 1 + h(x - a)$; e $gx = a + \mathrm{mod}\,(x - a)$, e $ix = a - \mathrm{mod}\,(x - a)$.
f) $u = -\infty^{\dashv}a$. Allora $px = h(a - x)$. Anche qui $0 \upharpoonright \mathrm{mod}\, h(a - x) = 1 + h(a - x)$; e $gx = a - \mathrm{mod}\,(x - a)$, e $ix = a + \mathrm{mod}\,(x - a)$.

5. — Facili semplificazioni in molti casi. Così, se k_1, per es., è definita per ogni q, si può leggere, nella *Risposta*, x, al posto di gx; sicchè, se, in particolare, k_1 è una costante k, leggerò k al posto di $k_1(gx)$. E semplificazioni ulteriori si offrono in casi ancor più particolari.

6. — *Es. 1°; secondo esempio del* DINI. $0 \restriction \text{mod}\,E[(x-a)/(b-a)]$ è la funzione, $l(x, a, b)$, del q x, che $=1$, quando x è un $a^{\vdash}b$, e a 0, per ogni altro x. E perciò, la funzione del $0^{\dashv}1$, x, che $=1$, se x è un $1/2^{\vdash}1$; e a $1/2$, se x è $1/4^{\vdash}1/2$; e a $1/4$, se x è un $1/8^{\vdash}1/4$; ...; e, inoltre, a 1, se $x=1$; questa funzione, dico, $= l(x, 1/2, 1) + 1/2 \times l(x, 1/4, 1/2) + 1/4 \times l(x, 1/8, 1/4) + \ldots +$ funzione uguale a 1 nel punto 1, e del resto sempre nulla; cioè $= 0 \restriction \text{mod}\,E(2x-1) + 1/2 \times 0 \restriction \text{mod}\,E(4x-1) + 1/4 \times 0 \restriction \text{mod}\,E(8x-1) + \ldots + 0 \restriction \text{mod}\,(x-1)$.

Es. 2°. $x - h(-x)$, cioè $x + 1 - 0 \restriction (\text{mod}\,x + x)$, $= x$ o a $x+1$, secondochè $x \leq 0$ o > 0. Aggiungo $k \times 0 \restriction \text{mod}\,x$, e ho la funzione data dal VIVANTI, l. c., p. 47; che ha nel punto zero una discontinuità, a destra, a sinistra, da tutt'e due le parti, secondochè il q $k=0$, $=1$, è diverso da 0 e da 1.

Es. 3°. Se a è un q:

$$\int_0^{\pi} \log(1 - 2a\cos x + a^2)\,dx = -2\pi \log \text{mod}\,a \times E\,\frac{\text{sgn}\,(1-\text{mod}\,a)}{2};$$

per l'appunto $= (-2\pi \log \text{mod}\,a) \times h\,(1 - \text{mod}\,a)$; e cioè a $2\pi \log \text{mod}\,a$ o a 0, secondochè $\text{mod}\,a > 1$ o ≤ 1 (v. DINI, *Lez. ecc.*, vol. II, p. 15 e 153).

Es. 4°. $1/(1-x) - 1/(x + 0 \restriction \text{mod}\,x) \times h\,(1 - \text{mod}\,x) = 1/(1-x)$ o a $1/[x(1-x)]$, secondochè $\text{mod}\,x < 1$ o > 1; e nella Nota del D'ARCAIS, *Sulle espressioni analitiche ecc.*, “ Riv. di Matem. „, vol. V, p. 188, è scritta sotto forma d'una serie. Dalla quale n'è dedotta un'altra, che, come aveva stabilito il lì citato TANNERY, $= +1$ o a -1, secondochè $\text{mod}\,x < 1$ o > 1; e che s'esprime dunque con $\text{sgn}\,(1 - \text{mod}\,x)$.

Es. 5°. Lo stesso TANNERY, ancora a p. 182 del vol. V, s. 2ª, “ Bulletin des sc. mathém. etc. „, dà, in serie, la funzione del q x, che $= 1/(1-x)$ o a $x/(1-x)$, secondochè $\text{mod}\,x < 1$ o > 1; cioè la nostra $1/(1-x) + h\,(1 - \text{mod}\,x)$.

Del resto, a p. 30 del GENOCCHI-PEANO, è data, col simbolo lim, una funzione del numero positivo x, che $= k_1 x$ o a $k_2 x$, secondochè $x < 1$ o > 1; nell'ipotesi però che k_1 e k_2 sian sempre definite nel campo positivo.

Funzioni con classi d'eccezione.

7. — Problema 3°. Come il 2°; solo che u è una classe di q.

Risposta. Togliendo x da ogni u, e scrivendo i segni dei valori assoluti delle differenze, ho una classe che, oltre a degli 1, contiene o no lo 0, e ha quindi per minimo 0 o 1, secondochè x è o no un u. Dimodochè:

$$y = [k_2\,(ix) - k_1\,(gx)] \times \text{min sgn ʻ mod}\,(u - x) + k_1\,(gx);$$

nell'ipotesi:

{ $gx = x$, e ix è un q non u; per ogni q, x, che sia un u;
{ „ è un u, „ $= x$; „ non „ :

le quali son, per es., soddisfatte, se, presi, comunque, un u, m, e un q non u, n, si pone:

$$gx = x + (m - x) \times \text{min sgn ʻ mod}\,(u - x),$$

e

$$ix = n + (x - n) \times \quad " \quad .$$

8. — Questa risposta generale è semplicissima; e l'obiezione della presenza del simbolo ʻ non ha, mi si permetta, valore di sorta. Volendo scriver tutto in simboli, esso o un suo equivalente è necessario fin dagli elementi: chi poi mescoli i simboli col linguaggio ordinario, può ritener per dimostrato che ogni funzione, nel senso del Dirichlet, è rappresentabile.

Anche qui, spesso, facili semplificazioni. Potrò, per es., legger x al posto di gx, se k_1 è definita per ogni q; e *se u è chiusa, si può evitare il simbolo* ʻ, ponendo $1 - 0 \upharpoonright \text{min mod}\,(u - x)$ al posto di min sgn ʻ mod $(u - x)$; ecc..

9. — *Es. 1°.* Il Poussin chiamò *lunghezza esterna d'una classe u* l'integrale superiore di quella funzione Ψ di x, che $= 1$ o a 0, secondochè x è o no un u (v. Dini, *Lez. ecc.*, vol. II, p. 1001; v. “ Formulario „, p. 330); e cioè della funzione $1 -$ min sgn ʻ mod $(u - x)$. Si può anche dire: l'integrale superiore della funzione che, in u, è sempre uguale a 1. E ciò

perchè alcuni Autori chiamano *integrale d'una funzione*, k_1, *in un campo* u, l'integrale di quella funzione che $= k_1 x$, quando x è un u, e a 0, per ogni altro q x; e cioè l'integrale di $k_1 \, [m + (x - m) \times \Psi x] \times \Psi x$, m essendo un u fisso.

Es. 2°; quarto esempio del DINI. La funzione P del DIRICHLET, se r è la classe dei razionali segnati, $=$ min sgn ' mod (r $- x$). Altre rappresentazioni nell'es. 9° del n. 3 di questo scritto, e nella mia Nota già citata.

Es. 3°. $\mathrm{D}\,[1, 1 + \mathrm{mod}\,x/(1 + \mathrm{mod}x)] = 1/(\mathrm{nt}\,\mathrm{mod}\,x + \mathrm{dt}\,\mathrm{mod}\,x)$ o a 0, secondochè il q x è razionale o no. È un *esempio d'una funzione continua solo nei punti irrazionali* (v. PINCHERLE, *Lezioni di calcolo ecc.*, p. 71); ma tale è già la più semplice $\mathrm{D}\,(1, 1 + \mathrm{mod}\,x)$, che $= 1/\mathrm{dt}\,\mathrm{mod}\,x$ o a 0, secondochè x è razionale o no. D è qui il simbolo del mass. comun divisore; nt e dt indicano il numeratore e il denominatore ridotti [: $\mathrm{nt}\,(6/8) = 3$, $\mathrm{dt}\,(6/8) = 4$; $\mathrm{nt}\,0 = 0$, $\mathrm{dt}\,0 = 1$]. Se, come il PINCHERLE, vogliam però restringerci al campo $0 \dashv 1$, le due funzioni ora dette si posson rappresentare con $\mathrm{D}\,[1, x/(1+x)]$ e con $\mathrm{D}\,(1, x)$; e $\mathrm{P}x = 1 - \mathrm{nt}\,\mathrm{D}\,(1, x)$.

Es. 4°; ultimo esempio del DINI. Se P è la funzione del DIRICHLET, e a e b son q, e $a < b$, e $z = (x - a)/(b - a)$, $(1 - \mathrm{P}x) \times 0 \quad \mathrm{mod}\,[(z - 1)\,\mathrm{E}z]$ è quella funzione, $\mathrm{P}_1\,(x, a, b)$, del q x, che $= 1 - \mathrm{P}x$ o a 0, secondochè x è o no un $a \vdash\!\dashv b$ (v. n. **4**). E allora, la funzione del $0 \dashv 1$, x, che $= 1$, se x è un $1/2 + s/2 \dashv 1$; e a $\mathrm{P}x$, se x è un $1/2 - s/2 \vdash\!\dashv 1/2 + s/2$; e a 1, se x è un $1/4 + s^2/2 \,{}^{-}\, 1/2 - s/2$; e a $\mathrm{P}x$, se x è un $1/4 - s^2/2 \vdash\!\dashv 1/4 + s^2/2$; e a 1, se x è $1/8 + s^3/2 \,{}^{-}\, 1/4 - s^2/2$; . . . ; dove s è un numero positivo fisso, minore di 1/4, perchè si vuole che quest'intervalli consecutivi non abbian punti comuni; questa funzione, dico, $= 1 - \mathrm{P}_1\,(x, 1/2 - s/2, 1/2 + s/2) - \mathrm{P}_1\,(x, 1/4 - s^2/2, 1/4 + s^2/2) - \ldots$; cioè, ponendo $\mathrm{nt}\,\mathrm{D}\,(1, x)$ al posto di $1 - \mathrm{P}x$, e 1/10, per es., al posto di s; *l'ultima funzione del* DINI $=$

$$
\begin{aligned}
&1 - \mathrm{nt}\,\mathrm{D}\,(1, x) \times 0 \upharpoonright \mathrm{mod}\,[(10\,x - 5 - 1/2)\,\mathrm{E}\,(10\,x - 5 + 1/2)] \\
&\quad - \quad \text{,,} \quad \times 0 \upharpoonright \mathrm{mod}\,[(10^2 x - 5^2 - 1/2)\,\mathrm{E}\,(10^2 x - 5^2 + 1/2)] \\
&\quad - \quad \text{,,} \quad \times 0 \upharpoonright \mathrm{mod}\,[(10^3 x - 5^3 - 1/2)\,\mathrm{E}\,(10^3 x - 5^3 + 1/2)] \\
&\quad - \ldots .
\end{aligned}
$$

Ricerche sulla biologia di un Penicillo patogeno

(*Penicillium mycetomagenum* Mant. et Ngr.)

Nota di G. NEGRI

(presentata dal Socio naz. resid. C. F. Parona nell'adunanza del 17 aprile 1921)

1. — In una Nota preventiva nel " Giornale della R. Accademia di Medicina di Torino „ il prof. C. Mantelli, aiuto nella clinica del prof. D. Baiardi, ed io abbiamo comunicato, qualche anno fa, i risultati di una serie di ricerche eseguite in collaborazione su di un caso di micetoma a grani neri osservato ed operato nella clinica stessa. I granuli antracotici, prelevati colle dovute cautele, dai tessuti del piede amputato, osservati direttamente, corrispondevano alle forme già descritte da tempo per questa varietà del Piede di Madura; e diedero luogo, coltivati in tubo su agar glicerinato e su mezzo di Sabouraud, alle note colonie rotondeggianti, ombelicate, a superficie vellutata di colore grigio topo e porzione immersa nel mezzo di cultura emisferica ed intensamente nera.

I caratteri delle ife fungine, tanto dei granuli che delle colonie, sono stati riassunti in una diagnosi pubblicata allora e che ripeto qui in calce (1). In essa è tenuto conto anche dei

(1) Mantelli C e Negri G., *Ricerche sperimentali sull'agente eziologico di un micetoma a grani neri* (" Penicillium mycetogenum „ Mant. et Ngr. 1915 = " P. mycetomagenum „ Mant. et Ngr. 1921, improprietate nominis emendatum). Nota preventiva, " Giorn. della R. Acc. di Medicina di Torino „, serie IV, vol. XXI (1915).

Parasita in foculis granulomatosis pedis humani (Mycetoma pedis melanoticum). Hyphae in granulis (pseudosclerotiis) subsphaericis vel lobatis, facie carboniosa (mm. 0.2-0.5), solitariis vel 2-3 aggregatis, congestae, septatae; externae granuli maiores (μ 2.2) breviores, contortae, apice clavatae, coemento nigro in crustam connexae; internae (μ 1.5), hyalinae, cellulis conidicis maioribus, alteris terminalibus, ovalibus vel pyrifor-

risultati di altre colture, che, praticate, sia direttamente da frammenti di granuli su piastre di gelatina e di agar laccamuffato, sia dal sangue di colombi morti in condizioni di alto marasma dopo aver subìta nella vena alare la inoculazione di una sospensione in soluzione fisiologica di una triturazione dei granuli stessi, su brodo e su mezzo di Sabouraud, diedero luogo ad altre colonie a reazione alcalina, non fluidificanti i mezzi solidi neppure invecchiando, sottili, piane, circondate in un primo tempo, da un alone di ife candide sterili, mentre l'area centrale, assumendo successivamente tutte le gradazioni di colore dal verde glauco al grigio topo, presentava, frammisti a ciuffi di ife sterili ascendenti, numerosi conidiofori di tipo penicillare. Si trattava insomma di una vera aspergillacea appartenente al gruppo così diffuso e polimorfo dei penicilli verdi; e, nel caso speciale, il suo sviluppo, scrupolosamente accertato da granuli antracotici di un micetoma, veniva a confermare, in via sperimentale, l'ipotesi sull'agente eziologico del Piede di Madura prospettata sino dal 1888 da Bassini e Mattirolo e le due os-

---

mibus (μ 3-4), alteris maximis (μ 6-10.5), intercalaribus (capsulae Carterii) praeditae. E granulis (in tubo cum agaro glicerinato, vel substrato Sabouraud) coloniae oriuntur circulares, elevatae, umbilicatae, griseolae, velutinae, facie profunda segmentum sphaericum efficenties (mm. 1.5-3); hyphae aereae griseae, gemmuliferae, in substratum delabentes aterrimae. In gelatina coloniae rotundatae, planae, alcalinae (lachmi ope), substratum non liquefacientes, interdum ochraceo laevi colorantes, penicilliferae, inter 20° et 25° C. floride, ad 3° et 37° C. usque lente, sed normaliter vegetantes, hyphis sterilibus hyalinis, granulosis, septatis; in solano, pane, dauco saccharato et glicerinato, floccoso-pannosae, modice rugosae vel undulatae, substratum omnino tegentes, primum candidae, deinde, fructificationis causa, aeruginoso-virides, plus, minusve albomarginatae, denique murinae, odore nullo vel laevissime fungino; in decoctione phaseolorum pura, vel saccharata et glicerinata, dimorphae; prius profunde immersae, floccosae, postea quasi velum basilare, hyphis hyalinis, septatis, granulosis (μ 1.5-2) passim e cellulis magnis, membrana fortiori (μ 8-12) ovalibus, interruptis constitutum efficientes; serius supernatantes, hyphis sterilibus conidiophorisque normalibus, superficiem culturae crusta omnino tegentes. Conidiophora crebra, numquam fasciculata (coremium), coespitibus hypharum sterilium adscendentium commixta; saeptata, superne bi-trifurcata, dein iterum verticillata, umbellula contracta ultra bifurcationem μ 50-60 longa; verticilli ramuli (pseudobasidia) μ 7.5-9.2 metientes, ramusculos (pseudosterigmata) sphaerico depressos (μ 3.7 diam.) gerentes; conidia globosa (μ 2.2-3.7) laevia, hyalina, aeruginoso-viridiuscula, numquam longe catenulata.

servazioni di Bouffard e Brumpt e di Nicolle e Pinoy (1); trattarsi cioè di un ascomicete della famiglia delle aspergillacee.

Lo studio dell'interessante reperto meritava di essere perfezionato con una migliore definizione biologica della forma di *Penicillium* ottenuta. Ho atteso personalmente a questa ricerca nel primo semestre del 1915 raggiungendo i dati sommariamente riassunti nella diagnosi riferita e parecchi altri, sinchè gli esperimenti furono interrotti dalla guerra. Ora, mentre è imminente la pubblicazione da parte del collega Mantelli dei risultati clinico ed anatomo-patologici dello studio di questo caso, non mi pare inutile raccogliere le conclusioni delle mie ricerche biologiche sul parassita, sembrandomi che, da un punto di vista prettamente micologico, esse possano valere come contributo all'intricata sistemazione dei penicilli verdi. E mi è grato ricordare che questi studi, proseguiti per varî mesi nei laboratori dell'Istituto di Patologia chirurgica e dell'Orto Botanico, hanno avuto l'appoggio ed il consiglio dei ch.mi proff. D. Baiardi ed O. Mattirolo, che ringrazio sentitamente.

2. — Mangin (2) stabilisce che, se l'utilizzazione sistematica della variabilità morfologica del conidioforo delle muffe è avvenuta nella presunzione che la rapidità del suo accrescimento ed il suo sviluppo a spese delle riserve accumulate nell'apparato vegetativo, gli conferiscano una certa indipendenza dalle condizioni esterne, non è meno vero che, specialmente nel caso dei condii, le dimensioni, la forma, gli ornamenti, sono, per una sola e medesima varietà, essenzialmente mutabili colla natura del mezzo e colla temperatura, in modo che la stessa forma risponde, a seconda delle condizioni di cultura, a diagnosi differenti. Soltanto eseguendo i confronti su individui allevati *sullo*

---

(1) Mattirolo O. in Bassini E., *Un caso di micetoma al piede o Piede di Madura*, “Arch. p. le Scienze Mediche„, XII, 15 (Torino, 1888), p. 315. Brumpt E., *Les Mycetomes*, “Arch. de Parasitologie„, X, 4 (Paris, 1906), p. 532-72. Nicolle Ch. et Pinoy, *Sur un cas de mycetome d'origine aspergillaire observé en Tunisie*, “idem„, X, 3 (Paris, 1906), pp. 437-58.

(2) Mangin M. L., *Sur la nécessité de préciser les diagnoses des Moississures*, “Bull. de la Soc. Botan. de France„, LV (1908). Sess. Extr. p. XVII-XXVIII. Id., *Qu'est-ce que l'Aspergillus glaucus? Étude critique et expérimentale des formes groupées sous ce nom*, “Ann. des Sc. Naturelles. Botanique„, sér. IX, t. X (Paris, 1909), p. 303.

stesso substrato ed a temperatura optimum è possibile delimitare i gruppi specifici distinti, che pure esistono nell'àmbito di grandi specie collettive, quale è appunto il *Penicillium glaucum*.

È in base a questo principio che un primo gruppo di ricerche è stato eseguito sopra parecchi mezzi nutritizi indicati appunto da Mangin e rispettivamente poveri (patata, infuso di fagioli) e ricchi (pane, carote cotte ed addizionate di saccarosio (20 %) e di glicerina (10 %), infuso di fagioli addizionato delle stesse sostanze nelle medesime proporzioni). Inoltre serie corrispondenti vennero tenute in osservazione, alle temperature sotto indicate, per tutta la durata dell'esperienza (60 giorni). Nel riassunto che segue, i giorni di coltura sono indicati con numeri romani, i colori coi numeri arabici preceduti dalla sigla CC. (1) e le colture rispettivamente su pane, patata, carota saccarificata, decozione di fagioli semplice e saccarificata colle lettere A, B, C, D, E. Le colture furono tenute in ambiente oscuro.

Temperatura + 3°-5° C. — VI, fiocchi di ife sterili, ialine in B, placchette idem C, fiocchi immersi scarsi E — VII, fiocchi c. s. A, idem immersi D — IX, fiocchi diffusisi in colonie cotonose candide in A, B, C — XII, comparsa conidi A, B — XIII, idem C (CC. 392) — XVIII, colonie numerose, sempre isolate, nummulari A, B, feltro continuo ife sterili con chiazze sporadiche conidizzate C, fiocchi sterili immersi, colorazione del liquido giallognola D, E — XXIV, piccola colonia galleggiante in D — XXIX, idem E — XXXII e XXXIII, conidi rispettivamente in D ed E; colonie sempre distinte, nummulari in A, B, feltro continuo in C. In LX, A, B, C immutati (CC. 338, 338, 339, rovescio 333); D colonie stipate su tutto il substrato, ma sempre nummulari; E 2-3 colonie isolate natanti con stretto margine bianco (CC. 368, 369).

Temperatura + 10°-12° C. — II, fiocchi sterili scarsi e ialini in B — III, fiocchi c. s. minuti in A, fiocchi immersi in E — IV, idem in C ed E — VI, comparsa conidi in A, B — VII, idem C; i fiocchi di ife immerse si sono riuniti a formare un velo sul fondo in D, E — IX, substrato coperto dal feltro delle ife abbondantemente conidizzate (CC. 357) completamente A, B, parzialmente C; piccola colonia galleggiante sterile in D — X, comparsa conidi in D e colonia galleggiante

(1) *CC. = Code des Couleurs* di KLINKSIECK P. e VALETTE TH., Paris, 1908. Adottato in conformità colle recenti monografie sulle Aspergillacee.

sterile in E — XI, conidi in E — XIII, placche conidizzate estese a tutta la colonia con scomparsa dell'alone candido A, B, C (CC. 368, 367, 368) — XIX, colonia ricoprente tutto il liquido in D, due colonie isolate in E (CC. 353); il velo di ife immerse si è molto ridotto. In LX le colonie non hanno sensibilmente mutato, colorazione grigiastra, superficie piana.

Temperatura + *23°-25° C.* — I, fiocchi di ife sericee, minuti in A, B, C, idem immersi in D — II, fiocchi immersi in E — III, comparsa conidi A, B, C, colonie galleggianti e già conidizzate D, E — IV, colonie diffuse a tutto il substrato in A, B, a buona parte in C, abbondantemente conidizzate (CC. 392) con alone candido di ife sterili; in D, E fiocchi immersi già riuniti in velo sul fondo. In B chiazze di pigmentazione gialla — VIII, alone bianco ridotto in A, B, pigmento giallo scomparso in B — X, alone scomparso in A, B, C, substrato ricoperto di un feltro conidizzato, completamente in D, parzialmente in E — XV, le colonie cominciano ad assumere un colore grigiastro (CC. A 374, B 375, C 348, D 349, E 348). Liquido in D, E giallognolo (CC. 187, 182). In LX colonie a superficie liscia o leggermente increspata, grigiastre (CC. 323) con ciuffi sporadici di ife sterili candide.

Temperatura + *37° C.* — V, fiocchi sterili, ialini, minuti in A, placchette idem C, fiocchi immersi D, E — VIII, ife bianche cotonose in C — XV, idem riunite in colonia d'aspetto pannoso in C — XVIII, conidi in C, colonie polverulente ancora sterili in A, liquido giallognolo in D, E — XXVI, conidi distinti in A — XXX, colonie galleggianti ialine (3-4) in E — XXXV, colonie di aspetto pannoso in E. Lo sviluppo è andato lentamente progredendo in A, C, E, non s'è neppure iniziato in B, s'è arrestato in D con disgregazione dei fiocchi di ife immerse (XX). In LX il substrato è in A tutto rivestito di colonie piccole, uniformi, contigue ma distinte, conidizzate (CC. 89); in C rivestimento quasi completo da un feltro di ife con chiazze sporadiche conidizzate (CC. 293); in E superficie del liquido ricoperta da densa crosta ondulata rugosa e verrucosa, composte di colonie confluenti ad orlo bianco e centro conidizzato (CC. 293).

I conidi del gruppo di colture sviluppatesi in ghiacciaia (+ 3°-5° C.) trapiantati in LXI giorno su mezzi freschi e mantenuti nello stesso ambiente diedero luogo a serie perfettamente corrispondenti. Quelli del gruppo coltivato in termostato (+ 37° C.) invece — serie A, C, E — non diedero luogo che alla comparsa di scarse ife sterili galleggianti nel mezzo E, ife che in XXI avevano costituito un tenuissimo velo polverulento, senza traccia di conidi.

Riassumendo, dal punto di vista dello sviluppo generale delle colture, si osserva che — conformemente alla constatazione

già fatta da tempo da Klebs — esse sono favorite dalla presenza nel mezzo di una forte proporzione di zucchero e che, riguardo alla temperatura, esiste un *optimum* bene determinabile fra i 20° ed i 25° C. (cfr. anche altre colture allevate a + 20° C. e floridissime). Le colture ottenute in queste condizioni, su substrato molto nutriente, sono quindi state esaminate (prelevamenti ripetuti, colle precauzioni del caso, a varie riprese) per la descrizione e le misure delle ife e dei conidiofori riferite nella diagnosi. Si è pure constatata così l'assenza di catene di conidi, di coremie, di sclerozi, anche sulle colture invecchiate, che sono state esaminate con particolare diligenza nei riguardi alla possibile presenza di questi ultimi. I conidi sono stati trovati costantemente lisci, sferici, spesso molto piccoli, con una variazione di dimensione abbastanza notevole però per far pensare ad una *formazione disordinata* (Mangin) anche a temperatura *optimum* (μ 2.2-3.7); a meno che non si voglia vedervi un segno di sofferenza da parte di un ceppo fungino proveniente da un ambiente così inconsueto per le forme congeneri. Nei mezzi liquidi lo svolgimento delle ife avviene dapprima immerso ed esse vi presentano le note irregolarità di calibro e le cellule vescicolose intercalari descritte da De Seynes sino dal 1872.

Sulla superficie di queste colture, come delle altre che verranno citate in seguito, m'è accaduto d'osservare ripetutamente l'irregolare comparsa di un essudato di goccie limpide; il fatto non sembra legato in particolare a nessuna delle condizioni realizzate dai vari substrati. Assai più rara è stata l'apparizione di chiazze transitorie di pigmentazione gialla, e non saprei spiegarne, nè l'inizio improvviso da sofferenza della colonia (Czapek), dato il mezzo e la temperatura, nè la rapida scomparsa, perchè l'ipotesi di Stoll (1), che metterebbe in rapporto la distruzione di tale pigmento coll'azione della luce, non calza nel caso delle mie colonie tenute permanentemente all'oscuro. Interessante è pure il fatto che l'alto valore nutritizio del substrato sembra piuttosto accelerare la formazione dei conidiofori che lo sviluppo iniziale delle ife, il quale, a parità di temperatura ambiente, s'inizia prima e più abbondantemente sui mezzi poveri: parti-

---

(1) Stoll O., *Beiträge zur morphologischen und biologischen Carakteristik von Penicilliumarten.* Inag. Diss. (Stuttgard, 1903-4), p. 24.

colare che ci ricorda come già Klebs abbia insistito sulla diversità dei rapporti che i processi vegetativi e riproduttivi delle alghe e dei funghi possono rispettivamente assumere colle variazioni di concentrazione dei liquidi ambienti (1). Infine, specialmente connesso alla biologia di un fungo parassita dell'uomo è il rilievo che la coltivazione a bassa temperatura, quale i conidi possono trovare, per esempio alle superficie o sugli strati superiori del terreno, se rallenta lo sviluppo del micelio non diminuisce la capacità di sviluppo dei conidi; mentre, alla temperatura del corpo umano, questi ultimi, anche quando riescono a formarsi, sono pressochè incapaci di dar luogo ad un nuovo micelio (2). Non è poi forse fuori luogo il rilevare la coincidenza della produzione di formazioni intercalari di diametro superiore a quello dell'ifa, tanto nei micelî immersi nel liquido di coltura, quanto nelle ife parassite nell'interno dei tessuti umani: due ambienti assai poveramente aereati.

3. — Numerose altre ricerche sono state eseguite sui mezzi più svariati, sia organici vegetali ed animali, sia sintetici (soluzioni di Cohn, Raulin, Wehmer, Dox). Premesso che, tanto sugli uni che sugli altri, a temperature *optimum*, lo sviluppo del Penicillo in studio non offrì per lo più deviazioni significative — nelle colonie, nel micelio, nei conidiofori — dalla

---

(1) Klebs G., *Die Bedingungen der Fortpflanzung bei einigen Algen und Pilzen*, Jena, 1896.

(2) Il Tiraboschi (*Ulteriori osservazioni sulle muffe del granturco guasto*, "Annali di Botanica", Roma, 1909, VII, pp. 6-7) contesta non solo la capacità di sviluppo dei conidi di *Penicillium glaucum* a 37° C., ma anche la loro prolungata conservabilità, sia allo stato umido che allo stato secco, a questa temperatura. Si tratta evidentemente di differenze di osservazioni fatte su differenti varietà (o specie?) di un tipo collettivo estremamente polimorfo. Poichè ceppi di *Penicillium* sono capaci di diventare parassiti dell'uomo, la possibilità di sviluppo del loro micelio alla temperatura dei nostri tessuti rimane implicitamente dimostrata; ma è interessante notare come anche micelii che abbiano subìto un adattamento speciale, se sono capaci, coltivati *in vitro*, di dar luogo alla formazione dei conidiofori, non giungano a formare conidii vitali. Onde è da presumere che la scoperta di frammenti di conidiofori in seno ai tessuti, verificatasi in un paio di casi (Bouffard, Nicolle e Pinoy) per granuli derivati da Aspergilli, sia poco probabile in micetomi di origine penicillare.

norma stabilita colle colture di orientamento sopra descritte (1), mi limiterò a riferire sommariamente il decorso di quelle che fornirono qualche dato biologico e diagnostico apprezzabile.

a) Colture su mezzi organici minerali (temp. + 20° C.).

Orina. — II, inizio colonie galleggianti — IV, comparsa dei conidi e di fiocchi immersi — VI, riunione dei fiocchi di ife immerse in un velo — VIII, colonie numerose, indipendenti, rotondeggianti, piane, con alone bianco di ife sterili — XII, colonie assumono un colore grigiastro — XXXIII, immutate.

Latte (addizionato di $CaCl_2$). — III, superficie quasi rappresa, ciuffi di ife ialine sporadici — IV, le ife assumono aspetto cotonoso e compaiono i conidi — VI, colonie di colore rossiccio, increspate, aree conidizzate ancora poco estese — VII, colonie pannoso-polverulente, increspate (CC. 103), aree conidizzate brune o verdognole, liquido sottostante giallognolo — XXXIII, le colonie non hanno cambiato aspetto: ciuffi sporadici di ife sterili bianche, cotonose.

b) Colture su mezzi organici vegetali: frutta dolci (pera, mela) ed acide (arancio, limone) (temp. + 20° C.).

Sviluppo uniformemente rapido: inizio II giorno, comparsa dei conidi III — rivestimento della colonia esteso a tutto il substrato (V) con margine di ife sterili bianche; aspetto ragnateloso sulla pera e mela, pannoso su arancio e limone; conidizzazione abbondante (CC. rispettivamente 338, 367, 367, 362) — XI, aree conidizzate tendenti al grigiastro — XXI, colonie già invecchiate, ragnateloso-polverulente su pera e mela, pannoso-increspate su arancio e limone.

Il Woeltje (2) ha rilevata l'importanza di colture di confronto su frutti dolci ed acidi per la diagnosi dei *Penicillium*, le differenti forme dimostrandosi preferenti per gli uni o per gli altri od indifferenti. Nel caso in studio la maggiore floridezza sui frutti acidi è evidente.

c) Colture intese a dimostrare la resistenza del fungo all'azione di sostanze tossiche esistenti nel substrato o produ-

---

(1) Su liquido di Cohn però le colonie si svolsero con particolare lentezza e, pure formando numerosi conidii, si mantennero sempre (anche in XXX giornata) ialine, sottili, quasi ragnatelose.

(2) Woeltje W., *Unterscheidung der Penicillium – Spezies nach physiologischen Merkmalen*, " Ber. d. deutschen Botan. Gesellsch. ", XXXII (Berlin, 1914), pp. 544-47.

centesi secondariamente in dipendenza della vegetazione del micelio. Il Wehmer ha osservato che somministrando ad un *Penicillium* coltivato in una soluzione nutritizia addizionata di zucchero, del solfato d'ammonio come sorgente di azoto, l'assimilazione dell'ammoniaca da parte del fungo può mettere in libertà una quantità di acido solforico sufficiente a determinarne il deperimento (1). Il Woeltje (l. c.) nota l'importanza diagnostica notevole di questo fatto, in quanto le singole forme di *Penicillium* mostrano una resistenza assai diversa alla presenza nel mezzo di acido solforico libero: alcune vegetano normalmente, altre formano sul substrato soltanto un rivestimento di ife sterili, altre ancora dimostrano altrimenti una vera sofferenza. Nel caso in questione, colture di *P. mycetomagenum* eseguite di confronto nelle condizioni stesse di quelle di Wehmer, utilizzando rispettivamente come sorgente di azoto, asparagina, nitrato potassico e solfato d'ammonio, mi permisero di riconoscerne la resistenza, analoga a quella di *P. italicum* Wehm, *P. corymbiferum* Westl., ecc. Ma la sensibilità dei penicilli verdi varia probabilmente in modo da fornire buoni criteri diagnostici anche di fronte ad un'altra sostanza tossica, il solfato di rame. Sono note, la scoperta da parte del Trabut di un ceppo di *P. glaucum* vegetante in una soluzione di $CuSO_4$ al 9 $^1/_2$ per cento e le esperienze in proposito del De Seynes (2). Nelle mie colture (su liquido di Raulin, mezzo sperimentato ottimo, addizionato di solfato di rame nelle proporzioni di $^1/_2$-1-1.25-2.50-5-10 $^0/_0$) conidi di *P. mycetomagenum* provenienti da un robusto ceppo coltivato su carota saccarificata a temperatura *optimum*, non riuscirono a svolgere le prime ife sterili che in V giorno e nella sola soluzione al $^1/_2$ $^0/_0$; la colonia rimase esilissima, ragnatelosa e non produsse che pochi conidi alla fine dalla quarta settimana, segno evidente di scarsa resistenza, il De Seynes avendo ottenuta la formazione di conidi in decozioni d'orzo addizionate di solfato di rame nelle proporzioni del 2 $^1/_2$-5 $^0/_0$.

(1) Wehmer C., *Selbstvergiftung in Penicillium-Kulturen als Folge der Stickstoff-Ernährung*, " Ber. d. deutschen Botan. Gesellsch. ", Bd. XXXI (1913), pp. 210-225.

(2) De Seynes J., *Résultats de la culture du Penicillium cupricum Trabut*, " Bull. de la Soc. Botanique de France ", XLII (Paris, 1895), pp. 451-55; 482 85.

4. — In possesso dei dati riferiti, possiamo ora chiederci se il *Penicillium* che ha dato luogo al micetoma studiato possa essere classificato fra le specie già note o debba venirne distinto: e quali indicazioni le sue affinità sistematiche possano eventualmente fornirci sulla sua capacità parassitaria.

Noi siamo ben lontani dal conoscere tutte le forme biologicamente distinte e certo numerose del *Penicillium glaucum*, specie molto diffusa e variabile (1), ed anche soltanto dal possedere un censimento dei penicilli raccolti su tutta l'area di distribuzione della specie e descritti in condizioni paragonabili fra di loro, cioè di quell'*optimum* termico ed alimentare in corrispondenza del quale i conidiofori ed i conidi si trovano in fase normale di formazione. Di poca utilità nella determinazione di una forma nuova ci sono quindi memorie anche recenti e coscienziose, quali quelle di Bainier, Stoll, Sopp, Thom, Wehmer, Weidemann, Westling, per non citare che le principali, rappresentando esse raccolte di materiali per lo più locali, studiati secondo la fortuna del loro arrivo in laboratorio; ogni ricerca nuova fornisce materiali nuovi, la descrizione e la biologia dei quali non quadra spesso che approssimativamente con quella delle forme già note. Tale è il caso del *Penicillium mycetomagenum*, che, pel suo *optimum* termico assai inferiore alla temperatura del corpo umano, alla quale si avvicinano assai più le esigenze di altri penicilli, si direbbe una forma di recente, forse eccezionale, adattamento alla vita parassitaria e quindi probabilmente parente di tipi banali largamente diffusi, parassiti dei vegetali o saprofiti. La sua bassa resistenza all'azione del solfato di rame potrebbe interpretarsi come un carattere degenerativo

---

(1) È noto come, per l'impossibilità di definire che cosa intendessero Linné, Link, Fries per *Penicillium glaucum* e *P. crustaceum* e data l'estrema variabilità delle forme comprese sotto questa denominazione, molti micologi hanno assunto come tipo la forma studiata da Brefeld (*Die Entwiklunggeschichte von Penicillium*, " Bot. Unters. u. Schimmelpilze ", II, Leipzig, 1874). Altri, specialmente dopo il moltiplicarsi delle ricerche biologiche e secondo me più logicamente, tendono a non assegnare al nome linneano che il valore di una indicazione collettiva o lo lasciano addirittura cadere. Così Wehmer (in *Lafar. Handl. d. techn. M cologie*, IX, 223-34, Jena, 1905-7), Thom (*Cultural Studies of species of Penicillium*, " U. S Dept. of Agric. Bur. of animal Ind. Bull. ", n. 118, 1910) e Westling (*Die grünen Spezies von Penicillium*, " Ark. för Botanik ", B. 11, n. 1, Upsala, 1910).

del ceppo in esame, la sua poca sensibilità all'azione dell'acido solforico come un carattere d'affinità col *P. italicum*, che parimenti la presenta ed è pure preferente pei frutti acidi in confronto ai frutti dolci. Se però noi seguiamo questa traccia, ci troviamo d'altra parte di fronte a caratteri morfologici — quelli dei conidi, per esempio, relativamente piccoli, sferici e lisci — che ci deviano verso un gruppo di forme affatto differenti. Anche pel *P. mycetomagenum* è prudente quindi accontentarsi per ora di una descrizione accurata senza pretendere di accertare rapporti che riuscirebbero troppo forzati.

D'altra parte le condizioni che rendono accessibili ai conidi del fungo i tessuti umani, ambiente assai prossimo ai limiti della loro tolleranza ecologica, e quindi capace di determinare nel parassita i più svariati caratteri di adattamento, ci sono mal note; e manca a questo primo caso di micetoma penicillare il confronto degli apparati conidiofori e dei conidi di casi consimili. I parassiti dei due micetomi di Bouffard e Brumpt e di Nicolle e Pinoy, osservati rispettivamente in Somalia ed in Algeria, erano due aspergilli: fatto che, se, in accordo colle citate osservazioni di Tiraboschi sulla maggiore capacità di sviluppo delle spore di *Aspergillus* in confronto a quelle di *Penicillium* a temperatura di 37° C., può spiegarsi con un più facile attecchimento delle prime in seno ai tessuti umani, può anche semplicemente dipendere dalla circostanza geografica della distribuzione più settentrionale che sembra presentare il genere *Penicillium* (1). Questi differenti reperti hanno del resto il loro interesse in quanto dimostrano come il quadro clinico ed anatomo-patologico del micetoma melanotico non sia necessariamente legato all'azione di un'unica specie fungina. La malattia sembra bensì più comune nei paesi intertropicali, ciò che può far pensare tanto all'importanza predisponente di condizioni climatiche o di razza, quanto alla presenza, sotto tali latitudini, di specie o di ceppi fungini più attivamente patogeni; ma anche nei nostri paesi il Piede di Madura è probabilmente più comune di quanto lo si diagnostichi; ed in tale differenza di regioni è possibile pensare all'azione esclusiva di qualche razza di aspergillacea?

---

(1) Sopp O. J. O., *Monographie der Pilzgruppe Penicillium*, " Skrifter utgit av Videnskapsselskapet i Kristiania ", 1912.

In ogni modo la sporadicità dei casi, specialmente nei paesi temperati, sembra doversi attribuire al difficile combinare delle condizioni di attecchimento del fungo in seno ai tessuti. Certo l'osservazione del Castellani (1) sul procedere lentissimo dell'infezione, malgrado che nelle prime fasi di sviluppo la reazione dei tessuti appaia molto scarsa, ci rende conto delle difficoltà che l'adattamento del fungo incontra. Oltre all'azione di condizioni termiche mal sopportate, alla comparsa di certi speciali caratteri presentati dal micelio nel granulo antracotico, quali la formazione delle cellule di Carter, o la pigmentazione intensamente nera, sembra, anche per dati rilevati nelle colture, concorra una relativa anaerobiosi, tollerata del resto dal *Penicillium glaucum*, che il Lesage (2) ha fatto vegetare anche in presenza di quantità di ossigeno assai deboli. Ma la complessità delle condizioni è probabilmente ancora maggiore; ed il Brumpt (l. c.) ritiene in proposito che per determinare un micetoma il fungo debba essere inoculato in forma assai resistente, quale forse di rado si trova in natura, ed in ogni modo mediante un numero di conidi abbastanza notevole, perchè, anche quando giungono ad iniziare la loro vegetazione, i giovani miceli bene spesso degenerano dopo pochi giorni.

Data la via dell'infezione il *Penicillium mycetomagenum* è quindi probabilmente una varietà nostrana saprofita, terricola o fimicola, del *Penicillium glaucum*. I caratteri morfologici e biologici rilevati e la insufficienza dei metodi e dei termini di confronto, giustificano il mantenimento della diagnosi pubblicata; ma, meglio che una forma di dubbia autonomia, essa segnala la condizione biologica nella quale un banale fungillo, individualmente dotato di resistenza e di vivacità eccezionali, può diventare un pericoloso parassita per l'organismo nel quale il caso lo faccia penetrare.

Torino, Istituto Botanico, aprile 1921.

---

(1) Castellani A. in Lustig A., *Malattie infettive dell'uomo e degli animali*, vol. II, App. III, p. 1239, Milano, 1915.

(2) Lesage P., *Recherches expérimentales sur la germination des spores du Penicillium glaucum*, " Ann. des Sciences Naturelles. Botanique ", s. VIII, t. I, p. 309.

L'Accademico Segretario
Carlo Fabrizio Parona

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

TANTURRI (Alberto). — Saggio di rappresentazioni analitiche di funzioni singolari . . . . *Pag.* 25

NEGRI (G.). — Ricerche sulla biologia di un Penicillo patogeno (*Penicillium mycetomagenum* Mant. et Ngr.) . . . . . „ 33

Tip. Vincenzo Bona - Torino

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. LVI, Disp. 5ª e 6ª, 1920-1921

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 8.
1921

LETTURE

Un nuovo crostaceo fossile: " Heteroglyphaea Paronae „

Nota di GIUSEPPE COLOSI

(presentata dal Socio nazionale residente T. Salvadori nell'adunanza del 1º maggio 1921)

Devo alla squisita cortesia del Prof. C. F. Parona, che mi affidò interessante materiale, se mi è stato possibile studiare un crostaceo fossile, rinvenuto negli schisti del Lias inferiore della Spezia e che costituisce finora il più antico decapodo descritto per l'Italia (1).

Lo studio di esso non era agevole per la deficienza delle parti osservabili: rimane la parte sinistra dello scudo, compresa la sutura mediana; manca il margine laterale, ma un frammento staccato ne rende possibile la ricostruzione; manca il margine posteriore, ma con tutta probabilità esso non si trovava distante dalla parte conservata; restano ancora il primo pereopodo sinistro con carpopodite, propodite e dattilo, il primo pereopodo destro con meropodite, carpopodite e propodite e il secondo pereopodo destro con meropodite, carpopodite, propodite e dattilo; del terzo mascellipede sinistro sono visibili due articoli; dell'antenna destra rimane qualche frammento informe, dell'antennula sinistra si scorgono due articoli e della destra vi è appena un moncone. Mediante tali elementi mi è stato nondi-

(1) Il fossile, che si trova sopra un frammento lastriforme di calcare scistoso e giallastro, fa parte di una piccola collezione di fossili, essenzialmente ammoniti piritizzate o limonitizzate, del Lias inferiore di Spezia. La roccia è la stessa che comprende gli ammoniti, quella cioè degli strati dei calcari grigi o gialli con scisti dello stesso colore intercalati (Vedi M. Canavari, *Contribuzione alla fauna del Lias inferiore di Spezia*, " Mem. R. Comit. Geol. „, III, p. 2ª, 1888; n. 10 del profilo a pag. 144).

Fig. 1. — Resti fossili di *Heteroglyphaea Paronae.*

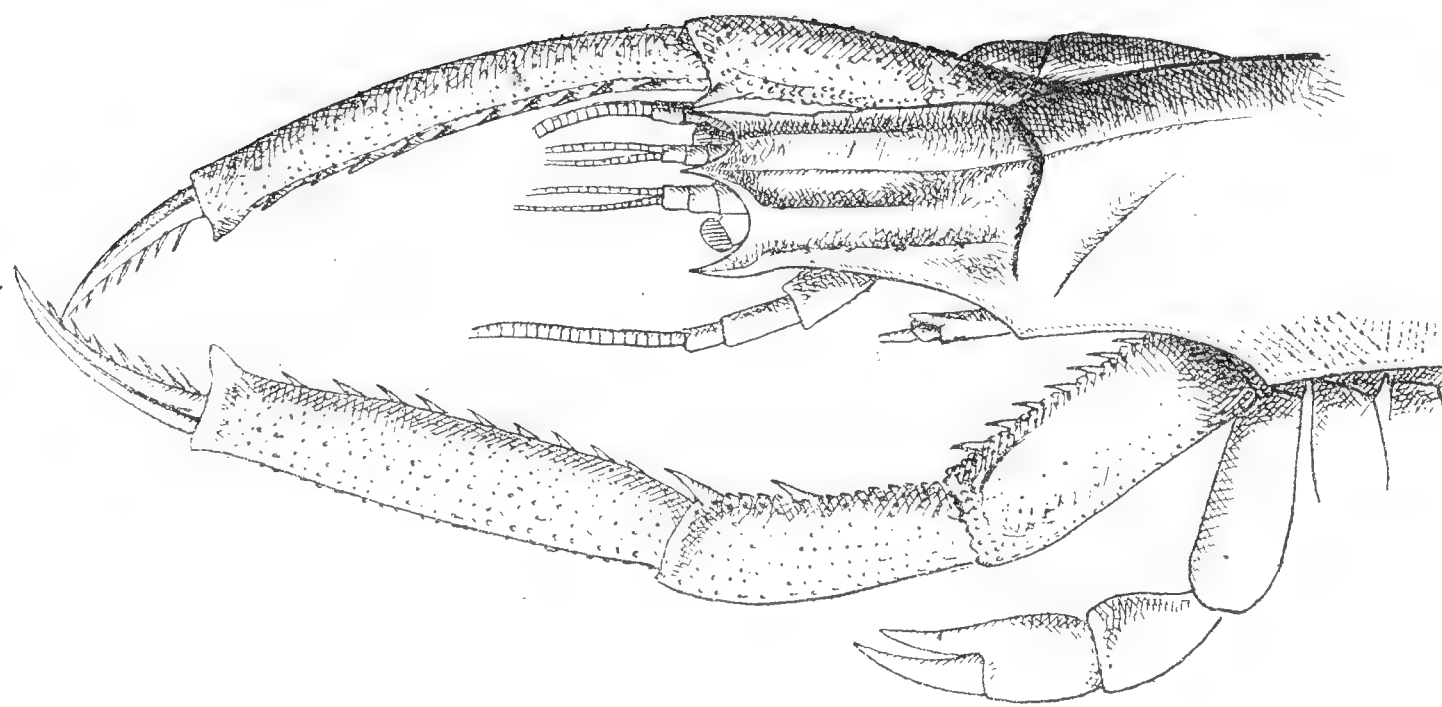



Fig. 2. — Ricostruzione di *Heteroglyphaea Paronae.*

meno possibile ricavare i dati sufficienti per stabilire che il crostaceo da me studiato appartiene a un nuovo genere, che per ricordare le sue affinità chiamo *Heteroglyphaea*: alla specie che lo rappresenta mi è grato dare il nome del Geologo dell'Ateneo torinese.

Gen. Heteroglyphaea n. gen.

Scudo dorsale con larga piastra frontale tricuspidata, con sutura mediana, provvista di creste longitudinali parallele. Solchi cervicali profondi su tutta la loro estensione; solchi branchiali evanescenti nel mezzo dello scudo. Nessun altro solco. Primo paio di pereopodi robustissimi terminati ad artiglio, secondo paio corti e terminati a chela (Altri caratteri sconosciuti).

La mancanza di solchi lungo la regione mediana dorsale posteriormente al solco cervicale vale a distinguere agevolmente questo genere fra gli altri *Glyphaeidae*. La presenza di chele al secondo paio di pereopodi lo fa accostare ai generi *Pemphix* e *Lithogaster*, l'ornamentazione della regione anteriore al solco cervicale al gen. *Glyphaea*; la proiezione della fronte ricorda i Palinuridi.

Heteroglyphaea Paronae n. sp.

Piastra frontale allungata, tricuspidata, limitata posteriormente da un profondo solco cervicale, percorsa longitudinalmente da due paia di creste pressochè parallele, di cui le mediane alla base del dente centrale della fronte convergono costeggiandone i margini, mentre posteriormente diventano evanescenti; le esterne sono più cospicue, ottusamente dentate e posteriormente giungono fino al solco cervicale. Il solco branchiale è evidente ai lati del corpo, evanescente nel mezzo. Margine laterale dello scudo con un dente distante dai piedi mascelle del terzo paio quanto queste dalla fronte. Tutto lo scudo è provvisto di finissime punteggiature. I due primi articoli delle antennule giungono a livello della punta mediana della fronte. Piedi mascelle del terzo paio robusti con meropodite allungato, munito di cresta superiore interna, e carpopodite pisiforme. Primo paio di pereopodi robustissimi uguali;

meropodite con margini tubercolati ed una serie di circa sette spine acute lungo il margine interno, carpopodite più breve del meropodite munito di spine cospicue sul margine interno e superficie tubercolata, propodite lungo una volta e mezza il carpopodite fortemente tubercolato alla superficie e con spine cospicue lungo il margine interno, terminato da un tubercolo voluminoso all'estremità distale interna; dattilo falciforme con profondo solco longitudinale presso il margine interno, che è provvisto di circa sette acute spine. Secondo paio di pereopodi senza strie nè tubercoli, terminati a chela, con carpopodite molto più breve del meropodite, e propodite gracile depresso prolungato in un dito immobile acuto; dattilo un po' curvo, senza denti, lungo circa quanto il dito immobile.

Distanza dell'apice frontale dal solco cervicale . .	mm. 17
„ del dente mediano della fronte dal dente laterale	„ 7,2
„ della sutura mediana dalla base esterna del dente laterale	„ 7,8
Lunghezza del meropodite del 1° paio di pereopodi	„ 18
„ „ carpopodite	„ 15
„ „ propodite	„ 25
„ „ dattilo	„ 13
Lunghezza del meropodite del 2° paio di pereopodi	„ 13
„ „ carpopodite	„ 7
„ „ propodite fino all'inserzione del dattilo	„ 7,2
„ „ dattilo	„ 7.

Torino, Palazzo Carignano, aprile 1921.

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

LETTURE

Il Museo di Carlo Allioni

Notizie storiche

del Can. ERMANNO DERVIEUX

(presentata dal Socio naz. resid. C. F. Paronaa nell'adunanza del 29 maggio 1921)

Nel 1804 decedeva in Torino il medico Carlo Allioni in età di circa 76 anni, che con lavoro colossale aveva contribuito al progresso delle scienze naturali in Piemonte, lasciando nelle mani degli eredi, e specialmente dell'unico suo figlio, il frutto di circa 60 anni di ricerche. Il materiale da lui raccolto, senza contare la preziosa libreria, doveva essere composto principalmente di un erbario, di una collezione d'insetti e di un museo con oltre 6 mila oggetti tra marmi, roccie, minerali, fossili e preparati zoologici. Dell'erbario sempre se ne ebbe memoria, perchè finalmente passò nei locali dell'Orto botanico della R. Università di Torino, ov'è attualmente conservato come prezioso cimelio; della collezione d'insetti non se ne sono ritrovate memorie, probabilmente sarà stata portata nella collezione del museo pubblico. Ma del *museo* se ne perdette affatto memoria, tanto più che si credeva fosse stato fuso con le collezioni della R. Università, conservate allora nel palazzo dell'Accademia delle Scienze, di cui l'Allioni era direttore, avendo poi avuto a successore nella stessa carica l'ab. Borson.

Con tutto ciò è certo però, che l'Allioni aveva un Museo suo proprio e distinto da quello di cui era direttore. L'accademico medico Michele Buniva che lesse una specie di commemorazione dell'Allioni (1), dopo aver parlato della preziosa

(1) Buniva M., *Réflexions sur tous les ouvrages publiés et inédits du docteur Charles Allioni avec notices historiques concernant sa vie, etc.* Lues à l'Académie des Sciences de Turin. — Turin, chez Felix Galletti, 16°, 4 csn., 150 pag., 1 csn., senza anno.

raccolta d'insetti ricca di circa 4200 specie, così scrive a pag. 73: " ..... *il suivit sans la moindre interruption l'étude de toutes les autres classes et il ne rallentit jamais son ardeur pour se procurer les objets les plus curieux, dont il enrichissoit toujours son cabinet, qui renfermait une riche collection d'insectes, et une autre non moins intéressante de substances métalliques, lithologiques, de coquilles exotiques très-rares, naturelles et pétrifiées, et dont plusieurs d'Amboine de zoophites, des productions volcaniques; leur importance et leur nombre ont été annoncées dans un aperçu général dressé par M. le professeur Borson, lequel a dû être suffisant aux amateurs et aux savans, pour connoître et juger par approximation, les prix de ce cabinet* ".

Dalle parole del Buniva si comprende, che l'Allioni si era formata una collezione propria; quello però che è curioso si è come il Buniva, che dava alle stampe il suo lavoro senza data, ma attribuito al 1810 o 1811, non ricordasse nel suo scritto che il detto museo era stato venduto già fin dal 1808. Se si osserva la condizione in cui si trovava l'Allioni nei suoi ultimi giorni, facilmente si troverà la spiegazione del perchè il suo museo privato sia stato messo in vendita. Il GENSANA, infatti, in un articolo biografico uscito in un piccolo periodico torinese dal titolo " L'ape subalpina " nel n° 12 del 30 giugno 1811 così parla della fine dell'Allioni: " *Molto profuso avendo nelle botaniche remote scorse o da altri a suo conto intraprese; molto nel museo, nella biblioteca ricca di circa quattro mila volumi, nelle letterarie corrispondenze, nella stampa delle sue opere, moltissimo nel soccorrere e salvare dall'obbrobio qualche suo troppo propinquo congiunto ritrovatosi in mali impegni, ne avvenne che il suo patrimonio, tuttochè fosse assai pingue, che no, venne in parte esaurito. L'epoca del pagamento di molti debiti veniva a scadere nel 1804* ... ". È doloroso che un uomo tanto benemerito abbia dovuto fare una simile fine!

Il suo museo venne venduto con atto notarile l'8 aprile 1808 dal figlio Giuseppe, e l'originale dell'atto si conserva negli Archivi di Stato. " *Fut presente monsieur Ioseph Allione* (1) *medecin domicilié à Turin le qual par ces presentes a avec promesse de*

---

(1) Qua è scritto *Allione*, mentre ordinariamente si scrive *Allioni*.

garantie comis et cede à monsieur l'avocat Ioseph Bertalazone proprietaire domiciliè à Turin en sa qualité de père et de tuteur de plein droit de son fils Louis, heritier universel de monsieur Ioseph Canova son beau-père ici present et acceptant le Museum composé des substances mètalliques organiques en etat de petrification, de pierres, de coquilles naturelles et zoophites avec une suite de productions vulcaniques et une quantité de doubles, le quel Museum appartien à monsieur le medecin Ioseph Allione comme heredier de monsieur Charles Allione en son avant docteur en medecin son père et monsieur l'avocat Bertalazon ..... il declare d'avoir retiré ensemble au dit Museum le Catalogue methodique de la Collection, qui est en quattre gros volumes manuscriptes. Une telle cession fait moyennant le prix de cinqmillecinquent francs ... „ (1).

Questo atto pubblico di vendita prova, che non ha valore l'asserzione fatta dall'autore anonimo di un articolo biografico sull'Allioni pubblicato nel volume che ha per titolo: *Biografia iconografica degli uomini celebri che dal sec. X ai dì nostri fiorirono nei paesi oggidì componenti la monarchia di Savoia. Opera a beneficio del R. Ricovero di mendicità di questa Capitale* (2), ove a pag. 328 si legge: “ *Queste tre collezioni, cioè di fossili, d'insetti, di minerali passarono quindi al Regio Museo di storia naturale in un col catalogo suddetto, compreso in quattro grandi volumi manoscritti, dove di ciascun oggetto specificatamente è discorso* „.

Uscito così il museo dalla famiglia Allioni, non si è potuto precisare per quanto sia stato in casa del primo compratore; il fatto però è che nel 1846 esso era stato trasportato in un antico convento posto sulla collina di Torino nel territorio di Pecetto, divenuto villa signorile, detta con l'antico nome l'*Eremo*. E ciò è confermato da una relazione di perizia a stampa con la data di quell'anno, in cui quello stabile era stato posto in vendita con pubblico incanto. In detta perizia all'art. 44 si trova: “ *Altro fabbricato civile (presso l'antico campanile) de-*

(1) Atto ricevuto dal not. Ansaldi di Torino, conservato nell'Archivio di Stato, sez. II, pacco 143.

(2) Stampato a Torino, tip. Baricco e Arnaldi, 1845, in 8°, di IX-356 pp., con molti ritratti. Opera rimasta incompleta.

stinato a Museo e biblioteca ... la stanza del Museo, con entro sette scanzie vetrate colorite in verde poste su basamenti scompartibili in tanti piccoli cassettini per custodirvi gli oggetti componenti il Museo di mineralogia come furono raccolti dal professor Allione, coi relativi manoscritti ed acquistati dal sig. Giuseppe Raineri per 5 mila lire ..... „ (1). In questo documento molto facilmente il relatore della perizia incorse nell'errore, credendo che il Raineri avesse direttamente fatto acquisto dalla famiglia Allioni del detto museo, mentre invece lo aveva acquistato di seconda mano, cioè dall'avv. Bertalazone.

L'incanto sopradetto fu favorevole al sig. Antonio Fornaca il quale acquistò lo stabile dell'Eremo con il relativo museo, ed i suoi eredi nel 1854 vendettero al sig. Onorato Gaiero, che a sua volta nel 1870 lo vendette a certo Borgetto, dal quale nel 1874 venne finalmente nelle mani dell'Arcivescovo di Torino Mons. Lorenzo Gastaldi, il quale lo destinò per villeggiatura dei chierici seminaristi. In tutto questo tempo il museo Allioni rimase come un oggetto curioso, che si guarda e poi si lascia com'è (2). Quando invece fu nelle mani dell'Arcivescovo, dal 1877 al 1883, durante le ferie estive ha servito per le lezioni di mineralogia e specialmente di geologia, che si tennero in quella villa dal prof. Mons. Duvina. Nel 1887 poi si pensò di metterlo in condizione onde potesse servire specialmente per gli studi liceali, che hanno luogo nel Seminario di Chieri, e fu appunto colà che venne trasportato e ove attualmente ancora si trova insieme ai volumi mss. di mano dell'Allioni stesso, conservando la maggior parte degli oggetti ancora il numero d'ordine progressivo incollato oltre ad un secolo fa. Ed è certo questa scoperta assai interessante, perchè c'è da sperare che possa dare modo di venire alla determinazione precisa delle specie numerate nella prima pubblicazione pa-

---

(1) *Relazione di perizia per la vendita ai pubblici incanti della villa dell'Eremo posta sui colli di Torino dell'arch. Carlo Gabetti del 30 luglio 1846.* Tipografia Canfari, 28 pag. in fol.

(2) Fa d'uopo notare però che i campioni dei minerali d'oro e d'argento sono stati rubati, e non se ne ha memoria che nella registrazione del catalogo.

leontologica del nostro Piemonte, che è opera di Carlo Allioni (1).

Il Buniva, nella commemorazione a pag. 74, scriveva: " *Je ne devois manquer de faire cette remarque, car ce musée date d'une époque bien glorieuse pour Allioni; tous les autres analogues, à l'exception de celui de l'Université, sont postérieurs, et nul d'entr'eux ne contenoit des objets aussi rares, et provenant de regions aussi éloignées que le sien, qui a toujours été bien entretenu, et bien classé* ... ".

L'Allioni per le sue ricerche botaniche intraprese viaggi (specialmente tutta la parte collinosa del Piemonte fu più volte battuta dalle sue peregrinazioni), ed è in questo modo che nel ricercare vegetali trovava pure conchiglie fossili, che attrassero la sua attenzione e l'invogliarono di farne raccolta; così iniziò la sua carriera paleontologica, e la collezione relativa andò man mano ingrandendo e arricchendosi anche con il materiale avuto in cambio dagli altri collezionisti, con cui si mise in relazione.

Sfogliando i volumi in cui è raccolta la sua corrispondenza, attualmente conservati nell'Accademia delle Scienze di Torino, si trovano indicazioni preziose che dànno il modo di ricostrurre la storia del suo Museo. Così nella corrispondenza con il dottor Conrad Amman di Schaffhausen dal 1759 al 1767 si trovano gli elenchi di circa 356 campioni di fossili, minerali e marmi; da certo Andre di Hamburg dal 1765 al 1771 circa 169 altri campioni. L'11 agosto 1769 da Livorno il frate Ambrogio di S. Agostino, trinitario scalzo, gli annunziava la spedizione di amianto e ferro ed altri minerali dell'Isola d'Elba, ed il 18 agosto 1758 Antonio Astrua pure *pietre e pietrificazioni.* A Bologna era entrato in relazione col naturalista Ferdinando Bassi (2), di cui si hanno 378 lettere dal 1751 al 1774. Il Bassi il 14 settembre 1751 gli scriveva: " *Ritornato a Bologna preparerò per*

(1) *Oryctographiae pedemontanae specimen, Exhibens corpora fossilia terrae adventitia, auctore Carolo Allionio ph. et med. doct.* ... Parisiis ad ripam augustinorum. Apud Bauche ... MDCCLVII, 8°, VIII, 82 pag., 2 tav.

(2) Notizie su F. Bassi si hanno nel vol. 1° a pag. 381 del Fantuzzi, *Notizie degli scrittori Bolognesi.* Bologna, 1781.

lei nuovi fossili del Bolognese, se a lei così piace ... „, ed il 14 dicembre: “ ... *In essa scatola troverà un pezzo di ossa di costa scavato in un monte composto a strati di topho; ritroverà pure un pezzo di sasso con le concamerazioni di Balani, ritrovato nello stesso monte, de l'arena nella quale vi sono piccolissime corna d'Ammone* ... *è di più aggiunto qualche pesce, che ricavasi dalle miniere di Gesso in Mondolfo nelle Romagne ed altre cose* ... „, ed il 12 gennaio 1752: “ ... *ritroverà la pietra lucida bolognese ottima e perfetta e varie coclee col nucleo agatata* ... „. Da Cagliari il 6 gennaio 1754 il dott. Michele Antonio Plazza (1) gli spediva minerali e campioni di terre della Sardegna.

E sarebbero senza fine le citazioni che si potrebbero portare; queste però bastano a far vedere di quanto interesse sia la notizia, che il Museo di Carlo Allioni esiste ancora.

Credo utile ricordare, per le ricerche biografiche sopra C. Allioni, il lavoro pubblicato dal prof. Oreste Mattirolo, direttore dell'Orto Botanico e membro di questa Accademia, col titolo: *Note bibliografiche Allioniane e Nomenclator Allionianius*. Genova, 1904, in 16° di 82 pag. e 2 Tav., estratto dalla “ Malpighia „, anno 18°, vol. 18°.

Era già pronta per la stampa la presente Nota, quando si sono ritrovate notizie circa la *collezione d'insetti* raccolti dall'Allioni, la quale sarebbe stata anch'essa venduta a F. A. Bonelli, il quale alla sua volta l'avrebbe ceduta al Museo di Torino. Risulta dall'*Elogio storico* letto a quest'Accad. dal Gené nel 1832 in onore del Bonelli ove ricordando l'entomologia scrive: “ percorse la Liguria, la Provenza, la Savoia e rivide i contorni della città. Il copioso prodotto di queste escursioni, la *compera delle collezioni entomologiche del Dott. Allioni* e del Rubinetti, venute a quei giorni in vendita „. E M. Lessona, nel discorso inaug. dell'anno accad. alla R. Università di Torino nel 1877 *sugli studi zoologici in Piemonte*, nel ricordare l'Allioni dice: “ Si fece una privata sua collezione d'insetti, che fu acquistata poi dal Museo dopo la sua morte „.

(1) Il Plazza fu tra gli Accademici di Torino, e moriva in Cagliari il 28 febbraio 1791.

Aree di curve piane

Nota di ELISA VIGLEZIO
Dott. Assistente nella R. Università di Torino

(presentata dal Socio naz. resid. Giuseppe Peano nell'adunanza del 29 maggio 1921)

In un piano fisso, sia o un punto; sia i la rotazione dell'angolo retto positivo dei vettori di questo piano.

Il punto o e la rotazione i determinano il piano, che dirò piano oi. Indichiamo con a, b, c, ... dei vettori nel piano considerato, e con h, k, l, ... dei numeri interi, positivi o negativi. Allora si ha il

TEOREMA I. "*L'area limitata dalla curva descritta dal punto*

$$p(t) = o + e^{hit} a + e^{kit} b + e^{lit} c + \ldots$$

quando t varia fra 0 *e* 2π, *vale*

$$h\pi a^2 + k\pi b^2 + l\pi c^2 + \ldots \text{ ''}.$$

Poichè $p(2\pi) = p(0)$, e in generale, $p(t + 2\pi) = p(t)$, la curva descritta dal punto p, nell'intervallo da 0 a 2π, è chiusa, e il moto del punto p ha per periodo 2π. L'area limitata dalla traiettoria del punto p deve essere considerata con segno; e, se la curva è intrecciata, si dovrà attribuire segno opportuno alle singole parti, come richiamerò in seguito.

Il punto $o + e^{hit} a$, variando t fra 0 e 2π, descrive h volte la circonferenza di centro o, e di raggio il modulo di a; e $h\pi a^2$ è precisamente l'area di questo cerchio, contata pure h volte. I vettori della forma $e^{hit} a$ furono anche detti " vettori rotanti ". Se per un momento attribuiamo ai vettori l'origine o, cioè li confondiamo con segmenti, il teorema enunciato assume la forma: " *L'area descritta dal vettore somma di più vettori rotanti vale la somma delle aree descritte dai componenti* ".

Se i vettori rotanti sono due, la curva descritta da p è una epicicloide, che può avere cuspidi, o flessi, o nodi, o nessuno di questi punti singolari. L'area di queste epicicloidi è nota, e coincide in sostanza con quanto risulta dal teorema in questione. Vedi p. es. G. PEANO, *Formulario Mathematico*, a. 1908, pag. 404, prop. 2·7. Se i vettori rotanti son più di due, allora la curva descritta da p fu detta cicloide di ordine superiore, vedi G. LORIA, *Ebene Curven*, a. 1902, pag. 487; ma in nessun posto veggo determinata l'area. Questo calcolo è molto semplice coi metodi vettoriali.

Su due vettori u e v si considerano più specie di prodotti. Il più importante è il prodotto interno:

1. $$u \times v = (\text{mod}\, u)\, (\text{mod}\, v) \cos (u, v).$$

Esso è commutativo:

2. $$u \times v = v \times u.$$

È distributivo:

3. $$u \times (v_1 + v_2) = u \times v_1 + u \times v_2 .$$

Ed è associativo rispetto ad un fattore numerico reale m:

4. $$(mu) \times v = m\, (u \times v).$$

Ma non lo è rispetto a fattori imaginari. Essendo u e v nel piano oi, si ha:

5. $$(i u) \times (i v) = u \times v,$$

e in generale se t è una quantità numerica:

6. $$(\mathrm{e}^{it}\, u) \times (\mathrm{e}^{it}\, v) = u \times v,$$

poichè la moltiplicazione per i, o per e^{it}, fa rotare i vettori, senza alterarne il modulo, nè l'angolo fra essi.

7. $$(i u) \times v = -\, (i v) \times u.$$

Infatti moltiplico i due fattori per i, con la regola 5, poi commuto con la regola 2. Si ha pure:

8. $$(iu) \times u = 0.$$

L'espressione $(iu) \times v$ è una specie di prodotto alterno, od esterno dei vettori u e v.

Siano o, p, q dei punti nel piano oi, allora:

9. $$opq = \frac{1}{2} [i(p-o)] \times (q-o),$$

cioè, opq misura l'area del triangolo opq, col segno + o —, secondo che quel triangolo ha lo stesso senso di $o(o+a)(o+ia)$, essendo a un vettore arbitrario nel piano oi, o senso opposto.

Indico con $p_0, p_1, p_2 \ldots p_n = p_0$, dei punti nel piano oi, vertici di una poligonale chiusa. Allora per area della poligonale s'intende la somma:

$$\mathrm{A} = op_0p_1 + op_1p_2 + \ldots + op_{n-1}p_n = \\ = \frac{1}{2} \sum [i(p_r - o)] \times (p_{r+1} - o),$$

ove r varia fra 0 ed $(n-1)$. Si può anche scrivere:

$$\mathrm{A} = \frac{1}{2} \sum [i(p_r - o)] \times (p_{r+1} - p_r).$$

Questa somma dipende solamente dal poligono e non dal punto o. Invero, se al posto di o pongo un altro punto $o+v$, ove v è un vettore nel piano oi, questa somma diventa:

$$\mathrm{A} = \frac{1}{2} \sum [i(p_r - o - v)] \times (p_{r+1} - p_r) = \\ = \frac{1}{2} \sum [i(p_r - o)] \times (p_{r+1} - p_r) - \frac{1}{2} (iv) \times \sum (p_{r+1} - p_r).$$

Quest'ultimo termine è nullo, perchè:

$$(p_1 - p_0) + (p_2 - p_1) + \ldots + (p_n - p_{n-1}) = p_n - p_0 = 0$$

essendo chiusa la poligonale considerata; quindi questa somma non varia leggendo $o+v$, al posto di o.

Se poi i punti della poligonale considerata si susseguono con continuità, formando una linea chiusa, l'area limitata dalla curva descritta dal punto p sarà:

$$10. \qquad \text{area} = \int op\,\mathrm{d}p = \frac{1}{2}\int [i\,(p-o)] \times \mathrm{d}p.$$

Gli elementi d'area possono essere tutti, o solo in parte, dello stesso segno, e la curva descritta da p può essere comunque intrecciata. La considerazione dell'area con segno si trova in Möbius, a. 1827, Belavitis, a. 1832.

Ritornando al nostro teorema, avremo:

$$p\,(t) = o + e^{hit}\,a + e^{kit}\,b + e^{lit}\,c + \ldots;$$

differenzio:

$$\mathrm{d}p\,(t) = i\,[h\,e^{hit}\,a + k\,e^{kit}\,b + l\,e^{lit}\,c + \ldots]\,\mathrm{d}t.$$

Sostituisco nella 10, e divido i due fattori per i, conforme alla regola 5, ed ho:

$$\text{area} = \frac{1}{2}\int [e^{hit}\,a + e^{kit}\,b + e^{lit}\,c + \ldots] \times$$
$$\times [h\,e^{hit}\,a + k\,e^{kit}\,b + l\,e^{lit}\,c + \ldots]\,\mathrm{d}t$$

ove l'integrale si considera fra 0 e 2π. Eseguiamo i prodotti termine a termine. Il prodotto dei termini corrispondenti:

$$(e^{hit}\,o) \times (h\,e^{hit}\,a) = a \times (h\,a) = h\,a^2,$$

per la proposizione 6; perciò integrando questi, termine a termine, otterremo:

$$h\pi a^2 + k\pi b^2 + l\pi c^2 + \ldots$$

Il prodotto dei termini non corrispondenti:

$$(e^{hit}\,a) \times (k\,e^{kit}\,b) = k\,(\mathrm{mod}\,a)\,(\mathrm{mod}\,b)\cos[\mathrm{ang}\,(a,b) + (h-k)\,t]$$

ed integrati rispetto a t, fra 0 e 2π, dànno zero. Quindi:

$$\text{area} = h\pi a^2 + k\pi b^2 + l\pi c^2 + \ldots$$

come volevamo dimostrare.

Applico il teorema alla determinazione dell'area limitata da alcune epicicloidi.

La cardioide generata dal punto:

$$p(t) = o + (2h\,e^{it} + h\,e^{2it})\,a, \text{ ha per area} = 4\pi h^2 + 2\pi h^2 = 6\pi h^2.$$

L'asteroide:

$$p(t) = o + \left(\frac{3}{4}\,h\,e^{it} + \frac{h}{4}\,e^{-3it}\right)a, \text{ ha per area } = \frac{3}{8}\,\pi h^2.$$

La lumaca di Pascal:

$$p(t) = o + (h\,e^{2it} + k\,e^{it})\,a; \text{ area} = \pi\,(2h^2 + k^2).$$

L'ellissi di semiassi m ed n:

$$p(t) = o + \left(\frac{m+n}{2}\,e^{it} + \frac{m-n}{2}\,e^{-it}\right)a; \text{ area} = \pi m n.$$

La caustica per riflessione:

$$p(t) = o + (3h\,e^{it} + h\,e^{3it})\,a; \text{ area} = 12\pi h^2.$$

Una proposizione più generale della precedente è data dal seguente:

Teorema II. "*Conservando $o, a, b, c, \ldots, h, k, l, \ldots, i$ il significato del teorema I, e se u è un vettore del piano oi, pongo:*

$$q(t) = o + tu, \text{ e}$$
$$p(t) = q(t) + e^{hit}\,a + e^{kit}\,b + e^{lit}\,c + \ldots$$

ove t varia fra 0 e 2π, allora l'area descritta dal segmento avente per estremi $q(t)$ e $p(t)$, cioè limitata dalla traiettoria del punto p, dalla posizione finale di detto segmento da $p(2\pi)$ a $q(2\pi)$, dalla traiettoria del punto q, in senso inverso da $q(2\pi)$ a $q(0)$, e dalla posizione iniziale da $q(0)$ a $p(0)$, vale ancora, come prima:

$$h\pi a^2 + k\pi b^2 + l\pi c^2 + \ldots \text{ "}.$$

Il punto q ha un moto uniforme rettilineo; e il moto del punto p è composto, del moto rettilineo di q, e di più moti rotatori con periodo 2π. Si ha:

$$p(t+2\pi)=p(t)+2\pi u;$$

la curva si compone perciò di tanti archi, che si ottengono da quello descritto fra 0 e 2π, trasportandolo di un multiplo del vettore $2\pi u$.

Per dimostrare il teorema II, ricordo la regola (Peano, *Lezioni di analisi infinitesimale*, a. 1893, t. II, pag. 225):

Se p e q sono punti mobili del piano, ove la variabile varia fra t_0 e t_1, l'area descritta dal segmento pq, limitata dalla traiettoria di p nel senso diretto da p_0 a p_1, dal segmento $p_1 q_1$, dalla traiettoria di q in senso inverso, cioè da q_1 a q_0, e dal segmento $q_0 p_0$, è dato dalla seguente proposizione 11, che qui dimostrerò trasformando la 10.

Si ha:

$$\mathrm{A}=\int op\,\mathrm{d}p+op_1q_1-\int oq\,\mathrm{d}q-op_0q_0,$$

cioè:

$$2\mathrm{A}=\int[i(p-o)]\times\mathrm{d}p-\int[i(q-o)]\times\mathrm{d}q+$$
$$+[i(p_1-o]\times(q_1-o)-[i(p_0-o)]\times(q_0-o).$$

Questi ultimi termini esprimono l'incremento della funzione $[i(p-o)]\times(q-o)$, che vale l'integrale della derivata, cioè:

$$\int[(i\,\mathrm{d}p)\times(q-o)+[i(p-o)]\times\mathrm{d}q].$$

Sostituendo questo valore, osservando però che, per la 7,

$$(i\,\mathrm{d}p)\times(q-o)=-i(q-o)\times\mathrm{d}p,$$

avremo:

$$2\mathrm{A}=\int\{[i(p-o)]\times(\mathrm{d}p+\mathrm{d}q)-[i(q-o)]\times(\mathrm{d}p+\mathrm{d}q)\}.$$

11. $$\mathrm{A}=\frac{1}{2}\int[i(p-q)]\times(\mathrm{d}p+\mathrm{d}q)=\int[i(p-q)]\times$$
$$\times\left[\mathrm{d}q+\frac{1}{2}\mathrm{d}(p-q)\right].$$

Nel nostro caso, poichè:

$$p(t) = q(t) + e^{hit} a + e^{kit} b + e^{lit} c + \dots$$

applicando la 11, avremo:

$$A = \int [i (e^{hit} a + e^{kit} b + e^{lit} c + \dots)] \times$$
$$\times \left[u + \frac{1}{2} (ih e^{hit} a + ik e^{kit} b + il e^{lit} c + \dots)\right] dt$$
$$= \int [i (e^{hit} a + e^{kit} b + e^{lit} c + \dots)] \times$$
$$\times u\,dt + \frac{1}{2} \int (e^{hit} a + e^{kit} b + e^{lit} c + \dots) \times$$
$$\times (h e^{hit} a + k e^{kit} b + l e^{lit} c + \dots)\, dt.$$

Questi integrali sono considerati fra 0 e 2π, perciò il primo vale zero. Infatti:

$$\int_0^{2\pi} e^{hit}\, dt = 0 .$$

Il secondo integrale fu già considerato nel teorema primo, e vale:

$$h\pi a^2 + k\pi b^2 + l\pi c^2 + \dots$$

Quindi l'area descritta dal segmento che va dal punto $q(t) = o + ut$ al punto $p(t)$ della cicloide di ordine superiore vale la somma delle aree descritte dai vettori rotanti.

Considero la cicloide propria o cuspidata, supponendo eguale all'unità il raggio del cerchio mobile, descritta cioè dal punto:

$$p(t) = o + at + ia - ia e^{-it}.$$

Il cerchio mobile si sviluppa sulla retta (o, a). La posizione iniziale del centro è $o + i\hat{a}$, mod $a = 1$.

Considero l'area descritta dal segmento $p(t)$, $q(t)$ ove ho posto:

$$q(t) = o + ta + ia ;$$

$q(t)$ è il centro del cerchio mobile. Se quest'area si suppone descritta nel senso in cui si muove $p(t)$ e contrario a quello

in cui si muove $q(t)$, essa vale l'area del cerchio di raggio eguale all'unità di misura, cioè $-\pi$. Quest'area è intrecciata; per ottenere l'area compresa fra l'arco e la retta base, devo aggiungere il rettangolo compreso fra il raggio $p(0)$, $q(0)$, la corda da $q(0)$ a $q(2\pi)$, il raggio da $q(2\pi)$ a $p(2\pi)$ e la corda da $p(2\pi)$ a $p(0)$, che vale -2π.

Quindi l'area compresa fra l'arco descritto dal punto $p(t)$ e la retta base, vale -3π.

Percorrendo il perimetro nel senso diretto del segmento rettilineo da $p(0)$ a $p(2\pi)$, e in senso inverso all'arco di cicloide da $p(2\pi)$ a $p(0)$, l'area vale 3π.

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

PUBBLICAZIONI FATTE SOTTO GLI AUSPICI DELL'ACCADEMIA

Il Messalè miniato del card. Nicolò Roselli detto il cardinale d'Aragona. Codice della Biblioteca nazionale di Torino riprodotto in fac-simile per cura di **C. Frati, A. Baudi di Vesme** e **C. Cipolla.**

Torino, Fratelli Bocca editori, 1906, 1 vol. in-f° di 32 pp. e 134 tavole in fotocollografia.

Il codice evangelico *k* della Biblioteca Universitaria nazionale di Torino, riprodotto in fac-simile per cura di **C. Cipolla, G. De Sanctis** e **P. Fedele.**

Torino, Casa editrice G. Molfese, 1913, 1 vol. in-4° di 70 pagg. e 96 tav.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

COLOSI (Giuseppe). — Un nuovo crostaceo fossile: “*Heteroglyphaea Paronae*” . . . . Pag. 45

DERVIEUX (Ermanno). — Il Museo di Carlo Allioni. Notizie storiche „ 49

VIGLEZIO (Elisa). — Aree di curve piane . . . . „ 55

Tip. Vincenzo Bona – Torino

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. LVI, DISP. 7ª, 1920-1921

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 8.
1921

Relazione della Commissione per il premio GAUTIERI riservato alla *Letteratura* (triennio 1917-1919).

EGREGI COLLEGHI,

Gli autori che hanno inviato i loro scritti a questa Reale Accademia per concorrere al premio Gautieri per la Letteratura (triennio 1917-1919) sono, in ordine alfabetico, i seguenti:

LUIGI CERRATO,
CATELLO DE VIVO,
GIOVANNI LATTANZI,
FRANCESCO LO PARCO,
LUIGI RUSSO,
SEBASTIANO SCANDURA,
GIOVANNI TOFFANIN,
LUIGI TONELLI.

LUIGI CERRATO, professore ordinario di Letteratura greca nella R. Università di Genova, presenta al giudizio della Commissione un volume intitolato *Le odi di Pindaro, testo, versione, commento* (estratto dagli “ Atti della R. Università di Genova „, 1918). Il testo pindarico, fondato principalmente su quello del Christ, è corretto, la versione in prosa è chiara ed accurata, se anche talvolta un po' fiacca e pedestre. Il commento, in generale assai elementare, usufruisce in larga misura i commentatori precedenti a cominciare dal Böckh e contiene quel che è più necessario per superare le difficoltà grammaticali e lessicali e intendere le allusioni mitologiche del testo. Lavoro dunque senza dubbio utile a chi voglia senza troppa fatica leggere, intendendolo, il difficilissimo poeta. Ma l'A. non ha creduto di fornirci elementi nuovi nè per la valutazione artistica dei singoli epinici nè per lo studio della ragion poetica di Pindaro in generale, sia mediante l'analisi estetica degli epinici stessi, sia mediante quella dei loro ritmi in sè o in relazione col contenuto. E ha lasciato in massima da parte il problema gravissimo della posizione che Pindaro prende di fronte al mito, elaborandolo, espurgandolo, rivivendolo, sia come artista, sia come credente: che è problema capitale e per l'arte pindarica e per la storia della mitopeia e della religione greca.

Come pure non si è proposto di approfondire le relazioni tra il poeta e l'età sua portando nuova luce nell'interpretazione storica di alcune odi e nei gravi problemi storico-cronologici che vi si collegano. In conclusione, un buon lavoro: ma, salvo alcuni particolari d'interesse più che altro strettamente filologico, l'A. non ha dato un contributo allo studio della poesia pindarica che potesse in alcun modo rivaleggiare (per tacere di esegeti non italiani) con i prolegomeni e le introduzioni alle singole odi del Fraccaroli.

G. Lattanzi presenta un poemetto lirico, *Quando noi morti ci desteremo* (Alatri, 1918), che non sembra di tale importanza e di tale valore da essere messo in confronto con i pochissimi lavori di carattere poetico presi in considerazione altre volte pel premio Gautieri.

I lavori di C. De Vivo, *Fiabe* (Gallipoli, 1920), *Studi manzoniani* (Rocca S. Casciano, 1916), per la data della loro pubblicazione non rispondono alle condizioni del programma. E il primo, se anche nonostante la data del 1920 fosse stato pubblicato nel 1919, per la sua tenuità non è tale da essere preso in considerazione pel premio.

Tenui e di pura curiosità erudita sono i saggi manzoniani del Lo Parco; a cui dobbiamo invece un nuovo contributo assai notevole agli studi da lui valorosamente coltivati sull'Umanismo. La sua monografia *Tideo Acciarini umanista marchigiano del sec. XV* illustra una figura secondaria ma non trascurabile, sinora completamente ignorata. L'Acciarini forma, per così dire, l'anello di congiunzione tra la corrente letteraria della media Italia nel '400 e il mezzogiorno della penisola. Con indagini minuziose il Lo Parco ritesse sui pochi dati superstiti le vicende dell'Acciarini. Un'analisi fin troppo ampia è dedicata ai suoi carmi (di cui ci è data una diligentissima edizione critica) e in ispecial modo all'opuscolo *De animorum medicamentis*, che ha indubbiamente valore anche per la storia della pedagogia, ed è chiamato dal Cian (" Giornale storico ", LXXVI, 171) " uno degli antecedenti più notevoli del *Cortegiano* " del Castiglione.

Pur riconoscendo nei debiti limiti (scusabilmente esagerati un po' dall'autore) l'importanza dei risultati a cui è giunto il Lo Parco con questa sua lodevolissima ed aspra fatica, non crediamo però che la sua monografia possa cimentarsi a confronto con le pubblicazioni del triennio, esaminate in seguito, tanto più ragguardevoli non solo per altezza di soggetto, ma per robustezza di pensiero e d'espressione.

Lo studio del Russo su *Giovanni Verga* è ingombrato in gran parte da un'analisi trita e superflua di *Cavalleria rusticana*, dei *Malavoglia*, ecc. Poco o punto aggiunge, sia per dati biografici, sia per considerazioni critiche, alle pagine del Croce (*La letteratura della Nuova Italia*, vol. III), su cui evidentemente si modella: solo esagerando in frasi ditirambiche d'ammirazione sconfinata.

Sebastiano Scandura presenta un suo volume intitolato *Il pensiero politico di Vittorio Alfieri e le sue fonti* (Catania, Muglia, 1919).

È noto come quasi tutte le opere dell'Alfieri, specialmente il trattato della *Tirannide* e le tragedie, contengano numerose idee politiche che ora si chiamerebbero sovversive e che ai tempi dell'autore destarono gran rumore e discussioni infinite.

Ora, quelle idee sono esse parto della mente del nostro Astigiano? oppure furono da lui tolte a scrittori anteriori? In altre parole, è il pensiero politico che troviamo da lui manipolato, veramente originale e suo? Ecco l'interessante problema che lo Scandura si propose di risolvere.

Grazie alla sua notevole conoscenza dei filosofi francesi della scuola degli Enciclopedisti, egli riesce a dimostrare che la più gran parte delle teorie politiche dell'Alfieri fu da lui dedotta dal Montesquieu, dal La Bruyère, dal Voltaire, dal Pascal, dal Rousseau, mentre la paternità di alcune altre risale a Tacito, a San Tommaso, a Machiavelli. E dai numerosissimi raffronti ch'egli adduce appare in modo evidente quanto l'Alfieri sia debitore a tutti gli anzidetti scrittori.

Nondimeno — cosa veramente singolare — l'A., dopo aver adunato tante prove della scarsa originalità del pensiero politico dell'Alfieri, finisce per conchiudere che questi " ebbe una

teoria politica originale „ e ch'egli " espose un vero sistema di dottrine politiche „ (pp. 113 e 114).

Ma il vanto di pensatore politico veramente originale non può ormai esser più attribuito a Vittorio Alfieri, specialmente dopo questo volume appunto dello Scandura, il quale tuttavia s'era proposto una tesi affatto differente. Tale incongruenza fra la sostanza del libro e la tesi che vi è sostenuta fa sì che esso si trovi in condizioni d'inferiorità di fronte ad altre opere meritevoli d'essere prese in considerazione pel premio.

Luigi Tonelli presenta un libro su *Lo spirito francese contemporaneo* (Milano, Treves, 1917), che appartiene alla così detta letteratura di guerra. " Pensato per rispondere ad uno dei tanti problemi imposti dalla guerra „, " scritto in gran parte in trincea o all'ospedale „, esso non poteva non risentirsi delle condizioni in cui fu composto, sia per ciò che riguarda la raccolta e l'elaborazione dei materiali, sia per lo spirito che lo informa.

Proponendosi di ben comprendere e quindi di esporre quali siano le caratteristiche e le vicende dello spirito francese contemporaneo, l'A. parte da una condanna della Rivoluzione francese, condanna che egli crede ormai accettata senz'altro dalla scienza e dalla coscienza di tutti.

Divenuta ben certa " la disfatta dei principî fondamentali della grande Rivoluzione „, le nuove generazioni in Francia si orientano nel senso degli scrittori così detti reazionari del principio del secolo scorso. Giuseppe de Maistre ed Enrico de Bonald sono per eccellenza *i nuovi terapeuti dello Spirito francese.*

Dalla pubblicazione del libro del Tonelli sono trascorsi solo quattro anni; ma certo gli avvenimenti politici e le manifestazioni letterarie di questi tempi non risultano per nulla conformi alle previsioni di lui. E queste previsioni sembreranno certo a molti avventate, così come sembrerà a molti poco fondato il giudizio sulla Rivoluzione francese, giudizio che è in sostanza il punto d'appoggio su cui è costruito tutto il lavoro del Tonelli.

Questo per altro importa a noi di osservare in linea pregiudiziale: che il lavoro del Tonelli non è propriamente di critica letteraria. Come egli stesso dichiara, egli " rammentò

vicende, idee, forme artistiche, le quali per sè stesse rientrerebbero rispettivamente nel dominio della storia dei costumi, della filosofia, dell'arte, ma che nel suo caso servivano semplicemente a documentare l'evoluzione dell'Anima francese „.

È vero che nel suo studio “ si parla specialmente d'opere letterarie „, ma solo per ciò che, a parer suo, “ la letteratura è la più complessa e sicura manifestazione della cultura dell'anima d'un popolo „; poichè, del resto, egli dichiara che “ opere ed uomini non sono esteticamente giudicati, bensì analizzati psicologicamente e storicamente valutati „.

Questa constatazione di fatto, prescindendo da ogni altra, spiega come e perchè la Commissione non abbia creduto di dover proporre pel premio il saggio, pure attraente e non privo di valore, presentato dal Tonelli.

Il Prof. Toffanin ha presentato al concorso una silloge di scritti usciti già tra il 1913-1915, perciò fuori termine; e un volume *La fine dell'Umanesimo*, comparso nel 1919, del quale soltanto dobbiamo occuparci. Suo assunto fu: “ Studiare le origini del pensiero critico — che vuol dire anche in parte le origini della letteratura moderna — fra il 1548 e i primi decenni del '600 in Italia... „; scoprire “ i rapporti tra il nascere del problema critico e controriforma e riforma „; determinare in che diverso modo quel “ primo tormentato nucleo di pensiero critico italiano fosse elaborato nel mondo della riforma, che conduce a Lessing e al romanticismo tedesco; e nel mondo latino di Cartesio, che conduce al nostro romanticismo „.

Per quanto il libro dello Spingarn desse già un avviamento, è certo che un'analisi così minuta e accurata, come quella del Toffanin, del movimento critico aristotelico nel periodo della controriforma non era mai stata fatta, e ne esce una spiegazione se non nuova almeno non mai così chiaramente giustificata del colorito, dell'aspetto della letteratura nella seconda metà del cinquecento, tanto diversi da quelli della prima.

L'opera del Toffanin è sotto questo rispetto incontestabilmente utile, importante: manifesta un fervido ingegno, seriamente colto, avido dei grandi problemi storici dello spirito e capace di affrontarli, imponendo sempre rispetto, anche dove non può raccoglier consenso. Gravi dubbi, molteplici obbiezioni

solleva infatti quella tesi centrale di cui più il Toffanin si compiace e su cui più insistente ritorna, del romanticismo latino opposto al germanico, informantesi l'uno alla idea latina e cattolica della trascendenza, l'altro al germanesimo luterano dell'immanentismo.

La sua dimostrazione spaziante per secoli e attraverso le maggiori letterature moderne ha molte osservazioni particolari assai acute, ma le manca in complesso ciò che era essenziale: nitidezza di linee; severa cautela di affermazioni, di giudizi, di illazioni; sobrietà efficace e persuasiva di esposizione. Accanto a pagine vigorose, abbondano prolissità, divagazioni, sottigliezze, astruserie.

Tuttavia la Commissione non avrebbe esitato a proporre per il premio l'opera ad ogni modo degnissima del Toffanin se nel triennio non fossero comparse altre pubblicazioni, che più strettamente s'attengono alla critica letteraria, ed offrono maggior concretezza di risultati precisi, indisputabili.

Tali sono gli scritti di Giorgio Pasquali e di Augusto Rostagni, che richiamarono particolarmente l'attenzione della Commissione quando essa, compiuto l'esame delle opere inviate dagli autori, rivolse le sue indagini alle rimanenti pubblicazioni del triennio concernenti la letteratura.

Il libro di Giorgio Pasquali, professore straordinario di letteratura greca nella R. Università di Messina, su *Orazio lirico*, venuto alla luce in Firenze nel 1919 con la data del 1920 pei tipi del Le Monnier, si apre con un capitolo introduttivo sulle attinenze fra Orazio ed Alceo, in cui, dopo minuta ed accurata analisi, l'A. conclude che il Venosino non ha nè tradotto nè parafrasato Alceo e solo spesso non ne ha che preso lo spunto " per passar subito a cantare romanamente sentimenti ignoti all'età del Lesbio ", e talora anche ha composto liriche su argomenti cantati già da Alceo tenendo presenti i carmi di lui e in certo modo riferendovisi, ma per esprimere sull'argomento stesso il sentimento proprio. Conclusioni certamente ben ponderate, se pur talora s'insiste troppo con qualche sottigliezza sull'ufficio di " motto " che avrebbero secondo l'A. certi accenni iniziali ad Alceo nelle liriche oraziane.

Ma la parte migliore e maggiore del libro è nei raffronti

con la poesia ellenistica fatti con cognizione pienissima dei resti di quella poesia e in particolare della poesia callimachea, compresi quelli messi in luce dalle nuove scoperte papirologiche. Sulle quali scoperte il Pasquali ama trattenersi, dimostrando la sua erudizione non meno che la sua indipendenza di giudizio. Ma oltre a queste l'A. mostra di sapersi assai bene valere dei materiali che la archeologia e la epigrafia gli forniscono intorno al mondo ellenistico, e di conoscere assai bene come oggi s'impostano i problemi di storia civile o religiosa nei quali s'imbatte nella sua trattazione: del che valga come esempio quel ch'egli dice sui precedenti della battaglia d'Azio o sul culto della Fortuna.

È impossibile seguire nelle sue singole conclusioni il libro del Pasquali; ma ben può dirsi che nel tutt'insieme esso è un libro accuratamente pensato in ogni sua parte e preparato con ampie e diligenti ricerche, che rappresenta un contributo poderoso non soltanto agli studi oraziani, ma a quelli in generale sulla letteratura e la civiltà ellenistico-romana, e, che oltre all'avvantaggiare in generale la intelligenza di Orazio mettendolo nel quadro della civiltà che egli rispecchia, fornisce spesso anche utili elementi per la interpretazione di singole odi. Nè va taciuto a lode del giovane Autore che alla materia difficile egli è riuscito di regola a dare espressione chiara e garbata e che nella trattazione egli dimostra anche gusto e senso d'arte, quando discorre, ad esempio, del sentimento della natura presso gli antichi.

Di carattere diverso ma simile per serietà di metodo e di intendimenti è il saggio critico su Giuliano l'Apostata che Augusto Rostagni ha stampato nel 1919 in Torino con la data del 1920 pei tipi dei fratelli Bocca insieme con la traduzione delle operette politiche e satiriche di quell'imperatore. Il Rostagni cerca con acuta penetrazione di intendere per mezzo della sua opera letteraria la personalità di Giuliano, e mentre per tal guisa riesce a portare un contributo non trascurabile, pur dopo i lavori del Negri, dell'Allard, del Seeck e del Geffcken, agli studi sull'ultimo Augusto pagano, si sofferma poi particolarmente sulla valutazione estetica dell'arte di lui, riuscendo ad ipotesi acute, che sembrano diffondere molta luce su tutta l'arte pagana

della decadenza. “ La parola in quest'arte (egli dice) è avulsa dal suo contenuto; è un involucro, qualcosa di vacuo e di sonoro, ha valore decorativo „. La parte viva di tal letteratura il Rostagni la trova pertanto là dove essa riesce a cogliere il contrasto tra la forma e il contenuto e dove di quella superficialità stessa onde son guasti gli aspetti tutti della vita si fa l'idea e il tema dell'opera d'arte: per mezzo della ironia, la quale è agli occhi dell'A. la sola e vera forma d'arte che quei tempi comportino.

A questa introduzione segue una versione della lettera al filosofo Temistio, del messaggio al popolo di Atene, dei Cesari, del Misopogone e finalmente del trattatello contro i Cristiani. La versione è lucida, precisa, garbata, superiore di gran lunga non solo all'antica versione italiana del Petrettini fatta su testi ancor più imperfetti di quello del Hertlein, su cui ha lavorato il Rostagni, ma anche in generale alle versioni francesi ed inglesi, provvista di un commento sobrio, ma succoso, frutto in genere di lavoro personale dell'A. e ricco di raffronti da lui stesso raccolti, specialmente per quanto riguarda l'interessantissima opera contro i Cristiani. Un lavoro in sostanza che rappresenta un serio progresso per gli studi intorno alle opere letterarie di Giuliano e che permette per la prima volta di farsene una cognizione adeguata a quegli italiani che non possano leggerle nel testo originale. Lavoro che vediamo perciò meritamente apprezzato dalla critica nostrana e straniera.

Queste due opere pertanto del Pasquali e del Rostagni vi segnala la Commissione come parimente meritevoli del premio Gautieri per la letteratura, e vi propone di dividerlo in parti eguali tra i due Autori.

Francesco Ruffini, *presidente*
Alessandro Baudi di Vesme
Federico Patetta
Alessandro Luzio
Gaetano De Sanctis, *relatore*

Relazione *intorno alla seconda conferenza accademica internazionale di Bruxelles.*

Egregi Colleghi,

Al secondo congresso della Unione Accademica Internazionale di studi e ricerche, tenuto in Bruxelles dal 26 al 28 maggio 1921, al quale ebbi l'onore di assistere come uno dei due delegati italiani per designazione del Ministro della P. I. su proposta di questa Reale Accademia, erano rappresentate le Accademie d'Inghilterra, Belgio, Danimarca, Stati Uniti, Francia, Grecia, Italia, Giappone, Olanda, Romania e avevano inviato la loro adesione quelle di Polonia e di Spagna.

Il Convegno doveva occuparsi di proposte di lavori già assunti dalla Unione e deliberare intorno ad altre non ancora definitivamente approvate. Tra le prime la più importante per sè e nei rispetti dell'Italia era la proposta di un *Corpus vasorum antiquorum* presentata dal sig. Pottier dell'Accademia delle Belle Lettere ed Iscrizioni di Parigi. La organizzazione del lavoro, proposta nel precedente congresso, che era tale da conciliare l'unità di direzione con la necessaria autonomia delle nazioni collaboranti, venne definitivamente approvata nel presente convegno, assicurandosi anche più quella autonomia. In luogo, ad esempio, della edizione complessiva in francese accanto alla quale i singoli Stati avrebbero potuto pubblicare una edizione in lingua nazionale, fu stabilito che si farebbe una sola edizione per cui ciascuno Stato userebbe a suo piacimento la lingua inglese, francese, italiana o tedesca. Discutemmo poi minutamente in più adunanze della speciale Commissione intorno ai criterî tecnici da adottare pel *Corpus vasorum*, sui quali non è il caso che io m'indugi. Basterà notare che a mio giudizio le deliberazioni prese dopo ampia discussione sono tali da corrispondere appieno alle esigenze odierne della scienza e da soddisfare anche nei limiti del possibile a parecchie delle richieste a me pervenute in proposito dai singoli direttori di Musei Italiani. Ed è anche assai approvabile il concetto, pure accettato in massima

dalla Commissione, che, stabilite le linee direttive dei lavori, i varî musei possano parteciparvi con una certa libertà, dando per esempio secondo le convenienze locali maggiore o minore ampiezza al testo illustrativo.

Minore interesse per noi e carattere più limitato hanno altre proposte che vennero pure rielaborate in seconda lettura dal convegno, per esempio quella circa i manoscritti degli antichi alchimisti e quella circa la pubblicazione delle opere del Grozio; per le quali basta rinviare ai verbali del convegno stesso, che saranno messi a disposizione degli Accademici appena ci siano pervenuti.

Delle proposte nuove, degna del maggiore interessamento era quella della riedizione del glossario della media ed infima latinità del Ducange, che è stata approvata definitivamente dal congresso. D'accordo con vari competenti italiani, io avevo da fare circa le basi generali del progetto già presentato soprattutto due obiezioni: 1° che a torto si voleva limitare il glossario ai termini di carattere tecnico-giuridico; 2° che pure a torto si voleva estendere lo spoglio dei testi da usare pel nuovo Ducange sino alla fine del sec. XV, il che avrebbe portato ad inserirvi per l'Italia una copiosa letteratura umanistica, rendendo assai più ingente la mole del lavoro a fare ed estendendolo in un campo che non può più dirsi della media ed infima latinità. Simili obiezioni erano state presentate anche da altre Accademie. E d'accordo fu tolta di mezzo la limitazione ai termini tecnici e deliberato di dare al nuovo Ducange la massima estensione quanto alle parole da inserirvi. Ma perchè l'impresa a cui ci accingiamo non divenisse così troppo sterminata e di troppo remoto compimento, si volle invece per ora limitarla nel tempo, cioè fino al sec. XI compreso, rinviando ad un nuovo eventuale glossario ciò che si riferisce ai secoli successivi. L'organizzazione del lavoro si stabilì analogamente a quel che s'era fatto pel *Corpus vasorum*. Il lavoro di spoglio dei testi verrà fatto indipendentemente, ma con criteri comuni nei singoli Stati aderenti all'Unione, a cura delle rispettive Accademie e nella misura in cui verrà finanziato dalle Accademie stesse o dai Governi. Al comitato centrale dell'Unione, a cui potranno partecipare delegati di tutte le Accademie che collaborano, spetterà il coordinamento degli spogli e la compilazione del glossario.

Come questa, anche le altre nuove proposte presentate alla U. A. I. furono di regola accolte con assenso o con riguardosa simpatia. Così anche quella dei delegati giapponesi per un più attivo scambio tra scienziati giapponesi ed europei di notizie concernenti il Giappone disperse negli archivi d'Europa, o di notizie concernenti l'Europa contenute in documenti giapponesi; proposta che raccomando anch'io alla benevole attenzione dei colleghi.

Quanto alle proposte presentate dal senatore Lanciani a nome della R. Accademia Nazionale dei Lincei per i supplementi al *Corpus Inscriptionum Latinarum* e la *Forma orbis Romani*, il comitato dei delegati deliberò di notificarle alle Accademie partecipanti alla Unione. Non è necessario che mi fermi a commentare questa deliberazione, del resto preveduta, il cui significato è chiaro. Non dubito a ogni modo che i termini della notifica saranno tali da impedire che ne nascano malintesi i quali possano in qualsiasi modo vulnerare il principio della collaborazione internazionale.

Come comunicai altra volta ai colleghi, S. E. il Ministro della P. I., riconoscendo la grande importanza delle iniziative della U. A. I. circa il *Corpus vasorum* e il nuovo Ducange, mi aveva invitato a presentargli proposte concrete intorno alla collaborazione italiana, dandomi affidamento di finanziare tale collaborazione nella misura delle disponibilità del bilancio; proposte circa le quali per ciò che riguarda il *Corpus vasorum* avevo raccolto gli elementi mediante una inchiesta presso i direttori dei Musei italiani più ricchi di vasi, e per ciò che riguarda il Ducange mi ero sforzato di preparare il terreno cercando una intesa con l'Istituto Veneto, il quale, come si sa, ha iniziato per suo conto la preparazione di *supplementa italica* al glossario ducangiano. Tenuto conto peraltro dello svolgersi dell'ultimo convegno, ho creduto di rinviare ogni deliberazione circa tali proposte concrete da farsi al Ministro a dopo che avremo ricevuto comunicazione ufficiale dalla Presidenza della U. A. I., intorno alle iniziative approvate nel congresso dai delegati e intorno a quelle notificate semplicemente alle Accademie. Mi sono limitato per ora a presentare al Ministro alcune proposte di carattere molto modesto, che, senza riferirsi alla nostra partecipazione alle maggiori iniziative della U. A. I. e

senza prevenire le deliberazioni che prenderemo su di esse, dimostrino frattanto la nostra buona volontà verso la Unione e il proposito di collaborarvi: la proposta di un piccolo contributo volontario al bilancio scientifico della U. A. I., da erogarsi secondo l'avviso della nostra delegazione, e quella di un piccolo stanziamento per contribuire alla catalogazione dei manoscritti degli antichi alchimisti conservati in Italia.

Un altro punto in cui voglio fin da ora richiamare l'attenzione dei colleghi, come già ho richiamato quella del Ministero, affinchè l'opera della delegazione italiana possa avere la dovuta efficacia, è questo. Lo statuto della U. A. I. permette che i due delegati nazionali sieno accompagnati nei congressi da altri scienziati particolarmente competenti nelle materie in discussione. Di tale facoltà si valsero la Francia, il Belgio, la Danimarca, l'Inghilterra, il Giappone. Solo così una nazione può avere voce effettiva in tutte le Commissioni, e solo così ai due delegati, non assorbiti troppo dal lavoro delle Commissioni, rimane il tempo per sorvegliare l'andamento complessivo. Sarà quindi conveniente che al prossimo convegno della Unione, se frattanto si sarà potuta iniziare, come spero, la nostra partecipazione ai lavori pel *Corpus vasorum* e pel nuovo Ducange, l'Italia abbia oltre i due delegati ordinari, almeno due delegati tecnici suppletivi. Perchè, e con ciò concludo, se la U. A. I. continuerà a mostrare la seria volontà di lavoro che ha mostrato sinora, e se, come ritengo sia nella volontà di tutti i partecipanti all'Unione, verrà tenuto fermo, al disopra d'ogni equivoco e d'ogni egoismo particolaristico, il principio della collaborazione sulla base della perfetta eguaglianza; nel senso, voglio dire, che le Accademie di uno Stato accettando di coordinare i loro sforzi agli altrui sotto gli auspicî della U. A. I., quando la proposta del lavoro collettivo parta da altri, e quindi la direzione di esso spetti ad altri, siano poi in massima assicurate che tutti gli altri siano disposti a fare egualmente quando la proposta parta da esse e sia loro la direzione; se si verificano queste condizioni, possiamo augurare dalle iniziative della U. A. I. i migliori frutti, e sarà nostro còmpito il fare sì che l'Italia non sia a nessuno seconda nel parteciparvi.

Gaetano De Sanctis.

LETTURE

Le superficie degli iperspazi con una doppia infinità di curve piane o spaziali

Nota del Socio nazion. resid. CORRADO SEGRE

(presentata nell'adunanza del 19 giugno 1921)

Le superficie con ∞^2 linee piane e quelle con ∞^3 curve spaziali.

1. — Il problema che qui mi son proposto di risolvere — determinare tutte le superficie [1] di S_5, o di spazi superiori, che contengono ∞^2 curve giacenti in spazi ordinari, — se anche può sembrare di carattere un po' particolare, vien trattato con metodi capaci di essere estesi a questioni analoghe; e conduce ad un risultato, che potrà trovare utili applicazioni in altri campi. —

Premetterò la ricerca, molto ovvia, di quelle superficie di S_4 o spazi superiori che contengono ∞^2 linee *piane*.

Riduciamoci con projezione al caso di una superficie F appartenente a S_4; e consideriamo in questo spazio il sistema Σ dei piani delle ∞^2 linee piane C di F. Per ogni punto di questa passeranno (∞^1 C, e quindi anche) ∞^1 piani del sistema. Ne deriva che su ogni piano di Σ la rispettiva C è luogo di *fochi* per Σ (punti d'incontro con piani infinitamente vicini).

Ora, per un sistema ∞^2 di piani Σ *appartenente* ad S_4, i fochi di un piano generico formano una conica. Ciò è ben noto; ma qui convien ripetere il breve calcolo, per aggiungere un'os-

---

[1] Dicendo *superficie, linee,* ecc., non intendiamo punto che debban essere *algebriche.*

servazione che ci tornerà utile. Si rappresentino i piani di Σ colle equazioni $x_3 = \alpha$, $x_4 = \beta$, ove

$$\alpha \equiv a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 , \qquad \beta \equiv b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 ,$$

i coefficienti a_i e b_i essendo funzioni di due parametri variabili u, v. Un foco x di un piano $(u\ v)$, ossia l'intersezione di questo col piano $(u + du, v + dv)$, verificherà le equazioni $x_3 = \alpha$, $x_4 = \beta$, e inoltre $d\alpha = 0$, $d\beta = 0$, ossia:

$$\alpha^u du + \alpha^v dv = 0 , \qquad \beta^u du + \beta^v dv = 0 ,$$

ove gl'indici superiori significano derivazione rispetto a u, o a v. Ne segue:

$$J \equiv \alpha^u \beta^v - \alpha^v \beta^u = 0.$$

Quest'equazione fra $x_1\ x_2$ rappresenta appunto, entro al piano $(u\ v)$, la conica luogo dei suoi fochi. E non potrà svanire, cioè non potrà essere $J \equiv 0$. Invero ciò implicherebbe che le funzioni α e β soddisfano (identicamente rispetto a $u\ v\ x_1\ x_2$) ad un'uguaglianza priva di u, v, la quale però potrebbe contenere x_1, x_2. Se in questa relazione al posto di α e β si scrivono x_3 e x_4, essa diventerà l'equazione di una V_3 di S_4: la quale dovrebbe contenere tutti i punti degli ∞^2 piani di Σ. Ora una V_3 contenente ∞^2 piani è necessariamente un S_3: perchè la sua sezione con un iperpiano è una superficie contenente ∞^2 rette, ossia un piano. Il sistema Σ starebbe dunque in un S_3: contro l'ipotesi.

Ritornando alle ∞^2 linee piane di F, o della superficie di S_n avente F per projezione, resta dunque accertato che quelle linee saranno coniche: le quali potranno essere irriducibili, o no. Nel 1° caso, la superficie, com'è noto, non potrà essere altro che una rigata cubica di S_4, oppure una superficie del 4° ordine di Veronese in S_4 o S_5. Nel 2° caso, le due rette che compongono una conica variabile nella ∞^2, non potranno prendere ∞^2 posizioni, perchè la superficie che le contiene non è un piano. Descriveranno dunque due ∞^1 di rette (che posson essere sovrapposte), associandosi ogni retta dell'una con ogni retta dell'altra: e per conseguenza essendo incidenti le rette dell'una ∞^1 alle

rette dell'altra. Dovranno essere incidenti in uno stesso punto: se no, formerebbero i due regoli di una quadrica ordinaria, e la superficie starebbe in S_3. Dunque quelle rette formano due coni collo stesso vertice. Considerando l'insieme di due tali coni come un unico cono, concludiamo infine:

Se una superficie appartenente ad uno spazio superiore all'ordinario contiene ∞^2 *linee piane, essa è un cono; o se no, una rigata cubica di* S_4*; oppure una superficie del 4° ordine di Veronese di* S_5 *o di* S_4.

2. — Possiamo applicare questo risultato a determinare le superficie di S_5 o spazi superiori, che contengono una *triplice* infinità di curve appartenenti a spazi S_3. Una superficie Φ, con ∞^3 curve C siffatte, sarà projettata da ogni suo punto secondo una superficie F di S_4, o spazio superiore, contenente una retta p imagine del centro di projezione, e con ∞^2 curve *piane* C' appoggiate a p. F non è dunque una superficie di Veronese. Se è una rigata cubica di S_4, allora Φ apparterrà ad S_5 e sarà del 4° ordine. Le C', essendo le ∞^2 coniche di F, *non* incontrano la retta direttrice di questa rigata. Perciò p non è la direttrice: sarà invece una generatrice di F. Le altre generatrici di questa superficie, non incontrando p, saranno projezioni di linee di Φ non passanti pel centro di projezione: dunque di rette. Φ sarà una rigata del 4° ordine di S_5, e le C saranno le sue ∞^3 cubiche sghembe. — Se invece F è un cono, le cui generatrici sian projezioni di rette di Φ; poichè queste rette si projettano da ogni punto di Φ secondo rette concorrenti, saranno esse stesse concorrenti: Φ sarà un cono. Chè se, F essendo un cono, le sue generatrici non fossero projezioni di rette di Φ, ma bensì di curve piane; poichè ciò dovrebbe avvenire projettando da un punto generico di Φ, ne verrebbe che su questa starebbero ∞^2 curve piane; e quindi, applicando ancora il risultato finale del n. 1, Φ non potrebbe essere altro, di nuovo, che un cono. — Adunque: *Se una superficie appartenente a uno spazio di dimensione* ≥ 5 *contiene* ∞^3 *curve appartenenti a spazi ordinari, e non è un cono, essa è una rigata razionale normale del 4° ordine di* S_5: *le* ∞^3 *curve essendo le cubiche che stanno su questa rigata.*

Sui fochi di 1° e di 2° ordine di una doppia infinità di spazi ordinari in S_5.

3. — Si abbia ora in S_5 un sistema Σ doppiamente infinito di spazi S_3. Cominciamo col fare per esso un calcolo perfettamente simile a quello del n. 1 relativo a un sistema ∞^2 di piani in S_4.

Indicando con $x_1\, x_2 \dots x_5$ le coordinate dei punti degli $\infty^2\, S_3$, supponiamo che questi spazi sian rappresentati dalle due equazioni $x_4 = \alpha$, $x_5 = \beta$, ove

$$\alpha \equiv a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3\,, \quad \beta \equiv b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3\,,$$

i coefficienti a_i, b_i essendo date funzioni dei due parametri u, v. Indichiamo ancora con α^u, α^v, ecc. i polinomi lineari nelle x che son le derivate di α rispetto a u, v, ecc.

Un punto della retta comune ai due spazi (u, v) e $(u + du, v + dv)$ di Σ, ossia un *foco* del primo S_3, verificherà le equazioni

$$(1) \qquad x_4 = \alpha\,, \qquad x_5 = \beta\,,$$

e le

$$(2) \qquad \alpha^u du + \alpha^v dv = 0\,, \qquad \beta^u du + \beta^v dv = 0\,,$$

e quindi

$$(3) \qquad J \equiv \alpha^u \beta^v - \alpha^v \beta^u = 0.$$

Quest'equazione di 2° grado in $x_1\, x_2\, x_3$ determina nell'S_3 $(u\ v)$ di Σ una quadrica (*focale*), luogo di tutte le rette (*focali*) in cui quello spazio è segato dagli spazi infinitamente vicini di Σ (²). Essa non potrà svanire, cioè non potrà essere $J \equiv 0$, se Σ è *immerso* (come supporremo) in S_5. Ciò si vede collo stesso ragionamento del n. 1.

Diremo *regolo focale* dello spazio $(u\ v)$ quel regolo della quadrica focale (3), che è costituito dalle rette focali (2).

(²) Cfr. i miei *Preliminari di una teoria delle varietà luoghi di spazi.* " Rendic. Circ. matem.° di Palermo ", t. 30, 1910₂, p. 87.

4. — Dopo ciò, si vogliano quei punti x che son *fochi di 2° ordine* dell'S_3 $(u\ v)$ di Σ, ossia intersezioni di quello spazio con *due* spazi infinitamente vicini ad esso di Σ [3]. Ciò è come dire che nello spazio $(u\ v)$ si considera la congruenza delle rette che vi segnano gli altri spazi di Σ, congruenza che comprende le ∞^1 rette focali: e si vogliono i fochi (ordinari) x di quella congruenza che spettano a queste ∞^1 rette.

Si può anche dire che un tal punto x è caratterizzato dallo stare, oltre che sulla retta focale (2) dello spazio $(u\ v)$ rappresentato dalle (1), anche sulla quadrica focale dello spazio infinitamente vicino $(u + du,\ v + dv)$. Perciò, oltre alle equazioni (1) e (2), da cui segue (3), dovrà soddisfare le equazioni che si deducono da (1) e (3) differenziandole totalmente rispetto a u, v, con x fisso: ossia le (2) ancora, e

$$J^u\,du + J^v\,dv = 0. \tag{4}$$

Le (2) e (4) provano, riguardando $du : dv$ come un parametro, che il luogo di x è, nell'S_3 $(u\ v)$, una curva generata da tre fasci projettivi: due fasci di piani, che generano il regolo focale sulla quadrica (3), e un fascio di quadriche. È dunque una *quintica* (*focale di 2° ordine*), che incontra in 2 punti le generatrici del regolo focale, e in 3 punti quelle dell'altro regolo della quadrica J. Possiam rappresentare questa curva colla equazione:

$$\begin{vmatrix} \alpha^u & \beta^u & J^u \\ \alpha^v & \beta^v & J^v \end{vmatrix} = 0. \tag{5}$$

5. — Quando è che su ciascun S_3 di Σ tutti i punti della quadrica focale si posson riguardare come fochi di 2° ordine?

Si può veder ciò con un calcolo identico a quello adoperato al n. 4 della Nota citata in [3]. Oppure possiamo applicare, senz'altro, il risultato ivi ottenuto alla sezione che un S_4 generico fa nel nostro sistema Σ di ∞^2 S_3. Avremo una ∞^2 di

---

[3] Cfr. la mia Nota *Sui fochi di 2° ordine dei sistemi infiniti di piani, e sulle curve iperspaziali con una doppia infinità di piani plurisecanti.* " Rendic. R. Acc. Lincei ", ser. 5ª, t. 30, 1921₁, p. 67.

piani tale che, per l'ipotesi, su ogni piano tutti i punti della conica focale (traccia della quadrica focale di un S_3 di Σ) son fochi di 2° ordine. Il n. 4 citato della suddetta Nota stabilisce che allora il luogo delle ∞^2 coniche focali è una superficie. Dunque, tornando a Σ in S_5, il luogo delle ∞^2 quadriche focali, anzi che una V_4 come in generale, sarà una V_3. E se poniamo la condizione che le quadriche focali generiche non si spezzino, la V_3 avrà per sezione con un S_4 generico una superficie contenente ∞^2 coniche irriducibili: dunque una F^3 (rigata), oppure una F^4 di Veronese (dello S_4). Ne deriva (4) che la V_3 sarà una ${V_3}^3$ normale di S_5, luogo di una ∞^1 razionale di piani; oppure un cono ${V_3}^4$ projettante una F^4 di Veronese (di S_4 o di S_5, che è lo stesso).

Effettivamente queste due specie di V_3 dello S_5 contengono ∞^2 quadriche ordinarie Q (coni nel 2° caso), che si tagliano a due a due in una retta, per la quale passano ∞^1 Q. Cosicchè il sistema degli ∞^2 S_3 delle Q è tale che su ogni S_3 ciascuna retta focale, come retta comune a infiniti di quegli spazi, è focale non solo di 1° ma anche di 2° ordine.

Dunque: *Se un sistema* ∞^2 *di spazi ordinari appartenente a* S_5 *è tale che su ogni suo* S_3 *generico la quadrica focale sia irriducibile, e sia luogo di fochi di 2° ordine (cosicchè la quintica focale di 2° ordine svanisca); esso si comporrà degli* S_3 *che contengono le* ∞^2 *quadriche di una* ${V_3}^3$ *razionale normale di* S_5, *oppure di quelli in cui stanno gli* ∞^2 *coni quadrici ordinari contenuti nel cono* ${V_3}^4$ *che da un punto projetta una* F^4 *di Veronese* (5).

---

(4) V. le citazioni contenute nelle note 474) e 593) al mio artic.° *Mehrdimensionale Räume* nell'*Encyklopädie der math. Wissenschaften*, Bd. III 2, p. 769.

Ricordo, pel seguito, che la ${V_3}^3$ normale di S_5, quando non sia un cono, si può ottenere come luogo delle rette congiungenti i punti omologhi di due piani collineari (due qualunque dei suoi piani).

(5) Talvolta diremo brevemente: il *cono* ${V_3}^4$ *di Veronese.*

Si tenga presente che anche la ${V_3}^3$ può essere un cono.

Applicazione alle superficie di S_5 con ∞^2 curve spaziali.

6. — Premessa questa ricerca, veniamo ad applicarla al nostro oggetto principale, considerando quelle superficie immerse in S_5, sulle quali stanno ∞^2 curve C *appartenenti completamente* (6) a spazi ordinari.

Per ogni punto di una tal superficie F passeranno ∞^1 di quelle C, e quindi ∞^1 di quegli spazi ordinari. In conseguenza gli ∞^2 S_3 delle C formano un sistema Σ, pel quale ciascun punto di F, come intersezione di infiniti spazi, potrà riguardarsi quale foco di 1°, 2°, ... ordine degli spazi su cui giace. La quadrica focale di ogni S_3 dovrà dunque contenere la C di questo spazio; e poichè la C è, per ipotesi, completamente sghemba, quella quadrica sarà irriducibile.

Di più, la C di ciascun spazio è composta di fochi di 2° ordine per questo. Due casi saran possibili. O la quadrica focale di S_3 è tutta di fochi di 2° ordine: e allora (n. 5) le quadriche focali compongono l'una o l'altra delle V_3 di cui s'è detto or ora; e la nostra superficie F giace su una di quelle V_3. Oppure in ogni S_3 generico di Σ il luogo dei fochi di 2° ordine è una quintica (n. 4): la nostra C dovrà essere o questa C^5, o una parte di essa, cioè una quartica (di 1ª o di 2ª specie) od una cubica (7).

Se su una V_3^3 di S_5, o sul cono V_3^4, si prende una qualsiasi superficie, questa sega in generale ognuna delle ∞^2 quadriche giacenti nella V_3 secondo una curva che appartiene a un S_3. Così si hanno dunque, realmente, due grandi classi di superficie (algebriche e trascendenti) che rispondono al nostro problema.

---

(6) Intendo dire che una C generica non sia, *nemmeno in parte*, una linea piana (in particolare una retta).

(7) Nella ricerca che mi portò a questa conclusione mi fu utile un'osservazione che ebbe a farmi nel giugno 1920 il mio amico Prof. G. Fubini: osservazione da cui fui condotto a considerare la quintica focale.

Le *altre* superficie, cioè quelle che non stanno in una delle dette V_3 — sicchè su esse le ∞^2 curve spaziali C sono algebriche d'ordine ≤ 5, — sono di conseguenza esse stesse algebriche. Le chiameremo, per brevità, superficie delle *specie isolate*. Per esse occorre fare uno studio apposito: il cui risultato sarà di ridurle a pochi tipi.

Le superficie delle specie isolate. Esclusione del caso di ∞^2 quintiche.

7. — Possiamo anzi tutto dire qualcosa intorno al numero dei punti d'incontro delle C a due a due.

Questo numero, trattandosi di superficie algebriche, non muterà al variare delle due C: in particolare ricorrendo a due C infinitamente vicine. Ma allora le intersezioni di queste staranno sulla retta comune ai loro S_3: che è una retta del regolo focale. Se la C è C^5 (la quintica focale di 2° ordine), o C^4 di 1ª specie, una tal retta la incontra in due punti (n. 4). — Se invece è C^4 di 2ª specie, la incontrerà in un punto solo: se no, dovrebbe incontrarla in tre punti (in causa del noto comportamento della C^4 rispetto alle generatrici della quadrica che la contiene), in contraddizione col fatto che la C^4 è parte della quintica focale, che è incontrata in due soli punti dalle rette focali. — Se infine è C^3, può incontrare la retta focale in due punti, od anche in uno.

Dunque: In quelle superficie delle specie isolate su cui le ∞^2 curve spaziali son quintiche, o quartiche di 1ª specie, queste curve s'incontrano mutuamente in due punti. In quelle su cui son quartiche di 2ª specie, in un punto solo. Le superficie con ∞^2 cubiche posson presentare l'un caso o l'altro.

8. — Quando su una superficie F delle specie isolate le ∞^2 C s'incontrano a due a due in due punti, per due punti di F passeranno in generale almeno due C.

Invero, se per una coppia generica di punti passasse una sola C, per la coppia di punti d'incontro di due C dovrebbero passarne infinite. Gli ∞^2 S_3 delle C si taglierebbero a due a due in ∞^2 rette (le rette di siffatte coppie di punti), per ognuna

delle quali passerebbero ∞^1 di quegli spazi. Perciò quelle rette sarebbero focali di (1° e di) 2° ordine pel sistema degli ∞^2 S_3. Questo sistema presenterebbe dunque il caso del n. 5; le quadriche focali dei vari spazi formerebbero una V_3^3 o V_3^4, su cui starebbero le C e quindi F: contrariamente all'ipotesi che F appartenga alle specie isolate.

9. — Ora potremo dimostrare che *per le specie isolate le* C *non posson essere del 5° ordine.*

Supponiamo che siano di quell'ordine; e osserviamo anzi tutto che le C generiche, pel modo come si comportano rispetto alle generatrici della quadrica focale (fine del n. 4), saranno di genere 2. Se no, dovrebbero tutte avere dei punti doppi. Ove questi fossero variabili, le due intersezioni di una C fissata con qualunque C infinitamente vicina sarebbero sempre infinitamente prossime al punto doppio della prima; e quindi la retta del regolo focale che deve contenerle sarebbe sempre *quella* retta focale che passa pel punto doppio: e non una *qualunque* retta del regolo focale, come dev'essere. Ove invece le ∞^2 C avessero comune un punto doppio, projettando la superficie F da questo su S_4 si otterrebbe una superficie con ∞^2 linee piane; e ne seguirebbe (n. 1) che F sta su un cono V_3^3 o V_3^4, contro la ipotesi ([8]).

Dopo ciò, poichè per due punti generici di F passano (n. 8) almeno due C, distinguiamo le due possibilità: che ne passino più che due, o solo due.

Nel 1° caso, considerando solo quelle C che passano per un punto fissato su F, avremmo che esse formano un sistema ∞^1 di *grado* 1 e d'*indice* > 2; e una proposizione di Castelnuovo ([9]) stabilisce che allora ogni curva di quel sistema è razionale.

([8]) Se le C sono del 5° ordine, si avrebbe anzi un assurdo: perchè le linee piane, projezioni di esse, dovrebbero pel n. 1 essere coniche. Ma, pel seguito, conveniva in questo punto non basarsi sull'ordine delle C.

([9]) " Una superficie la quale contenga un sistema ∞^1 (algebrico) di " curve (algebriche) di grado 1 e di indice superiore a 2, è razionale, ed " è razionale ciascuna curva del sistema ". È data come corollario, nel n. 4 (p. 736) della Nota *Sulla linearità delle involuzioni più volte infinite appartenenti ad una curva algebrica.* " Atti R. Acc. Torino ", 28, 1892-93, p. 727.

Nel 2° caso, non potendosi più applicare quella proposizione, ricorriamo a quest'altra: Se una superficie (come la nostra F) contiene ∞^2 curve algebriche C, tali che a due a due si taglino in due punti, e che per due punti ne passino due, le C saranno di genere 0 od 1. Invero, fissata una α di queste curve, stabiliamo fra i suoi punti una corrispondenza biunivoca, ricorrendo a un'altra, γ, di esse, nel seguente modo. Detti m e n i due punti d'intersezione di α e γ, per ogni punto P di α e per m tiriamo quella C diversa da α che passa per questi punti: essa taglierà γ, oltre che in m, in un punto Q. Si conduca per Q e per n la C diversa da γ. Essa taglierà α, oltre che in n, in un punto P'. La corrispondenza fra i punti P e P' di α è biunivoca; e si può vedere che essa non rimane fissa, mutando comunque γ. Perciò la curva α, ammettendo infinite corrispondenze algebriche biunivoche, sarà di genere 0 od 1.

In ambi i casi abbiamo che le ∞^2 C della superficie F non posson essere di genere 2: contrariamente a ciò che prima s'era detto. Resta dunque esclusa l'esistenza delle superficie isolate colle C del 5° ordine.

Le superficie delle specie isolate, con ∞^2 quartiche o cubiche.

10. — Veniamo al caso che le C sian del 4° ordine e 1ª specie.

Di nuovo, come in principio del n. precedente, si potrà asserire che le C generiche non avran punti doppi, e quindi saranno ellittiche. E poichè si tagliano mutuamente (n. 7) in due punti, si potrà, applicando ancora la proposizione di Castelnuovo (n. 9) alle ∞^1 C passanti per un punto di F, escludere che per due punti di questa passino più che due linee C. Ne passeranno dunque (n. 8) precisamente due.

Il sistema delle ∞^1 C contenenti un punto m di F si può porre in corrispondenza biunivoca colla serie dei punti, in cui una fissata di esse è segata, fuori di m, dalle ∞^1 C del sistema. Anche due C qualunque di F si posson punteggiare biunivocamente, segandole col sistema ∞^1 delle C passanti per un loro punto comune. Adunque le ∞^2 C ellittiche hanno ugual modulo;

A pagina 152, linee 2 a 5, la proposizione, enunciata così in generale, non è esatta. Il risultato a cui ivi si vuol giungere sarà stabilito per altra via in una 2ª Nota.

e il sistema delle ∞^1 C passanti per un punto qualunque di F è un ente ellittico, che ha pure quello stesso modulo.

Ora su F generiamo delle nuove linee così. Nel sistema ellittico (m) costituito dalle ∞^1 linee C che passano per un punto m di F, una g_2^1 accoppia le C. Prendiamo il luogo del punto d'intersezione, diverso da m, di due C di una stessa coppia: sarà una linea razionale L. Mutando la g_2^1 entro al sistema (m), cambierà L; ed è chiaro che per un punto di F passerà una sola di queste linee L: perchè da quel punto è individuata una coppia di C in (m), e quindi una g_2^1. Se poi fissiamo una C in (m), per un suo punto generico passerà una L, ed ogni L la incontrerà in un sol punto variabile. Perciò anche il fascio delle L è ellittico, e collo stesso modulo delle curve C.

Le L non dipendono dal punto m. Chè, se sostituendo ad m un altro punto di F ottenessimo altre curve analoghe alle L, una di esse, pur essendo curva razionale, sarebbe segata dal fascio ellittico delle L in un'involuzione ∞^1 ellittica: assurdo.

Dunque ogni L è incontrata in un sol punto da una generica delle ∞^2 C. Sicchè se tiriamo la C per due punti di una L, la C dovrà contenere la L (che è di sua natura irriducibile). Così ogni L fa parte di qualche C. Dimostriamo che il *resto* di una L generica, cioè quella linea Λ che colla L costituisce una C, è una curva ellittica. Come due C si tagliano in due punti, così ogni C passante per un punto m, fissato in modo generico sulla L, sega ancora la $L + \Lambda$ in un secondo punto. Al variare di quella C nel sistema (m), quel punto varierà su una delle due linee L, Λ, stabilendo una corrispondenza biunivoca fra la linea stessa e il sistema (m). E poichè questo sistema è ellittico, quella linea non potrà essere L (che è razionale), ma Λ: che così risulta essere ellittica.

Ora, poichè $L + \Lambda$ costituisce uno spezzamento di una quartica, segue che L sarà una retta e Λ una cubica ellittica. F contiene dunque ∞^1 rette: è una rigata ellittica. Le ∞^2 quartiche C sono incontrate in un punto dalle rette L; due C^4 s'incontrano in due punti, per ognun dei quali passa una L. È dunque F una rigata generata da due C^4 ellittiche in corrispondenza biunivoca, con due punti uniti: una rigata ellittica del 6° ordine [10].

---

[10] V. le indicazioni a p. 911 dell'artic.° dell'Enciclopedia citato in [4].

Viceversa una rigata ellittica del 6° ordine di S_5 contiene in generale — com'è noto, e come del resto si verifica subito, — appunto ∞^2 quartiche ellittiche sghembe, le quali si tagliano mutuamente in due punti, e son tali che per due punti generici ne passan due. — Questa F^6 non sta in un cono V_3^4 di Veronese: perchè nell'ipotesi che vi stesse, segando cono e superficie con un S_3 passante pel vertice del cono, si giungerebbe ad un assurdo. E nemmeno sta *in generale* in una V_3^3: se no, i piani di questa, poichè formano una ∞^1 razionale, non potrebbero contenere le generatrici di F; e invece conterrebbero, rispettivamente, infinite linee direttrici; mentre F non ha *in generale* che due direttrici piane (due cubiche, che possono anche coincidere).

11. — Infine determiniamo quelle superficie di S_5 su cui le ∞^2 linee C sono cubiche sghembe, che si seghino a due a due in due punti.

Projettiamo una superficie sì fatta F da un suo punto generico P. Otterremo in S_4 una superficie Ψ con una retta p, imagine di P, e con ∞^1 coniche γ appoggiate a p, e incontrantisi fra loro mutuamente in un punto: cioè le coniche projezioni delle ∞^1 C^3 di F passanti per P. Su Ψ staranno pure ∞^2 C^3, che incontrano le coniche γ in coppie di punti. Fissiamo tre delle γ. Per esse passano ∞^2 V_3^2 dell'S_4. Basta infatti obbligare una V_3^2 a passare per i 3 punti in cui le tre coniche si tagliano mutuamente, e inoltre per 3 altri punti di ciascuna — in tutto 12 punti — perchè la V_3^2 contenga le tre γ. Ora, se una tale V_3^2 incontra Ψ in un punto ulteriore, essa conterrà ciascuna delle ∞^1 cubiche di Ψ uscenti da questo punto, perchè ne conterrà 7 punti: e dunque passerà per Ψ. Perciò: o l'intersezione di Ψ colla V_3^2 si compone in generale solo delle tre coniche, e quindi Ψ è del 3° ordine; oppure Ψ sta sulle ∞^2 V_3^2: ed anche allora dovrà essere d'ordine < 4, perchè per la superficie del 4° ordine di S_4 comune a due V_3^2 passan solo ∞^1, non ∞^2 V_3^2. È dunque Ψ del 3° ordine, appartenente a S_4, e perciò rigata. Su essa stanno le ∞^1 coniche γ appoggiate alla retta p: in conseguenza Ψ non è un cono, e p non è la direttrice della rigata; sarà dunque p una generatrice. Le altre generatrici di Ψ essendo sghembe con p, saran projezioni di rette

di F. Dunque la superficie F di S_5 è una rigata razionale normale del 4° ordine.

È la superficie a cui eravamo giunti alla fine del n. 2, come quella che contiene, non solo ∞^2, ma ∞^3 curve spaziali. Tali curve sone le ∞^3 cubiche, e si segano infatti mutuamente in due punti.

Questa superficie sta su infinite $V_3{}^3$, per modo che nelle ∞^2 quadriche di una di queste varietà stanno rispettivamente ∞^2 C^3 della F^4. Così, si ha una tale $V_3{}^3$ nel cono che projetta la superficie da un suo punto; ed anche una $V_3{}^3$, che non è in generale un cono, nell'intersezione dei due coni $V_4{}^2$ che si ottengono projettando la F^4 da due corde di una sua cubica, astrazion fatta dallo S_3 di questa.

Perciò questa F^4 si potrebbe escludere dalle specie isolate. Ma se si riflette che, prendendo fra le ∞^3 sue cubiche una doppia infinità arbitraria, per es. una ∞^2 trascendente, esse *non stanno* nè sulle ∞^2 quadriche di una $V_3{}^3$, nè su quelle di un cono $V_3{}^4$ di Veronese; si è condotti a collocare questa superficie a parte.

12. — Dalla discussione iniziata col n. 9 risulta ormai che, all'infuori della F^6 incontrata al n. 10, nelle superficie di S_5 delle *specie isolate* le C sono cubiche sghembe, oppure quartiche di 2ª specie; e che in ambi i casi (ni 7 e 11) le C s'incontrano a due a due in un sol punto (tolta la F^4 del n. 11).

Segue da ciò, com'è ben noto, che in ognuna delle dette superficie le C formano un sistema lineare, una rete (omaloidica); e che la superficie si può rappresentare birazionalmente sul piano in guisa che le C abbian per imagini le rette del piano. Le sezioni iperpiane della superficie saran di conseguenza rappresentate da un sistema lineare ∞^5 di cubiche o di quartiche.

Effettivamente un sistema lineare ∞^n di curve piane del 3° ordine costituisce la rappresentazione (delle sezioni iperpiane) di una superficie appartenente a S_n, su cui stanno ∞^2 cubiche sghembe, in corrispondenza alle ∞^2 rette del piano. E per $n = 5$ si può riconoscere (ed avremo da ritornarci su) che la superficie non sta in generale nè su una $V_3{}^3$, nè su un cono $V_3{}^4$ di Veronese.

Le superficie degli spazi superiori con ∞^2 curve spaziali.

13. — Passiamo ora a quelle superficie con ∞^2 curve C di spazi ordinari, che appartengono a S_6.

Si projetti una tal superficie Φ su S_5 da un punto generico, esterno alla varietà M luogo degli ∞^2 S_3 delle C. Si otterrà una superficie F di S_5, delle specie di cui ci siamo occupati finora. Di quali fra quelle specie?

Se F risultasse giacente in una $V_3{}^3$, sicchè gli S_3 delle sue ∞^2 curve spaziali, projezioni delle C, fossero quelli delle ∞^2 quadriche contenute in quella varietà; poichè essi (come subito si vede sulla $V_3{}^3$, anche se è un cono) formano un sistema tale che per un punto generico di S_5 ne passa uno solo; così in S_6 una retta generica (pel centro di projezione) incontrerebbe uno solo degli ∞^2 S_3 delle C: ossia incontrerebbe in un sol punto la varietà M. Ne seguirebbe — almeno ammettendo che Φ, e quindi anche M, sia analitica —, che M sarebbe un iperpiano di S_6: contro l'ipotesi che Φ sia immersa in S_6.

Invece potrà essere che F stia in un cono $V_3{}^4$ di Veronese. In tal caso, concorrendo gli S_3 delle ∞^2 curve spaziali di F in un punto, lo stesso fatto dovrà accadere in S_6 per gli S_3 (di cui quelli son projezioni generiche) delle C di Φ: ossia la M sarà un cono. Proiettando Φ dal vertice di questo cono su un S_5, si otterrà una superficie F' con ∞^2 linee piane. Queste linee non saranno coppie di rette, cioè F' non sarà un cono, perchè abbiamo escluso (v. la nota (6)) che le C si ottengano accoppiando delle linee piane. E nemmeno può F' essere una rigata cubica di S_4: se no, Φ starebbe in un S_5. Resta dunque solo (n. 1) che F' sia una superficie di Veronese. In conseguenza Φ sta su un cono $V_3{}^4$ projettante una superficie di Veronese.

Infine F non può essere la rigata ellittica del 6° ordine (n. 10), perchè questa rigata ha S_5 per spazio normale.

Rimane dunque, oltre al caso precedente, solo quello che su F, e quindi anche su Φ, le ∞^2 curve spaziali siano una rete omaloidica di cubiche, o di quartiche di 2ª specie.

14. — Se una superficie Θ con ∞^2 curve spaziali C è immersa in S_7, la sua projezione generica Φ su S_6 sarà della stessa natura. Ma Φ non potrà presentare quel caso del n. precedente in cui gli ∞^2 S_3 delle curve spaziali (projezioni delle C) passano per uno stesso punto. Se no, dovrebbe accadere lo stesso fatto per gli S_3 delle C di Θ; e allora (come al n. 13) projettando questa superficie su S_6 dal punto comune a quegli S_3 si dovrebbe ottenere una superficie di Veronese, mentre Θ appartiene a S_7. Dunque Φ presenterà l'ultimo caso del n. precedente. — E poichè lo stesso ragionamento si applica a spazi superiori ad S_7, si vede che, per le superficie di S_7 o spazi superiori contenenti ∞^2 curve spaziali, queste forman sempre una rete omaloidica di cubiche o di quartiche di 2ª specie.

Così la conclusione generale di tutta la ricerca viene ad essere questa:

Le superficie iperspaziali, che contengono ∞^2 curve appartenenti (completamente) a spazi ordinari, sono, oltre a quelle di S_4, *le seguenti:* 1°) *Superficie di* S_5 *contenute in una* V_3^3 *(luogo di una ∞^1 razionale di piani).* 2°) *Superficie di* S_5, *o di* S_6, *contenute nel cono* V_3^4 *che projetta da un punto una superficie del 4° ordine di Veronese.* 3°) *La rigata ellittica normale del 6° ordine di* S_5. 4°) *Superficie razionali di* S_5 *e spazi superiori, rappresentabili sul piano mediante sistemi lineari di cubiche, o con particolari sistemi di quartiche* [11].

In una prossima Nota mostrerò come *il 4° caso si possa ridurre ulteriormente per ciò che riguarda le quartiche*; ed aggiungerò qualche applicazione.

---

[11] Le superficie delle prime due specie, cioè giacenti nelle V_3^3 o V_3^4, sono algebriche e trascendenti. Se ne posson costruire a piacere, ad esempio segando quelle due varietà con una forma qualunque, oppure ricorrendo alla rappresentazione birazionale delle due V_3 su un S_3.

Ricerche sulle diossime

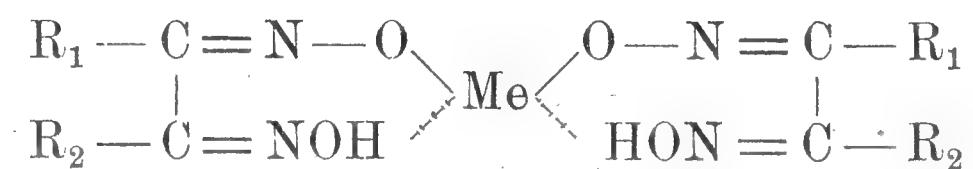
Nota del Socio nazionale residente GIACOMO PONZIO

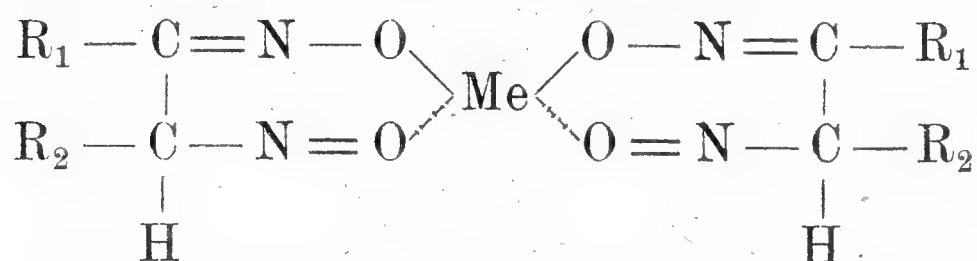
(presentata nell'adunanza del 19 giugno 1921)

Con questa Nota comincio ad esporre una serie di ricerche che ho iniziato nel 1915 allo scopo di stabilire a quale causa sia dovuta l'isomeria delle α-diossime, oggi generalmente attribuita, secondo la teoria di Hantzsch e Werner, alla posizione relativa dei due ossidrili nello spazio.

Pur essendo già in possesso di numerosi dati sperimentali i quali dimostrano in modo indubbio che il gruppo $> C_2N_2O_2H_2$ di una stessa α-diossima ha struttura differente nelle diverse forme [1], riferisco ora, per prender tempo, soltanto su una proprietà generale non conosciuta delle cosidette *sin-gliossime* (forme sin delle diossime di α-chetoaldeidi $R_1 . C(:NOH) . C(:NOH)H$ e di α-dichetoni $R_1 . C(:NOH) . C(:NOH) . R_2$). Come risulta dalle esperienze che descriverò più avanti, queste gliossime *possono in soluzione acquosa reagire direttamente col ferro, col rame, col nichel e col cobalto* compatti (in lastra) dando origine ai noti sali complessi interni

$$\begin{array}{l} R_1-C=N-O \\ \quad\;\; | \\ R_2-C=NOH \end{array} \!\!\!\!>\!Me\!< \begin{array}{l} O-N=C-R_1 \\ \qquad\quad\;\; | \\ HON=C-R_2 \end{array}$$

---

(1) Questi dati riguardano le α-diossime del dimetiltrichetone $CH_3 . CO . CO . CO . CH_3$ e del metilfeniltrichetone $CH_3 . CO . CO . CO . C_6H_5$, di cui tratterò in una prossima Nota.

$$\text{ovvero}\quad \begin{array}{c} R_1-C=N-O \\ | \\ R_2-C-N=O \\ | \\ H \end{array} \!\!>\!Me\!<\!\! \begin{array}{c} O-N=C-R_1 \\ | \\ O=N-C-R_2 \\ | \\ H \end{array}$$

i quali erano finora stati ottenuti esclusivamente per doppio scambio dai sali semplici di detti metalli.

La reazione $2R_1.C(:NOH).C(:NOH).R_2 + Me \longrightarrow [R_1.C(:NOH).C(:NO).R_2]_2Me + H_2$ (che forse ha luogo anche con altri elementi dell'VIII gruppo del sistema periodico) fa ravvicinare il comportamento delle sin-gliossime a quello degli acidi forti, per quanto le prime non siano elettroliti e non intacchino, per esempio, nè il magnesio, nè lo zinco.

Nessuna delle numerose sin-gliossime di α-chetoaldeidi e di α-dichetoni da me prese in esame fa eccezione alla regola; però la reazione è più rapida con quelle maggiormente solubili in acqua, ed è sopratutto elegante col nichel, ottenendosi in questo caso le caratteristiche *diossimine*, gialle, aranciate, rosse o scarlatte, di Tschugaeff [1]. Basta riscaldare la soluzione acquosa della gliossima con una lastra di nichel perchè tosto si inizî lo sviluppo di idrogeno, seguìto, dopo qualche tempo, dalla separazione dei cristalli del corrispondente sale complesso, il quale tuttavia si forma anche, lentamente, alla temperatura ordinaria, perfino colle gliossime a peso molecolare elevato e praticamente insolubili nell'acqua.

I medesimi composti risultano altresì scaldando in stufa a 110°-120° una lastra di nichel sulla quale sia stata posta una piccola quantità di gliossima inumidita con una goccia di alcool: dopo alcuni minuti la lastra si ricopre di una patina vellutata di colore giallo, od aranciato, o rosso, o scarlatto, a seconda della gliossima impiegata.

Con maggiore facilità del nichel reagiscono colle soluzioni acquose delle sin-gliossime il cobalto, il rame e sovratutto il ferro compatti e meglio ancora polverolenti. Questi tre ultimi metalli forniscono per lo più soluzioni colloidali di colore bruno intenso ovvero precipitati amorfi, eccetto nel caso della cupri-

---

(1) " Z. anorg. Ch. „ *46*, 144 (1905).

dimetilgliossima che ho potuto ottenere cristallizzata. Riservandomi di tornare più tardi sull'argomento, mi sono per ora limitato allo studio dei composti del nichel, preparandone molti non conosciuti, i quali offrono un notevole interesse sotto il punto di vista cristallografico e saranno esaminati nell'Istituto di Mineralogia diretto dal prof. Zambonini. Mi si è anche così offerta l'occasione di rettificare parecchi dati inesatti sulla letteratura delle gliossime e di descrivere i dibenzoilderivati di queste ultime, i quali servono a caratterizzare quelle aventi press'a poco lo stesso punto di fusione, od il cui punto di fusione varia col variare del solvente da cui cristallizzano o col modo di riscaldamento.

I. — **Metilgliossima** (diossima del metilgliossale). CH_3.C(:NOH).C(:NOH)H. In 800 cc. di idrossido di potassio al 3 $^0/_0$ si versano gr. 45 di etere acetacetico distillato nel vuoto. Dopo riposo di 24 ore si aggiungono gr. 28 di nitrito sodico, si raffredda il liquido con miscela frigorifera, e, mantenendo sempre la temperatura al disotto di 0°, si fa gocciolare, agitando continuamente, una soluzione al 20 $^0/_0$ di acido solforico fino a reazione nettamente acida. Si neutralizza con idrossido di sodio diluito, quindi si fa passare attraverso il liquido una forte corrente d'aria per circa mezz'ora e si estrae ripetutamente con molto etere. Questo seccato su solfato sodico anidro e distillato lascia come residuo gr. 28 di isonitrosoacetone CH_3.CO.C(:NOH)H in grossi cristalli bianchi, il quale s'introduce senz'altro in una soluzione di gr. 13 di idrossido di sodio in 56 cc. di acqua. Al liquido giallo risultante si aggiungono, poco a poco e raffreddando, gr. 28 di cloridrato di idrossilamina polverizzato, per il che dopo breve tempo il tutto si rapprende in una massa cristallina bianca costituita da metilgliossima CH_3.C(:NOH).C(:NOH)H, la quale lavata con poca acqua fredda e cristallizzata dal toluene (ove è poco solubile a caldo e quasi insolubile a freddo) si presenta in lunghi aghi splendenti fusibili a 157°.

Come è noto, la metilgliossima si scioglie discretamente nell'acqua fredda e notevolmente in quella calda. Trasformandola in nichelmetilgliossima $(C_3H_5O_2N_2)_2Ni$ per trattamento con acetato di nichel, previa aggiunta di molto acetato sodico cristallizzato, raccogliendo il precipitato in un crogiolo di Gooch e seccandolo a 110°-120°, ho trovato che la solubilità della metil-

gliossima nell'acqua è a 8° del 2,08 %, a 26° del 4,58 %, a 40° del 7,56 % (1).

La metilgliossima in soluzione acquosa diluita reagisce energicamente col rame, col ferro, col nichel e col cobalto compatti, però essa non è praticamente ionizzata: infatti, mediante il noto apparecchio di Ostwald, ho trovato che a 16° per $v = 32$ la metilgliossima ha una conduttività molecolare $\Lambda_v = 0,062$ (2), cioè un valore dello stesso ordine di grandezza di quello trovato da Ley ed Hantzsch (3) per l'isonitrosoacetone $CH_3.CO.C(:NOH)H$ dal quale la metilgliossima deriva per sostituzione dell'ossigeno carbonilico coll'ossiminogruppo.

Del resto, che la metilgliossima non sia un elettrolito è confermato dal fatto che, come risulta dai seguenti numeri, il suo peso molecolare in soluzione acquosa è normate

sostanza	concentrazione	abbassamento	peso molecolare	
			trovato	calcolato per $C_3H_6N_2O_2$
0,0657	0,34	0°060	107	102
0,1556	0,90	0°165	103	

Sale di nichel $(C_3H_5O_2N_2)_2Ni$. L'ho preparato per azione del nichel sulla metilgliossima in soluzione acquosa. La reazione $2CH_3.C(:NOH).C(:NOH).H + Ni \rightarrow (C_3H_5O_2N_2)_2Ni + H_2$ procede con lentezza alla temperatura ordinaria; ha invece luogo con rapidità se si scalda su bagno d'acqua bollente, ed allora si manifesta con notevole sviluppo di bolle gassose le quali si staccano della superficie della lamina metallica (4), e con una colorazione del liquido dapprima in giallo chiaro e poi in giallo bruno. Decantando questo dopo un certo tempo e lasciandolo raffreddare, la nichelmetilgliossima cristallizza in prismetti giallo-bruni, i quali lavati con etere e seccati a 100° fornirono all'analisi i seguenti risultati:

Sostanza gr. 0,1288 : N cc. 24,1 a 17°,6 e 732,168.
Per $C_6H_{10}O_4N_4Ni$: calc. % N 21,48, trov. N 21,26.

---

(1) Questi valori non sono esattissimi, perchè la nichelmetilgliossima è leggermente solubile in acqua.

(2) Detratta la conduttività dell'acqua impiegata, che era $2,08.10^{-6}$.

(3) B. *39*, 3159 (1906).

(4) Si può anche usare una moneta di nichel da 50 c. ben pulita.

Riscaldando nuovamente le acque madri colla lastra di nichel si può ottenere altro sale, il quale, d'altra parte, si separa poco a poco anche dal liquido caldo quando la soluzione diventa soprasatura.

La nichelmetilgliossima che in tal modo prende origine è identica in tutte le sue proprietà con quella ottenuta da Tschugaeff e Tischchenko (1) trattando con acetato di ammonio una soluzione alcoolica od acquosa di metilgliossima e di cloruro nicheloso.

Ai dati riferiti da detti Autori devo aggiungere che la nichelmetilgliossima cristallizza da una miscela a parti eguali di piridina e di alcool in prismetti di colore rosso vivo, i quali riscaldati cominciano ad imbrunire verso 200° senza fondere; che la sua solubilità in acqua è a 16° del 0,0131 % ed a 100° del 0,0396 %; che trattandone la soluzione acquosa con dimetilgliossima e con una goccia di idrossido di ammonio si ha subito un precipitato rosso-scarlatto di nicheldimetilgliossima; ed infine che è solubile nell'idrossido di sodio dando un liquido giallo-aranciato dal quale dopo un certo tempo si separa idrossido nicheloso (2).

Dibenzoilderivato $CH_3.C(:NOCOC_6H_5).C(:NOCOC_6H_5)H$. Si forma benzoilando la metilgliossima $CH_3.C(:NOH).C(:NOH)H$ in soluzione piridinica e cristallizza dall'alcool in aghi bianchi fusibili a 164°-65° senza decomposizione.

Sostanza gr. 0,1792 : N cc. 13,9 a 11°,2 e 741,062 mm.
Per $C_{17}H_{14}N_2O_4$: calc. % N 9,03, trov. N 9,13.

È insolubile nell'acqua; solubile a freddo in acetone, benzene, cloroformio; insolubile in etere di petrolio; quasi insolubile in ligroina; poco solubile in etere; molto solubile a caldo e poco a freddo nell'alcool.

II. — **Dimetilgliossima (diossima del diacetile).** $CH_3.C(:NOH).C(:NOH).CH_3$. Di questo composto, che trova largo impiego nell'analisi qualitativa e quantitativa, sono stati proposti molti metodi di preparazione. Io ritengo consigliabili i due

(1) " Z. Bl. ", 1911, I, 871.

(2) Anche i sali di nichel delle altre gliossime da me studiati si comportano verso l'idrossido di sodio in modo analogo.

seguenti, col primo dei quali si parte dall'etere metilacetacetico, col secondo dal metiletilchetone, passando in ogni caso, come prodotto intermedio, per la monossima del diacetile (isonitrosometiletilchetone) $CH_3 . CO . C(: NOH) . CH_3$.

a) Gr. 35 di etere metilacetacetico si versano in 500 cc. di idrossido di potassio all'8 %. Dopo riposo di 48 ore si raffredda il liquido limpido con miscela frigorifera, si aggiungono gr. 17 di nitrito sodico e si fanno gocciolare, agitando continuamente e mantenendo sempre la temperatura al disotto di 0°, cc. 250 di acido solforico al 20 %. Cessato lo sviluppo di anidride carbonica, si tratta con idrossido di sodio al 20 % fino a reazione *leggerissimamente* basica e si estrae due volte con molto etere. Questo seccato su solfato sodico anidro e distillato lascia come residuo gr. 24 di isonitrosometiletilchetone perfettamente bianco. Rendimento 98 % del teorico.

b) Ad una miscela di gr. 25 di metiletilchetone p. eb. 75°-76°, di gr. 50 di etere ordinario e di 32 cc. di acido cloridrico concentrato $d = 1{,}19$, raffreddata con miscuglio frigorifero, si aggiungono a piccole porzioni, ed agitando continuamente, gr. 50 di acido nitrosilsolforico (1). Si lascia in riposo un'ora, quindi si aggiunge al liquido, diventato omogeneo ed incoloro, l'egual volume di acqua, si separa lo strato etereo che viene a galla e si fa una seconda estrazione con poco etere. La soluzione eterea si tratta con carbonato di calcio precipitato, si filtra e si distilla su bagno d'acqua bollente. Eliminati in tal modo l'etere ed il metiletilchetone rimasto inalterato (2), si hanno come residuo gr. 21 di isonitrosometiletilchetone leggermente giallognolo. Rendimento 57,4 % del teorico.

(1) L'acido nitrosilsolforico si prepara comodamente facendo passare in una miscela raffreddata con ghiaccio e sale di 100 cc. di acido nitrico $d = 1{,}51$ e di 25 cc. di acido acetico glaciale, una corrente di anidride solforosa secca ottenuta facendo gocciolare acido solforico concentrato commerciale su bisolfito sodico solido impastato con acqua.

Lavato prima con acido acetico glaciale e poi con un po' di tetracloruro di carbonio, è in cristalli bianchi, che si conservano benissimo in essiccatore ad acido solforico.

(2) La miscela di etere e di metiletilchetone ricuperata può servire senz'altro per una nuova preparazione.

Anche Diels e Jost ([1]), Biltz ([2]), ed Adams e Kamm ([3]) per preparare la monossima del diacetile partono dal metiletilchetone, ma lo nitrosano mediante il nitrito di amile, coll'inconveniente di dover poi estrarre con etere l'alcool amilico che rimane disciolto nella soluzione dell'isonitrosometiletilchetone nell'idrossido di sodio. Impiegando l'acido nitrosilsolforico il procedimento è indubbiamente molto più semplice e più rapido.

Ottenuta la monossima del diacetile, la si introduce in una soluzione al 5 $^0/_0$ di idrossido di sodio contenente un peso di quest'ultimo *metà del teorico* di quello occorrente per neutralizzare l'acido cloridrico del cloridrato di idrossilamina richiesto per la trasformazione della monossima in diossima. Al liquido, colorato in giallo-puro se si impiega isonitrosometiletilchetone proveniente dall'etere acetacetico, e colorato in giallo-bruno se si impiega quello proveniente dal metiletilchetone, si aggiunge quindi il cloridrato di idrossilamina polverizzato ([4]), per il che si inizia quasi subito la separazione dei cristalli bianchi. Si completa la reazione scaldando mezz'ora su bagno d'acqua, si lascia raffreddare, si raccoglie alla pompa e si lava con poca acqua. Si ottiene così, con un rendimento del 95 $^0/_0$ del teorico, la dimetilgliossima, nel primo caso bianchissima, nel secondo leggermente colorata in giallognolo. Seccata all'aria, essa fonde a 234°; cristallizzata dall'alcool acquoso, fonde a 236°; cristallizzata dal toluene (ove è pochissimo solubile a caldo e quasi insolubile a freddo e dal quale si separa in fini e lunghi aghi), fonde a 240°, sublimando parzialmente.

Fittig, Daimler e Keller ([5]) asseriscono che la dimetilgliossima è insolubile in acqua; altri chimici hanno però osservato che essa si scioglie abbastanza a caldo da poter essere cristallizzata da detto solvente. Facendone il dosamento sotto forma di nicheldimetilgliossima $(C_4H_7O_2N_2)_2Ni$ (cioè aggiungendo alle soluzioni sature a diverse temperature solfato di nichel e poi

---

([1]) B. *35*, 3292 (1902).

([2]) " Z. Analyt. Ch. „ *48*, 164 (1909).

([3]) " Am. Chem. Soc. „ *40*, 1281 (1918).

([4]) Cloridrato di idrossilamina *tecnico* di Kahlbaum al 96–97 $^0/_0$ di $NH_3O.HCl$.

([5]) A. *249*, 204 (1888).

idrossido di ammonio fino a leggera reazione basica, raccogliendo il precipitato in un crogiolo di Gooch e seccandolo a 100°) ho determinato la solubilità S della dimetilgliossima nell'acqua in funzione della temperatura. I risultati sperimentali sono rappresentati dalla formola

$$\log S = 8,50515 + 0,015251\, t - 0,000027725\, t^2$$

dalla quale si ricavano i seguenti valori:

t.	gr. per litro	t.	gr. per litro
0°	0,32	60°	2,09
10°	0,45	70°	2,74
20°	0,62	80°	3,53
30°	0,86	90°	4,50
40°	1,17	100°	5,66.
50°	1,58		

Sale di nichel $(C_4H_7O_2N_2)_2Ni$. Scaldando su bagno d'acqua bollente una lamina di nichel colla soluzione acquosa della dimetilgliossima $CH_3.C(:NOH).C(:NOH).CH_3$ si manifesta quasi subito un notevole sviluppo di bolle gassose dalla superficie della lamina, la quale dopo breve tempo si ricopre di uno strato di piccoli cristalli rosso-scuri di nicheldimetilgliossima. Questi, staccati dal metallo mediante ripetuti scuotimenti, si presentano al microscopio come laminette allungate con estinzione parallela all'allungamento e netto policroismo rosso-sangue nella direzione di allungamento ed arancione perpendicolarmente a questa stessa direzione. Per l'analisi furon lavati con etere e seccati a 100°.

Sostanza gr. 0,0560 : N cc. 9,7 a 20° e 723,531 mm.
Per $C_8H_{14}O_4N_4Ni$: calc. % N 19,36, trov. N 19,30.

Sale di rame $(C_4H_7O_2N_2)_2Cu$. Era già stato preparato da Tschugaeff [1] per azione dell'acetato ramico sulla dimetilgliossima in soluzione acquoso-alcoolica. Io l'ho ottenuto scaldando su bagno d'acqua bollente una soluzione acquosa di dimetilgliossima con rame in lastra. Concentrando il liquido

---

[1] " Z. anorg. Ch. „ *46*, 157 (1905).

quando è diventato intensamente bruno, la cupridimetilgliossima cristallizza in fini prismetti lanceolati quasi neri con riflessi metallici, i quali lavati con etere e seccati a 100° fornirono all'analisi i seguenti numeri:

Sostanza gr. 0,1464 : CuO gr. 0,0394.
Per $C_8H_{14}O_4N_4Cu$: calc. % Cu 21,63, trov. Cu 21,45.

Riscaldato si decompone vivamente, senza fondere, a 215°; e, contrariamente a quanto asserisce Tschugaeff (loc. cit.), è insolubile nei comuni solventi organici, eccettuato l'alcool. Si scioglie facilmente nell'idrossido di ammonio con colorazione verde-bruna e nell'idrossido di sodio con colorazione violetta intensa. La soluzione acquosa trattata con un sale di nichel dà subito un precipitato rosso-scarlato di dimetilgliossima.

Sale di cobalto $(C_4H_7O_2N_2)Co$. Sali di gliossime a cobalto bivalente non sono finora conosciuti, per quanto si sia tentato di prepararli in vari modi (1). Io sono riuscito ad ottenere il sale cobaltoso della dimetilgliossima sia scaldando su bagno d'acqua bollente la soluzione acquosa di questa con una lastra di cobalto, sia scaldando la soluzione alcoolica della gliossima con soluzione acquosa di acetato di cobalto e raccogliendo dopo un certo tempo la polvere che nei due casi si separa dal liquido diventato intensamente bruno (2). Lavato con acido acetico diluito e seccato a 100° costituisce una polvere di color caffè con riflessi violacei, la quale riscaldata comincia ad alterarsi verso 200° senza fondere.

I. Sostanza gr. 0,1113 : N cc. 18,9 a 22°,5 e 724,046 mm.
II. Sostanza gr. 0,2423 : $CoSO_4$ gr. 0,1400.
Per $C_8H_{14}O_4N_4Co$: calc. % N 19,36, Co 20,41
trov. N 18,77, Co 21,86.

Dopo il trattamento con acido acetico è insolubile nell'acqua e nei comuni solventi organici.

Dibenzoilderivato $CH_3 . C(:NOCOC_6H_5) . C(:NOCOC_6H_5) . CH_3$. Si forma benzoilando la dimetilgliossima in soluzione piridinica

(1) Tschugaeff, " Z. anorg. Ch. „ *46,* 160 (1905).
(2) Molto più facilmente si ottengono i sali cobaltosi delle diossime del fenilgliossale e del metilfeniltrichetone, dei quali dirò a suo tempo.

e cristallizzato dall'alcool si presenta in aghi bianchi fusibili a 225° senza decomposizione.

Sostanza gr. 0,1862 : N cc. 13,6 a 9°,9 e 742,125 mm.
Per $C_{18}H_{16}O_4N_2$: calc. °/₀ N 8,64, trov. N 8,64.

È insolubile nell'acqua; poco solubile a caldo e quasi insolubile a freddo nell'alcool e nel benzene, quasi insolubile anche a caldo in ligroina ed in etere, pochissimo solubile in acetone, solubile a freddo nel cloroformio.

Era già stato ottenuto da Diels e Stern [1] col metodo di Schott-Baumann e con punto di fusione 223°.

III. — **Metiletilgliossima (diossima dell'acetilpropionile)** $CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . C_2H_5$ [2].

In 350 cc. di idrossido di sodio al 10 °/₀ si versano gr. 32 di etere etilacetacetico e si fa passare attraverso al liquido una forte corrente di aria fino a saponificazione completa. Si aggiungono quindi gr. 15 di nitrito sodico, si raffredda in miscela frigorifera, ed agitando continuamente, si fanno gocciolare gr. 200 di acido solforico al 20 °/₀, per il che una parte dell'isonitrosometilpropilchetone (monossima dell'acetilpropionile) $CH_3 . CO . C(:NOH) . C_2H_5$ si separa cristallizzata. Si filtra, si neutralizza il filtrato con idrossido di sodio, si estrae con etere, ed operando poi in modo analogo al caso precedente si trasforma l'isonitrosometilpropilchetone in metiletilgliossima $CH_3.C(:NOH). C(:NOH) . C_2H_5$, la quale cristallizzata dall'alcool acquoso si presenta in laminette bianche fusibili a 172°-73°, cristallizzata dal toluene (ove è molto solubile a caldo e pochissimo a freddo) si presenta in aghetti aventi il medesimo punto di fusione.

La metiletilgliossima è ritenuta insolubile nell'acqua; si può invece cristallizzare benissimo da questo solvente, ove è più solubile del suo omologo inferiore. La solubilità S della metiletilgliossima nell'acqua in funzione della temperatura (de-

---

[1] B. *40*, 1630 (1907).

[2] Nel " Lexikon „ del Richter (vol. I, pag. 290) sono citate due diossime $C_5H_{10}O_2N_2$, cioè l'α, β- diossiiminopentano $HC(:NOH) . C(:NOH) . C_3H_7$ p. f. 168° ed il β, γ- diossiiminopentano $CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . C_2H_5$; il primo di questi composti non esiste, il secondo fonde a 172°-73°.

terminata sperimentalmente trattandone le soluzioni acquose sature a diverse temperature con acetato di nichel e pesando la nichelmetiletilgliossima ($(C_5H_9O_2N_2)Ni$ che in tali condizioni precipita) è espressa dalla formola

$$\log S = 8,81837 + 0,02317\,t - 0,00009015\,t^2$$

dalla quale si ricavano i seguenti valori:

t.	gr. per litro	t.	gr. per litro
0°	0,66	60°	7,65
10°	1,10	70°	9,96
20°	1,76	80°	12,44
30°	2,70	90°	14,91
40°	3,99	100°	17,14.
50°	5,64		

Sale di nichel $(C_5H_9O_2N_2)Ni$. Si forma scaldando su bagno d'acqua bollente la metiletilgliossima $CH_3.C(:NOH).C(:NOH).C_2H_5$ in soluzione acquosa con nichel in lastra. La reazione procede come nei casi precedenti dando origine alla nichelmetiletilgliossima, la quale costituisce prismetti rosso-bruni fusibili a 280° ed è identica col prodotto ottenuto da Tschugaeff (1) per azione dell'acetato di nichel sulla metiletilgliossima in soluzione acquoso-alcoolica.

Dibenzoilderivato $CH_3.C(:NOCOC_6H_5).C(:NOCOC_6H_5).C_2H_5$. Ottenuto benzoilando la metiletilgliossima in soluzione piridinica e cristallizzato dall'alcool si presenta in lunghe lamine bianche splendenti fusibili a 173° senza decomposizione.

Sostanza gr. 0,2003 : N cc. 14,4 a 17°,6 e 732,168 mm.
Per $C_{19}H_{18}O_4N_2$: calc. % N 8,28, trov. N 8,18.

È insolubile nell'acqua; poco solubile a caldo e pochissimo a freddo in alcool e in ligroina; discretamente a caldo e meno a freddo in acetone ed in benzene; solubile a freddo in cloroformio.

(1) " Z. anorg. Ch. „ *46*, 147 (1905).

IV. — **Metil-n-propilgliossima (diossima dell'acetil-n-butirrile)** $CH_3.C(:NOH).C(:NOH).C_3H_7$. L'ho preparata, in modo analogo alle precedenti gliossime, partendo dall'etere n-propilacetacetico, il quale essendo molto più difficilmente saponificabile dei suoi omologhi inferiori richiede un'agitazione più prolungata colla soluzione di idrossido di potassio. Cristallizzata dall'alcool acquoso si presenta in grosse lamine splendenti fusibili a 175°; cristallizzata dal toluene (ove è discretamente solubile a caldo e pochissimo a freddo) si presenta in finissimi e lunghi aghi appiattiti aventi lo stesso punto di fusione (1).

È ritenuta insolubile nell'acqua, dalla quale per contro può essere cristallizzata. La sua solubilità S in funzione della temperatura (determinata sperimentalmente dosando la gliossima sotto forma di sale di nichel) è espressa dalla formola

$$\log S = 8,23045 + 0,00478637\, t + 0,0001350812\, t^2$$

dalla quale si ricavano i seguenti valori:

t.	gr. per litro	t.	gr. per litro
0°	0,17	60°	1,01
10°	0,19	70°	1,68
20°	0,24	80°	2,87
30°	0,245	90°	5,69
40°	0,44	100°	11,48.
50°	0,64		

Sale di nichel $(C_6H_{11}N_2O_2)_2Ni$. Si forma scaldando su bagno d'acqua bollente una soluzione acquosa di metil-n-propilgliossima $CH_3.C(:NOH).C(:NOH).C_3H_7$ con una lastra di nichel, per il che si depone poco a poco su quest'ultima. Staccato collo scuotimento dal metallo e cristallizzato dall'alcool si presenta in aghetti aranciati fusibili a 159°-60° senza decomposizione.

---

(1) Il punto di fusione più elevato della metil-n-propilgliossima riferito nella letteratura è 170°-71°: la notevole differenza non è da attribuirsi al termometro, bensì alla maggior purezza dell'etere n-propilacetacetico da cui sono partito e che fu appositamente preparato in laboratorio. Infatti un campione della stessa gliossima che avevo ottenuto 25 anni fa da un prodotto commerciale fonde ancora oggi a 170°-71°.

Lo stesso composto era già stato ottenuto da Tschugaeff [1] per azione dell'acetato di nichel su una soluzione acquoso-alcoolica di metil-n-propilgliossima, ma con un punto di fusione assai più basso, cioè 144°. Nella supposizione che ciò fosse dovuto alla presenza nel sale di un po' di gliossima inalterata ne ho ripetuto la preparazione secondo le indicazioni di detto Autore, e prima di cristallizzarlo dall'alcool l'ho fatto bollire con acqua, ove la gliossima è alquanto solubile; ebbi in tal modo un prodotto fusibile alla medesima temperatura di quello ottenuto direttamente dal metallo. D'altra parte trattando la soluzione acquosa bollente di metil-n-propilgliossima con acetato di nichel e cristallizzando dall'alcool la nichelmetil-n-propilgliossima che in tal modo precipita, essa fonde a 159°-60°.

Dibenzoilderivato $CH_3.C(:NOCOC_6H_5).C(:NOCOC_6H_5).C_3H_7$. Preparato benzoilando la metil-n-propilgliossima in soluzione piridinica e cristallizzato dall'alcool si presenta in aghetti bianchi fusibili a 128° senza decomposizione.

Sostanza gr. 0,1934 : N cc. 14 a 19°,8 e 731,306 mm.
Per $C_{20}H_{20}O_4N_2$: calc. % N 7,95, trov. N 8,15.

È insolubile nell'acqua; poco solubile a caldo e pochissimo a freddo in alcool ed in ligroina; solubile a freddo in etere, in benzene, in acetone ed in cloroformio.

V. — **Metilisopropilgliossima (diossima dell'acetilisobutirrile)** $CH_3.C(:NOH).C(:NOH).CH(CH_3)_2$. Ottenuta dall'etere isopropilacetacetico e cristallizzata dall'alcool acquoso si presenta in laminette splendenti fusibili a 156°-57°; cristallizzata dal toluene (ove è discretamente solubile a caldo e quasi insolubile a freddo) si presenta in lunghi e fini aghi fusibili a 157°-58°.

La solubilità S della metilisopropilgliossima nell'acqua in funzione della temperatura è notevolmente più grande di quella del suo isomero ed è espressa dalla formola

$$\log S = 9,23044 - 0,00075979\, t + 0,00015876\, t^2$$

---

[1] " Z. anorg. Ch. „ *46*, 147 (1905).

dalla quale si ricavano i seguenti valori:

t.	gr. per litro	t.	gr. per litro
0°	1,70	60°	5,70
10°	1,77	70°	9,01
20°	1,90	80°	15,33
30°	2,24	90°	28,06
40°	2,84	100°	55,21.
50°	3,88		

Sale di nichel $(C_6H_{11}O_2N_2)_2Ni$. Si forma riscaldando il nichel in lastra colla soluzione acquosa della metilisopropilgliossima $CH_3.C(:NOH).C(:NOH).CH(CH_3)_2$ ed è identico col prodotto che si ottiene trattando la soluzione alcoolica della gliossima con soluzione alcoolica di acetato di nichel. Cristallizzato dall'alcool si presenta in lamine splendenti giallo-aranciate fusibili a 229° senza decomposizione (1).

Sostanza gr. 0,2022 : nicheldimetilgliossima gr. 0,1714.
Per $C_{12}H_{22}O_4N_4Ni$: calc. °/0 Ni 17,01, trov. Ni 17,21.

È insolubile nell'acqua; poco solubile a caldo e pochissimo a freddo in alcool ed in acetone; quasi insolubile in etere ed in ligroina; solubile a freddo in benzene ed in cloroformio.

Dibenzoilderivato $CH_3 . C(:NOCOC_6H_5) . C(:NOCOC_6H_5) . CH(CH_3)_2$. Ottenuto benzoilando la gliossima in soluzione piridinica e cristallizzato dall'alcool acquoso si presenta in prismetti bianchi fusibili a 112°-13° senza decomposizione.

Sostanza gr. 0,2023 : N cc. 15 a 20°,4 e 741,638 mm.
Per $C_{20}H_{20}O_4N_2$: calc. °/0 N 7,95, trov. N 8,13.

È insolubile nell'acqua; discretamente solubile a caldo e poco a freddo in alcool ed in ligroina; solubile a freddo in etere, in cloroformio, in acetone ed in benzene.

---

(1) Preparato col metodo di Tschugaeff, cioè in soluzione acquoso-alcoolica, fonde invece a 220°, perchè contiene tracce di gliossima, analogamente a quanto succede per il suo isomero.

VI. — **Sale di nichel della clorometilgliossima** $(C_3H_4O_2N_2Cl)_2Ni$. Si separa in laminette splendenti di colore rosso-vinoso mescolando soluzioni alcooliche di clorometilgliossima $CH_3.C(:NOH).C(:NOH)Cl$ [1] e di acetato di nichel.

Sostanza gr. 0,0988 : N cc. 14,1 a 10°,8 e 739,423 mm.
Sostanza gr. 0,1110 : nicheldimetilgliossima gr. 0,0950.
Per $C_6H_8O_4N_4Cl_2Ni$: calc. % N 16,99, Ni 17,77
trov. N 16,66, Ni 17,40.

È insolubile nell'acqua e nei comuni solventi organici; riscaldato comincia ad annerire verso 200° senza fondere.

Sale di nichel dell'acetilcaproildiossima $(C_8H_{15}O_2N_2)_2Ni$. Fu preparato aggiungendo alla soluzione alcoolica della diossima dell'acetilcaproile $CH_3.C(:NOH).C(:NOH).(CH_2)_4.CH_3$ una soluzione acquosa di solfato di nichel. Cristallizzato dall'alcool si presenta in prismetti rosso-mattone fusibili a 157°-58° senza decomposizione.

Sostanza gr. 0,3462 : nicheldiacetilgliossima gr. 0,2453.
Per $C_{16}H_{30}O_4N_4Ni$: calc. % Ni 14,63, trov. Ni 14,39.

È insolubile nell'acqua; discretamente solubile a caldo e poco a freddo in alcool; solubile a freddo nei comuni solventi organici.

Sale di nichel dell'acetil-n-nonildiossima $(C_{11}H_{21}O_2N_2)_2Ni$. Ottenuto in modo analogo al precedente dalla acetil-n-nonildiossima (diossima del 2,3-undecadione) $CH_3.C(:NOH).C(:NOH).(CH_2)_7.CH_3$. Cristallizzato dall'alcool si presenta in laminette giallo-brune fusibili a 125° senza decomposizione.

Sostanza gr. 0,1270 : nicheldimetilgliossima gr. 0,0752.
Per $C_{22}H_{42}O_4N_4Ni$: calc. % Ni 12,10, trov. Ni 12,02.

---

[1] La clorometilgliossima $CH_3.C(:NOH).C(:NOH)Cl$ che ho preparato scaldando leggermente, in soluzione acquosa, cloroisonitrosoacetone $CH_3.CO.C(:NOH)Cl$ e cloridrato di idrossilamina, cristallizza dal toluene (ove è poco solubile a caldo e quasi insolubile a freddo) in aghi bianchi solubili a 188°-89°. Il punto di fusione più alto riportato nella letteratura è 182°-83°.

È insolubile nell'acqua; discretamente solubile a caldo e poco a freddo nell'alcool, nell'acetone e nella ligroina; poco solubile nell'etere; solubile nel benzene e nel cloroformio.

Sale di nichel dell'acetilpalmitildiossima $(C_{18}H_{35}O_2N_2)_2Ni$. Ottenuto trattando la soluzione piridinica della diossima dell'acetilpalmitile $CH_3.C(:NOH).C(:NOH).(CH_2)_{14}.CH_3$ con soluzione alcoolica di cloruro nicheloso. Cristallizzato dall'alcool è in laminette gialle fusibili a 88°-89° senza decomposizione.

Sostanza gr. 0,1520 : nicheldimetilgliossima gr. 0,0650.
Per $C_{36}H_{70}O_4N_4Ni$: calc. °/₀ Ni 8,74, trov. Ni 8,62.

È insolubile nell'acqua; poco solubile a caldo e quasi insolubile a freddo nell'alcool e nell'acetone; discretamente solubile a caldo e poco a freddo in benzene; solubile a freddo in cloroformio; insolubile nell'etere.

Sale di nichel dell'acetilstearildiossima $(C_{20}H_{39}O_2N_2)_2Ni$. Ottenuto in modo analogo al precedente dalla diossima dell'acetilstearile $CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . (CH_2)_{16} . CH_3$. Cristallizzato dall'etere di petrolio si presenta in laminette aranciate fusibili ad 89° senza decomposizione.

Sostanza gr. 0,1082 : nicheldimetilgliossima gr. 0,0422.
Per $C_{40}H_{78}O_4N_4Ni$: calc. °/₀ Ni 7,95, trov. Ni 7,92.

È insolubile nell'acqua; poco solubile a caldo e pochissimo a freddo nell'alcool; discretamente a caldo e poco a freddo nell'etere di petrolio e nell'acetone; solubile nel cloroformio e nel benzene.

Sale di nichel della metilfenilgliossima $(C_9H_9O_2N_2)_2Ni$. Fu preparato trattando la metilfenilgliossima (diossima dell'acetilbenzoile) $CH_3 . C(:NOH) . C(:NOH) . C_6H_5$ in soluzione alcoolica con solfato di nichel in soluzione acquosa e cristallizzato da una miscela di alcool e di piridina si presenta in aghetti rosso-scarlatti fusibili a 239°-40°.

Sostanza gr. 0,3814 : nicheldimetilgliossima gr. 0,2618.
Per $C_{18}H_{18}O_4N_4Ni$: calc. °/₀ Ni 14,20, trov. Ni 13,97.

È insolubile nell'acqua; pochissimo solubile anche a caldo in alcool e in acetone; discretamente solubile a caldo e poco a freddo in benzene; solubile nel cloroformio; insolubile in etere ed in ligroina.

Sale di nichel della metilbenzilgliossima $(C_{10}H_{11}O_2N_2)_2Ni$. Si forma trattando la soluzione piridinica della metilbenzilgliossima (diossima dell'acetilfenilacetile) $CH_3.C(:NOH).C(:NOH).CH_2.C_6H_5$ [1] con soluzione alcoolica di cloruro nicheloso, e cristallizza dall'etere in laminette aranciate fusibili a 180°.

Sostanza gr. 0,0864 : N cc. 9,6 a 12° e 734,012 mm.
Per $C_{20}H_{22}O_4N_4Ni$: calc. °/₀ N 12,93, trov. N 12,91.

È insolubile nell'acqua; discretamente solubile a caldo e poco a freddo in alcool, etere, etere di petrolio, ligroina; solubile a freddo in acetone, benzene, cloroformio.

Torino, Istituto Chimico della R. Università.
Giugno 1921.

---

[1] La metilbenzilgliossima da me preparata per azione del cloridrato di idrossilamina sull'isonitrosobenzilacetone $CH_3.CO.C(:NOH).CH_2.C_6H_5$ in soluzione alcoolica e cristallizzata dal cloroformio (ove è poco solubile a caldo e pochissimo a freddo) si presenta in aghi appiattiti fusibili a 186°. Il punto di fusione più elevato riferito nella letteratura è 181°.

La cometa 1912. a. (Gale). - Orbita definitiva

Nota del Prof. LUIGI CARNERA

(presentata dal Socio nazionale residente A. Naccari nell'adunanza del 19 giugno 1921)

La sera dell'8 settembre 1912 venne scoperta a Waratah (New South Wales) da W. F. Gale con un semplice binocolo una nuova cometa, la cui grandezza si aggirava intorno alla 6, pur distando ancor notevolmente dal perielio. Con l'avvicinarsi al sole crebbe di splendore, diventando oggetto visibile ad occhio nudo, ed attraendo quindi l'attenzione degli astronomi formò argomento di studii e di numerose osservazioni. Dato il carattere riassuntivo del presente lavoro, non ricorderò qui i varii aspetti fisici presentati dalla cometa nel periodo abbastanza lungo in cui venne osservata: basti dire che potè essere seguita fino al 26 maggio 1913, che alla metà di ottobre raggiunse il massimo splendore (4.4), e che il percorso suo apparente nel cielo fu quanto mai ampio, poichè scoperta ad un α di $13^h 34^m$ ed un δ di $-37°$, venne osservata per l'ultima volta ad un α di $6^h 58^m$ ed un δ di $+45°$, dopo aver toccato tutte le ascensioni rette comprese fra quei due numeri (quasi trequarti dell'intera circonferenza) ed essersi spinta nelle regioni circumpolari fino ad oltre 84° di declinazione.

Dalle diverse orbite provvisorie calcolate risultò che per rappresentare i luoghi osservati si era condotti ad orbite iperboliche, ed i migliori elementi basati su 135 Osservazioni dedotti da Viljev (A. N. 196; 197) hanno per e il valore 1.0006214, ma non considerano che osservazioni fino ai primi di dicembre 1912.

Volendo assicurare una precisione maggiore e tener conto del numeroso materiale di osservazione, partii da nuovi elementi calcolati sulla base di tre luoghi normali per le epoche 1912 set-

tembre 12.5, novembre 5.5 e dicembre 29.5, trovando come primo sistema gli elementi parabolici seguenti:

$$
\begin{aligned}
T &= 4.994\ 4596\ \text{Ott. Temp. med. Berl.} \\
\omega &= 25^{\circ}\ 38'\ 11''.76 \\
\Omega &= 297\ \ 1\ \ 24\ .63 \quad 1912.0 \\
i &= 79\ 47\ 37\ .19 \\
q &= 0.716\ 0834.
\end{aligned}
$$

Con essi calcolai l'effemeride dal giorno 8 settembre 1912 fino al 27 di maggio, che include quasi 180° di anomalia (da $v = -52^{\circ}\,24'\,15''.95$ si arriva a $v = 127^{\circ}\,3'\,18''.20$), la cui pubblicazione per esteso mi sembra per ora inutile. Con i valori calcolati procedetti al confronto delle posizioni osservate, per le quali precedentemente avevo avuto cura di compilare il catalogo delle stelle di confronto che comprende 451 stelle. Mi attenni per questa compilazione ai cataloghi più moderni e meglio attendibili: pur tuttavia ebbi campo di accorgermi bene spesso come ormai nuovamente si imponga una riosservazione di gran numero di stelle. I cataloghi della A. G. hanno quasi mezzo secolo di età e moti propri anche piccoli si rendono manifesti, dando luogo ad intollerabili discordanze. Basti accennare, p. e., al caso della stella 344 del mio catalogo, cioè della A. G. Cbr. 5074: le posizioni dedotte con essa da sei osservatori diversi si scostano, da quelle ottenute da altri nella stessa giornata, di circa 15″ in declinazione, ed unico elemento di conferma del moto proprio delle stelle si ha in una posizione isolata che si trova nel catalogo AOe 16511. Nè questo è l'unico caso, chè la A. G. Leip I 5524 presenta analogo fenomeno: per essa finalmente è stato possibile trovare una posizione moderna nel catalogo Toul_2 4391 e dedurre così un moto proprio.

Ma se per questo ed altri casi ancora fu possibile esser resi attenti della poca esattezza della posizione stellare dalle discordanze presentate dalla cometa, a seconda che il riferimento era fatto all'una o l'altra stella, proprio nel periodo finale, quando per il numero ridotto delle osservazioni sarebbe necessaria una maggior precisione, venne a mancare ogni elemento di controllo, e di conseguenza ebbe a rimanere il dubbio sulla possibilità di posizioni non perfettamente esatte, e capaci di introdurre cause di errori sistematici non lievi.

Non posso quindi che aderire al voto espresso da più parti, che al più presto sia posto mano al lavoro sistematico di riosservazione, che mentre assicurerà ai calcolatori posizioni più rigorose, porterà il più grande ed efficace contributo allo studio dei moti proprii stellari ed alla più esatta conoscenza del nostro sistema siderale.

Corretti allora i dati delle osservazioni della cometa tenendo conto tanto dell'aberrazione che della parallasse, confrontai le posizioni osservate (929 in tutto) con quelle calcolate, e con le differenze così trovate, dopo aver escluse quelle evidentemente errate, o che presentavano stridenti anomalie, riunii in medie semplici i valori di ciascun giorno, deducendone gli scarti dei singoli osservatori da quelle medie. I valori così trovati costituirono la prima base per dedurre gli errori sistematici ed i pesi da attribuire ai singoli osservatori: che riuniti i valori trovati per ciascuno di essi nei diversi giorni, se presentava carattere sistematico, lo ricavai come prima approssimazione, deducendone al tempo stesso l'ordine di grandezza dell'error medio attendibile per ciascuna osservazione, e conseguentemente il peso. Coi pesi trovati in questa guisa, dedussi nuove medie giornaliere, e nuovi e più esatti scarti, dopodichè ripetendo il procedimento accennato ricavai tanto le definitive correzioni sistematiche, quanto i pesi da attribuirsi a ciascun osservatore. La tabella che segue contiene gli elementi che così potei dedurre e nel tempo stesso un quadro completo delle località ove vennero eseguite osservazioni, l'epoca loro e la quantità. In generale la gran parte risultò utilizzabile: solo raramente trovai dati per i quali non era possibile una logica correzione (p. e. alle volte fu necessario cambiare il segno del $\Delta\alpha$ o $\Delta\delta$ per arrivare ad un perfetto accordo), ed allora ritenni opportuno assegnare un peso 0 a quei risultati: gli unici osservatori per i quali questo avvenne con relativa frequenza furono Zô-sè e Taschkent. La disposizione dei dati nella tabella è così evidente da non dover richiedere delucidazioni ulteriori.

Località	Osservatore	Epoca	Num. osserv.	Error medio di un'osservazione ±	±	Peso		Correzione sistematica	
				″	″			″	
Algeri	Gonnesiat	26 sett. - 2 ott.	5	3.7	1.4	1	4	+ 4.1	?
„	Sy	17 ott. - 6 mag.	16	2.6	2.1	2	3	+ 0.8	— 0″.9
„	Baldet	26 dic. - 26 mag.	9	2.2	1.4	3	4	+ 1.6	+ 1.6
Arcetri	Abetti A.	27 sett. - 9 febb.	58	2.4	3.4	3	2	?	?
Atene	Georgantis	15 ott. - 27 nov.	16	4.2	3.0	1	2	+ 2.0	+ 1.3
Bamberg	Hartwig	7 ott. - 16 ott.	6	1.9	2.3	4	3	?	?
Bergedorf	Graff	5 ott. - 5 apr.	23	1.8	1.7	4	4	?	+ 1.1
„	Bottlinger	5 ott. - 26 febb.	19	2.4	3.1	3	2	?	?
Besançon	Chofardet	27 sett. - 4 genn.	45	2.8	2.4	2	2	?	?
Breslau	Pavel	21 ott. - 6 dic.	19	2.9	3.2	2	2	+ 1.0	?
„	Rabe	21 ott. - 6 dic.	18	2.8	2.8	2	2	+ 1.3	?
Capo di Buona Speranza	—	13 sett. - 6 ott.	67	2.5	1.4	3	4	— 2.5	— 0.7
Ginevra	Pidoux	9 nov. - 25 febb.	7	3.7	3.6	1	1	?	— 2.5
Iena	Knopf	4 ott. - 8 dic.	7	2.1	3.8	3	1	?	?
Iohannesburg	Innes	13 sett. - 22 sett.	2	2.8	1.6	2	2	?	?
„	Worsell	13 sett. - 1 ott.	12	5.6	2.3	1	2	?	+ 1.8
„	Spuy	14 sett. - 26 sett.	7	4.6	3.2	1	1	+ 4.3	+ 5.4
Kasan	Baranow	2 ott. - 1 nov.	9	1.7	4.0	4	1	+ 2.1	?
Königsberg	Battermann	6 ott. - 26 ott.	2	1.8	2.2	4	3	?	?
Kopenhagen	Strömgren	4 ott. - 5 genn.	20	4.1	2.3	1	3	?	?
„	Andersen	6 ott. - 16 dic.	14	4.6	1.7	1	4	?	— 3.6
La Plata	Hussey	18 sett. - 20 sett.	5	1.4	2.8	4	2	+ 2.1	?
Leyden	Voûte	2 ott. - 28 nov.	33	1.3	2.6	4	2	— 0.5	— 1.3
Lipsia	Naumann	1 ott. - 9 dic.	38	1.7	1.3	4	4	+ 1.3	+ 0.4
Lione	Guillaume	9 ott. - 16 ott.	7	1.8	2.5	4	3	— 1.5	?
„	Luizet	19 dic. - 30 dic.	5	1.8	2.5	4	3	?	?

Marsiglia	Coggia	4 ott. - 26 ott.	15	3.3	4.0	2	1	?	?
"	Borelly	24 ott. - 7 nov.	7	3.0	1.4	2	4	?	+ 1.6
Melbourne	Baldwin	10 sett. - 3 ott.	8	4.5	1.3	1	4	+ 3.3	?
Milano	Gabba	13 ott. - 9 dic.	17	3.6	3.9	1	1	— 1.9	?
Monaco	Silbernagel	10 ott. - 5 mar.	28	2.7	1.9	2	4	— 1.2	+ 0.6
Mt. Hamilton	Aitken	21 sett. - 9 mag.	7	2.3	2.4	3	3	?	?
"	Pitmann	17 ott. - 26 dic.	15	2.3	2.4	3	3	?	?
Nizza	Schaumasse	4 ott. - 20 dic.	28	2.7	2.7	2	2	?	?
Northampton	Bigelow	4 ott. - 12 dic.	20	3.3	3.9	2	1	— 1.3	— 0.8
Northfield	Wilson	1 ott. - 13 dic.	24	2.2	4.0	3	1	— 0.8	?
Padova	Antoniazzi	9 ott. - 10 nov.	12	3.4	1.5	2	4	— 1.5	— 0.8
Parigi	Giacobini	3 ott. - 11 mar.	39	2.3	1.8	3	4	— 0.5	— 0.2
Pulkowa	Okoulitch	24 ott. - 6 nov.	4	2.1	1.0	3	4	?	+ 1.5
Roma	Millosevich	25 sett. - 1 mar.	8	1.7	1.8	4	4	?	?
"	Bianchi	7 ott. - 12 ott.	2	3.0	1.9	2	3	?	?
"	Abetti G.	26 sett. - 9 dic.	6	2.6	1.0	2	4	+ 2.8	+ 0.5
Santiago	Castro	11 sett. - 3 ott.	21	4.3	2.5	1	2	— 1.5	?
Taschkent	Ausan	26 ott. - 2 dic.	17	4.0	4.0	1	1	?	?
"	Bouläwsky	26 ott. - 29 nov.	13	4.1	4.9	1	1	?	?
Tokio	Sotome	4 ott. - 11 dic.	16	4.8	5.9	1	1	?	?
Tsingtau	Meyermann	23 sett. - 23 sett.	2	?	?	?	?	?	?
Uccle	Biesbroeck	3 ott. - 28 apr.	49	1.7	1.8	4	4	?	?
Utrecht	Nijland	4 ott. - 16 dic.	15	4.5	2.0	1	3	?	+ 0.8
"	van d. Bilt	5 ott. - 9 genn.	29	2.2	3.0	3	2	?	+ 0.8
Vienna	Holetschek	9 ott. - 21 ott.	5	4.7	5.9	1	1	?	+ 5.3
"	Krumpholz	28 ott. - 13 dic.	7	3.1	3.0	2	2	+ 1.3	+ 2.9
Warschau	Tscherny	5 ott. - 9 genn.	19	5.0	3.0	1	2	?	?
Washington	Watts	28 sett. - 26 ott.	6	1.6	0.6	4	4	?	— 1.9
"	Burton	9 genn. - 5 apr.	5	0.8	2.2	4	4	— 1.1	— 2.1
Windsor	Tebbutt	10 sett. - 21 sett.	9	2.3	3.4	3	2	+ 5.3	+ 3.1
Zô-sè	Chevalier	30 sett. - 4 dic.	8	?	?	?	?	?	?

Ottenni così per un determinato istante di ciascuna giornata la correzione da apportare all'effemeride per far coincidere il luogo osservato con quello calcolato; queste correzioni, tenendo presenti i pesi derivanti dalle osservazioni e le variazioni loro in funzione del tempo, mi condussero alle correzioni normali per gli istanti prescelti.

Nel quadro seguente sono contenuti i valori trovati in tal modo, con le indicazioni sul numero delle osservazioni dalle quali furono ricavati, e la somma dei corrispondenti pesi.

DATA		$\Delta\alpha \cos\delta$	Peso	Numero osservazioni	$\Delta\delta$	Peso	Numero osservazioni	Perturbazioni	
								$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$
1912-13									
Settembre	22.5	— 7.18″	273	116	+ 4.17″	331	117	0.00″	+ 0.03″
Ottobre	17.5	— 12.38	803	303	+ 8.86	702	317	+ 0.01	0.00
Novembre	12.5	— 8.74	360	163	+ 7.86	343	158	+ 0.11	+ 0.16
Decembre	6.5	— 1.56	301	129	+ 8.46	326	128	+ 0.27	+ 0.45
Gennaio	1.5	— 0.56	164	58	— 4.32	172	59	+ 0.32	+ 0.95
Febbraio	4.5	— 23.44	89	29	+ 29.32	90	29	— 0.87	+ 0.15
Marzo	3.5	— 12.02	60	19	+ 51.96	69	19	— 0.54	— 1.18
Aprile	3.5	— 7.08	26	7	+ 63.31	28	7	+ 0.18	— 1.45
Maggio	2.5	— 3.97	8	3	+ 65.96	14	4	+ 0.86	— 1.73
Maggio	26.5	— 0.10	3	1	+ 69.10	4	1	+ 1.61	— 2.03

In corrispondenza a quelle epoche i luoghi veri calcolati per la cometa sono i seguenti:

Settembre	22.5	$\alpha = 14^h\,49^m\,33^s.87$	$\delta = -17^\circ\,56'\;9''.8$
Ottobre	17.5	15 48 41 .36	+ 12 23 33 .9
Novembre	12.5	16 12 0 .75	+ 32 10 14 .5
Dicembre	6.5	16 37 38 .25	+ 48 24 53 .1
Gennaio	1.5	17 33 38 .31	+ 69 4 15 .5
Febbraio	4.5	2 46 15 .19	+ 80 29 12 .8
Marzo	3.5	4 50 17 .73	+ 66 4 31 .6
Aprile	3.5	5 46 22 .22	+ 55 16 20 .2
Maggio	2.5	6 27 43 .71	+ 48 55 34 .7
Maggio	26.5	6 58 25 .10	+ 45 11 42 .7

Servendomi di questi valori e di quelli dell'effemeride calcolata, dedussi le perturbazioni prodotte da Giove e Saturno, partendo dagli elementi all'istante del passaggio al perielio, e procedendo per intervalli di 20 in 20 giorni; i valori ottenuti interpolando poscia per gli istanti dei luoghi normali sono contenuti nelle ultime due colonne della tabella II. Tenendo conto allora di queste correzioni ricavai il seguente sistema di equazioni di condizione per la correzione degli elementi:

dT	dq	de	ds	dp	dq	=	Peso
2.96676	+ 9.98437	+ 8.55994	+ 8.81109	+ 8.98838	+ 9.26960	— 7.18	5
3.38376	9.93071	8.33944	9.62812 n	9.18233 n	9.46314	— 12.37	10
3.38939	0.00894	8.45160	9.81525 n	9.63310 n	9.24407	— 8.63	6
3.31943	0.02590	8.15060	9.87472 n	9.83532 n	8.44757	— 1.29	5
3.13491	9.93681	8.32563	9.82640 n	0.00469 n	9.26842 n	— 0.24	4
3.26237 n	0.03750 n	9.18448	9.94831	9.46673	9.04476	— 24.31	3
2.96200 n	9.82286 n	8.74990	9.77176	9.85293	9.55042	— 12.32	3
2.67820 n	9.61242 n	8.04198	9.59831	9.85135	9.63188	— 6.90	2
2.39510 n	9.41840 n	8.46982 n	9.44494	9.82768	9.66621	— 3.11	1
2.11747 n	9.26100 n	8.83668 n	9.32590	9.80850	9.68505	+ 1.51	1
3.71438 n	9.85407	8.84998	9.85346	9.23600 n	9.51722 n	+ 4.20	6
3.66480 n	9.16003	8.86478	9.65489	7.47341 n	7.75422	+ 8.86	9
3.44373 n	8.67873 n	9.32491	9.31597	9.30911 n	8.92008	+ 8.02	6
3.37324 n	9.33628 n	9.53252	9.23432	9.64321 n	8.25546	+ 8.91	6
3.37094 n	9.83421 n	9.57906	9.66439	9.74031 n	9.00404 n	— 3.37	4
2.67503	9.42100	8.72667 n	9.32349 n	0.06033	9.63836	+ 29.47	3
2.69141	9.87972	8.93178	9.85324 n	9.84403	9.54152	+ 51.40	3
2.70983	9.87234	9.39172	9.89089 n	9.63102	9.41155	+ 61.90	2
2.66318	9.83452	9.40896	9.88737 n	9.43192	9.27045	+ 64.23	1
2.62258	9.80814	9.48477	9.88250 n	9.26554	9.14209	+ 67.07	1

Il termine noto di queste equazioni è dato col suo valore numerico reale, i coefficienti invece dei termini differenziali sono espressi coi loro logaritmi; segue poi per ciascuna equazione il peso attribuito ad essa in base a quelli trovati per i $\Delta\alpha$ e $\Delta\delta$. Tenendo conto allora del peso, e prendendo le equazioni omogenee col porre:

$$x = 4.14192\ \mathrm{T}$$
$$y = 0.43071\ q$$
$$z = 9.92159\ e$$
$$v = 0.24253\ s$$
$$w = 0.30572\ \boldsymbol{p}$$
$$r = 9.96314\ \boldsymbol{q}$$
$$1 = 89''.03$$

si passa dal sistema precedente di equazioni al seguente perfettamente omogeneo:

	x +	y +	z +	v +	w +	r =
9.17432	9.90314	8.98781	8.91804	9.02214	9.65594	9.25608 n
9.74184	0.00000	8.91785 n	9.88559 n	9.36661 n	0.00000	9.64285 n
9.63654	9.96730	8.91908 n	9.96179 n	9.76645 n	9.67000	9.37556 n
9.52699	9.94467	8.57849 n	0.98167 n	9.89908 n	8.83391	8.51055 n
9.29402	9.80713	8.70507	9.88490 n	0.00000 n	9.60631 n	7.73172 n
9.35901 n	9.84535 n	9.50145	9.94434	9.39957	9.32018	9.67482 n
9.05864 n	9.63071 n	9.06687	9.76779	9.78577	9.82584	9.37965 n
8.68679 n	9.33222 n	8.27090	9.50629	9.69614	9.81925	9.03984 n
8.25318 n	8.98769 n	8.54823 n	9.20241	9.52196	9.70307	8.54324 n
7.97545 n	8.83029 n	8.91509 n	9.08337	9.50278	9.72191	8.22946 n
9.96153 n	9.81243	9.31746 n	0.00000	9.31935 n	9.94315 n	9.06280
0.00000 n	9.20644	9.42031	9.88948	7.64481 n	8.26820	9.47503
9.69088 n	8.63714 n	9.79239	9.46251	9.39246 n	9.34601	9.34372
9.62039 n	9.29464 n	0.00000	9.38086	9.72656 n	8.68139	9.38943
9.53005 n	9.70453 n	9.95850	9.72289	9.73562 n	9.34193 n	8.87914 n
8.77167	9.22885	9.04364 n	9.31952 n	9.99317	9.91378	9.75842
8.78805	9.68757	9.24875	9.84927 n	9.77687	9.81694	0.00000
8.71842	9.59214	9.62064	9.79887 n	9.77581	9.59892	9.99268
8.52126	9.40381	9.48737	9.64484 n	9.22620	9.30731	9.85822
8.48066	9.37743	9.56318	9.63997 n	8.55982	9.17895	9.87701

Da esse si ricava il sistema di equazioni normali:

$$
\begin{aligned}
3.11395\ x + 1.31337\ y - 1.21041\ z - 3.79603\ v - 0.11165\ w + 1.70037\ r &= -0.63864\\
1.31337\ x + 5.70468\ y - 0.73074\ z - 4.23322\ v - 1.65405\ w + 1.97579\ r &= +1.05815\\
-1.21041\ x - 0.73074\ y + 2.91873\ z + 0.71712\ v - 0.76812\ w + 0.38519\ r &= +1.24857\\
-3.79603\ x - 4.23322\ y + 0.71712\ z + 7.52723\ v + 1.36420\ w - 2.92690\ r &= -1.67756\\
-0.11165\ x - 1.65405\ y - 0.76812\ z + 1.36420\ v + 4.93370\ w + 1.71291\ r &= +1.36545\\
+1.70037\ x + 1.97579\ y + 0.38519\ z - 2.92690\ v + 1.71291\ w + 5.24573\ r &= +0.97910
\end{aligned}
$$

nelle quali i coefficienti sono ora numeri reali e non logaritmi, come si era scritto fino ad ora. Da questo sistema si passa alle ridotte:

$$
\begin{aligned}
x + 0.42177\ y - 0.38871\ z - 1.21904\ v - 0.03585\ w + 0.54605\ r &= -0.20509\\
y - 0.04276\ z - 0.51103\ v - 0.31199\ w + 0.24436\ r &= +0.25773\\
z - 0.35712\ v - 0.36093\ w + 0.45102\ r &= +0.43344\\
v + 0.07441\ w + 0.14631\ r &= -1.12595\\
w + 0.62139\ r &= +0.54643\\
r &= -0.34791
\end{aligned}
$$

Si ricava allora da queste:

$$
\begin{aligned}
x &= -\,1.19742 \\
y &= +\,0.02203 \\
z &= +\,0.46141 \\
v &= -\,1.13180 \\
w &= +\,0.76262 \\
r &= -\,0.34791
\end{aligned}
$$

e quindi ancora:

$$
\begin{aligned}
dT &= -\,0.007\ 6952 \\
dg &= +\qquad 0''.727 \\
de &= +\qquad 49.207 \\
ds &= -\qquad 57.646 \\
dp &= +\qquad 33.583 \\
dq &= -\qquad 33.718
\end{aligned}
$$

ovvero:

$$
\begin{aligned}
dT &= -\,0.007\ 6952 \\
dq &= +\,0.000\ 0035 \\
de &= +\,0.000\ 2331 \\
di &= +\qquad 44''.865 \\
d\omega &= -\qquad 53.789 \\
d\Omega &= -\qquad 16.124
\end{aligned}
$$

e quindi quale sistema definitivo di elementi:

$$
\begin{aligned}
T &= 4.986\ 7644 \text{ ott. (tem. m. di Berl.)} \\
\omega &= 25^\circ\, 37'\, 17''.97 \\
\Omega &= 297^\circ\ \ 1'\ \ 8''.51 \quad \Big\}\ 1912.0 \\
i &= 79^\circ\, 48'\, 22''.05 \\
e &= 1.000\ 2331 \\
q &= 0.716\ 0869.
\end{aligned}
$$

A provare la bontà del risultato vennero introdotti nelle equazioni di condizione i valori trovati per i differenziali, e

confrontati i luoghi calcolati con gli osservati; il quadro seguente mostra gli errori residui, dando prova della riuscita compensazione e conseguentemente dell'accordo sufficiente fra le posizioni che risultano dagli elementi definitivi trovati e quelle risultanti dalle osservazioni.

Settembre	22.5	$d\Delta\alpha$: + 0.″93	$d\Delta\delta$: + 0.″31
Ottobre	17.5	+ 0.07	— 0.41
Novembre	12.5	— 0.61	— 0.22
Decembre	6.5	— 1.63	— 0.60
Gennaio	1.5	+ 1.11	+ 2.07
Febbraio	4.5	+ 0.53	— 0.53
Marzo	3.5	— 0.54	— 1.42
Aprile	3.5	+ 1.65	+ 1.68
Maggio	2.5	+ 2.73	+ 2.38
Maggio	26.5	+ 1.49	— 2.22.

Dal complesso di questi risultati emerge ancor una volta, paragonando il valore dell'eccentricità trovata dal Viljev, che se si prende a base un numero sufficientemente grande di osservazioni estese su tratto abbastanza ampio di orbita in modo da poter ricavare con maggior attendibilità il tipo dell'orbita, si è condotti a dover mettere sempre più in dubbio il tipo iperbolico e si è ricondotti sempre o alla parabola, o ad ellissi che dalla parabola poco si scostano.

Trieste, 14 maggio 1921.

Per una teoria generale delle coazioni elastiche

Nota del Socio corrisp. GUSTAVO COLONNETTI

(presentata dal Socio nazionale residente G. Grassi nell'adunanza del 19 giugno 1921)

In una certa serie di Note, pubblicate alcuni anni or sono nei " Rendiconti della R. Accademia dei Lincei „ (1), io avevo insistentemente segnalata la opportunità di dare finalmente un assetto alle nostre idee nei confronti di quei certi stati di coazione elastica che non sono suscettibili di venir classificati nè tra le ordinarie deformazioni della teoria classica, nè tra le distorsioni.

Sotto il qual nome intendevo (come tuttora intendo) classificati tutti quegli stati di equilibrio elastico che si stabiliscono in assenza di ogni qualsiasi forza esterna, e che si possono pensar generati praticando nel solido che si considera un taglio di forma e posizione arbitraria, imprimendo alle due faccie del taglio degli spostamenti relativi piccolissimi, e risaldando poi tra loro tali due faccie, dopo di avere naturalmente riempiti con nuovo materiale gli spazii vuoti che nello spostamento si fossero prodotti, ed asportata una conveniente porzione di materia là dove lo spostamento stesso tendesse invece a determinare sovrapposizione di parti.

---

(1) G. COLONNETTI, *Su certi stati di coazione elastica che non dipendono da azioni esterne.* " Rendiconti della R. Accademia dei Lincei „, serie 5ª, vol. XXVI, 2° sem., 1917. — *Su di una particolare classe di coazioni elastiche che si incontra nello studio della resistenza delle artiglierie.* " Id. „, vol. XXVII, 2° sem., 1918. — *Una proprietà caratteristica delle coazioni elastiche nei solidi elasticamente omogenei.* " Id. „, vol. XXVII, 2° sem., 1918. — *Sul problema delle coazioni elastiche.* " Id. „, vol. XXVII, 2° sem., 1918.

Rilevavo allora come l'artificio dei tagli e delle successive risaldature delle loro faccie spostate non fosse sufficiente per giustificare tutti i sistemi di tensioni interne che l'esperienza quotidiana ci rivela nei solidi elastici in equilibrio in assenza di forze esterne: a prova di che segnalavo, come più caratteristici, certi fenomeni che si verificano regolarmente nella tempra degli acciai, nella fusione dei pezzi in ghisa, nella presa dei getti in calcestruzzo, nella fabbricazione dei vetri, ecc.

Fenomeni i quali non possono, se non in qualche caso particolare, giustificarsi ricorrendo alla teoria delle distorsioni, perchè la presenza delle tensioni interne non vi appare in alcun modo in relazione col grado di connessione dello spazio occupato dal solido, mentre per altra parte non si vede, almeno esaminando la questione dal punto di vista fisico, la necessità di superficie di discontinuità del tipo di quelle che notoriamente caratterizzano le distorsioni dei solidi semplicemente connessi.

Pareva a me che la ragione di questa apparente contraddizione tra i risultati della osservazione quotidiana e quelli delle ricerche teoriche sulle distorsioni, dovesse ricercarsi nella preoccupazione costante, che domina tutte quelle ricerche, di precisare in ogni caso, cioè per ogni stato di tensione in esame, il modo con cui tale stato potrebbe venir riprodotto *meccanicamente*, e più precisamente mediante un'ordinaria deformazione del solido dato, quando esso fosse stato tagliato lungo certe superficie, opportunamente scelte caso per caso.

Questa preoccupazione, se per una parte è giustificata dal vantaggio di ricondurre i nuovi problemi a termini il meno diversi che sia possibile da quelli caratteristici della teoria classica dell'elasticità, può d'altra parte esser la causa di una limitazione del campo delle nostre ricerche.

Perchè infatti il descritto meccanismo di generazione dello stato di tensione interna sia applicabile, occorre ovviamente che le deformazioni dei singoli elementi che costituiscono il solido derivino da un unico sistema di spostamenti *generalmente* continuo, il quale cioè non implichi soluzioni di continuità nè sovrapposizioni di materia se non in corrispondenza di quelle particolari superficie lungo le quali s'intendono praticati i tagli.

Ed è noto che questo concetto si traduce analiticamente nella condizione che le sei componenti della deformazione sod-

disfino ad una certa sestupla di equazioni alle derivate seconde, dette equazioni di congruenza o di Saint-Venant, in tutti i punti del solido, eccezion fatta al più per quelli che appartengono alle particolari superficie sopra ricordate.

Ora è questa condizione fisicamente necessaria? Evidentemente no.

Se infatti noi ci limitiamo a considerare l'intorno di un punto generico del solido come isolato ed indipendente dal resto, nulla ci impedisce di assumere un sistema comunque arbitrario di valori delle componenti della deformazione per rappresentare uno stato effettivamente realizzabile della particella considerata.

E se prescindiamo dal modo di generare la deformazione, nulla ci impedisce di pensare il solido costituito da tanti elementi, deformati come ora si è detto nel modo più generale, mutuamente connessi per modo che non possano restituirsi tutti insieme al loro rispettivo stato naturale non deformato, se prima non vengano distrutti i vincoli che a ciascuno di essi sono imposti dalla presenza di tutti gli altri.

Al mio proposito, formulato nella prima delle Note citate, di stabilire le basi di una trattazione veramente generale dell'argomento, io non ho potuto allora dar seguito se non molto parzialmente.

Ho stabilita in un primo tempo (pei solidi elasticamente omogenei) la invarianza del volume totale — o, ciò che fa lo stesso, della densità media — nel passaggio dallo stato non deformato allo stato di coazione.

In seguito ho dimostrato che, data in un solido elastico qualunque una qualsiasi coazione, e tracciato attraverso ad esso un diaframma Σ ad arbitrio, esiste sempre una distorsione la quale riproduce identicamente lo stato di tensione relativo a Σ, ed è definita da quelle medesime discontinuità di spostamenti che il solido spontaneamente presenta se, praticato un taglio in corrispondenza di Σ, e liberate le due faccie del taglio da ogni

mutua azione, si lascia che il sistema assuma il suo nuovo stato di equilibrio.

Con ciò il calcolo delle sei caratteristiche (componenti secondo gli assi coordinati, e momenti rispetto agli stessi) dello stato di tensione summenzionato era implicitamente ricondotto allo studio di sei distorsioni elementari di Volterra.

Un'analisi più approfondita della distorsione ausiliaria mi ha poi permesso di stabilire un teorema di minimo in virtù del quale l'identificazione dello stato di tensione su Σ può farsi dipendere dalla risoluzione di un sistema di r equazioni lineari, non omogenee, fra r incognite, tutte le volte che si sa in precedenza che esso appartiene ad una classe di stati equilibrati tale che si possano riferire i singoli stati della classe ai singoli sistemi di valori di r parametri indipendenti, biunivocamente e linearmente, cioè in modo tale che tanto le tensioni su Σ come quelle che ne conseguono in tutto il solido possano esprimersi come funzioni lineari di quegli r parametri.

In alcuni miei scritti successivi, comparsi in questi medesimi *Atti* (1), ho anche potuto far vedere come l'accennato riferimento lineare ad un numero finito di parametri indipendenti si presenti immediato nei più interessanti casi particolari; come esso venga correntemente utilizzato dai tecnici nello studio di quelle particolari distorsioni che si generano nelle costruzioni in seguito a difetti di esecuzione, a particolari procedimenti di montaggio, a cedimenti dei vincoli, a variazioni di temperatura; come finalmente le equazioni stesse con cui abitualmente si perviene a risolvere questi problemi mediante la replicata applicazione del teorema di Castigliano altro non siano se non un caso molto particolare di quelle da me ottenute.

Tuttavia non ho mai considerati questi risultati se non come una soluzione, generale sì, ma sempre indiretta del problema.

Solo recentemente mi sono accorto che il procedimento da me seguìto allora per l'analisi della distorsione ausiliaria poteva venire con tutta facilità applicato direttamente alla coazione

---

(1) G. Colonnetti, *Applicazione a problemi tecnici di un nuovo teorema sulle coazioni elastiche.* "Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino", vol. LIV, 1918-19. — *Sforzi di montaggio nell'armatura dell'ala di un biplano.* "Id.", vol. LIV, 1918-19.

più generale. Il teorema a cui così si giunge — e che qui mi propongo di dimostrare e di illustrare brevemente — può, se io non mi inganno, costituire quel caposaldo della teoria delle coazioni che io andavo da ormai tanto tempo cercando.

***

In un solido elastico, occupante un certo spazio connesso V e limitato da una superficie o da un complesso di superficie S, immaginiamo creato uno stato di coazione imprimendo *idealmente* ai singoli elementi che lo compongono certe deformazioni affatto arbitrarie che definiremo al solito dandone le sei componenti

$$e_x\,, \quad e_y\,, \quad e_z\,, \quad g_{yz}\,, \quad g_{zx}\,, \quad g_{xy}\,.$$

Idealmente, perchè siffatte deformazioni non saranno in generale realizzabili per le ragioni che abbiamo già ampiamente illustrate; in realtà, poichè noi non vogliamo in alcun modo sconnettere i singoli elementi l'uno dall'altro, questi reagiranno mutuamente dando origine ad una distribuzione ben determinata di tensioni le cui componenti speciali — incognite del problema che ci accingiamo a risolvere — denoteremo con

$$\sigma_x\,, \quad \sigma_y\,, \quad \sigma_z\,, \quad \tau_{yz}\,, \quad \tau_{zx}\,, \quad \tau_{xy}\,.$$

Detta

$$\varphi\,(\sigma_x,\, \sigma_y,\, \sigma_z,\, \tau_{yz},\, \tau_{zx},\, \tau_{xy})$$

l'energia potenziale elastica elementare, e quindi [1]

$$(a) \qquad \begin{cases} \epsilon_x = \dfrac{\partial \varphi}{\partial \sigma_x}\,, & \epsilon_y = \dfrac{\partial \varphi}{\partial \sigma_y}\,, & \epsilon_z = \dfrac{\partial \varphi}{\partial \sigma_z} \\[2ex] \gamma_{yz} = \dfrac{\partial \varphi}{\partial \tau_{yz}}\,, & \gamma_{zx} = \dfrac{\partial \varphi}{\partial \tau_{zx}}\,, & \gamma_{xy} = \dfrac{\partial \varphi}{\partial \tau_{xy}} \end{cases}$$

le componenti della deformazione *elastica* che in ciascun ele-

---

[1] Per tutto ciò che si riferisce alla ordinaria teoria della elasticità, mi riferisco ai miei *Principii di statica dei solidi elastici*. Pisa, Spoerri, 1916.

mento accompagna le predette tensioni, sovrapponendosi alla deformazione impressa, è noto che dovrà sempre aversi

$$(b)\quad \begin{cases} e_x + \epsilon_x = \dfrac{\partial u}{\partial x}, \quad e_y + \epsilon_y = \dfrac{\partial v}{\partial y}, \quad e_z + \epsilon_z = \dfrac{\partial w}{\partial z} \\ g_{yz} + \gamma_{yz} = \dfrac{\partial w}{\partial y} + \dfrac{\partial v}{\partial z}, \quad g_{zx} + \gamma_{zx} = \dfrac{\partial u}{\partial z} + \dfrac{\partial w}{\partial x}, \\ g_{xy} + \gamma_{xy} = \dfrac{\partial v}{\partial y} + \dfrac{\partial u}{\partial x} \end{cases}$$

u, v, w essendo tre funzioni delle coordinate, continue, uniformi e piccolissime rispetto alle dimensioni del solido, e dotate di derivate parziali prime alla lor volta continue, uniformi e piccolissime a fronte dell'unità.

Ciò posto, consideriamo l'energia potenziale elastica totale

$$\Phi = \int_V \varphi\,(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{xy})\, dV$$

e proponiamoci di determinare quale variazione essa subirebbe qualora si attribuissero idealmente alle

$$\sigma_x, \quad \sigma_y, \quad \sigma_z, \quad \tau_{yz}, \quad \tau_{zx}, \quad \tau_{xy}$$

delle variazioni

$$\delta\sigma_x, \quad \delta\sigma_y, \quad \delta\sigma_z, \quad \delta\tau_{yz}, \quad \delta\tau_{zx}, \quad \delta\tau_{xy}$$

compatibili colle leggi dell'equilibrio; tali cioè che per esse il primitivo stato di tensione, per ipotesi equilibrato, si trasformi in un altro stato, pure equilibrato.

Per il che occorre e basta che si abbia identicamente

$$(c)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial(\delta\sigma_x)}{\partial x} + \dfrac{\partial(\delta\tau_{xy})}{\partial y} + \dfrac{\partial(\delta\tau_{zx})}{\partial z} = 0 \\ \dfrac{\partial(\delta\tau_{xy})}{\partial x} + \dfrac{\partial(\delta\sigma_y)}{\partial y} + \dfrac{\partial(\delta\tau_{yz})}{\partial z} = 0 \\ \dfrac{\partial(\delta\tau_{zx})}{\partial x} + \dfrac{\partial(\delta\tau_{yz})}{\partial y} + \dfrac{\partial(\delta\sigma_z)}{\partial z} = 0 \end{cases}$$

$$(d)\quad \begin{cases} \delta\sigma_x \cos(n,x) + \delta\tau_{xy}\cos(n,y) + \delta\tau_{zx}\cos(n,z) = 0 \\ \delta\tau_{xy}\cos(n,x) + \delta\sigma_y \cos(n,y) + \delta\tau_{yz}\cos(n,z) = 0 \\ \delta\tau_{zx}\cos(n,x) + \delta\tau_{yz}\cos(n,y) + \delta\sigma_z \cos(n,z) = 0 \end{cases}$$

rispettivamente in tutto lo spazio V occupato dal solido e sulla superficie S che lo limita, sulla quale n indica, come d'uso, la normale in un punto generico, rivolta verso l'interno di V.

Poichè φ è una forma quadratica, si ha

$$\delta\Phi = \int_V \varphi(\sigma_x + \delta\sigma_x, \sigma_y + \delta\sigma_y, \ldots \tau_{xy} + \delta\tau_{xy})\, dV -$$
$$- \int_V \varphi(\sigma_x, \sigma_y, \ldots \tau_{xy})\, dV =$$
$$= \int_V \left[\frac{\partial\varphi}{\partial\sigma_x}\delta\sigma_x + \frac{\partial\varphi}{\partial\sigma_y}\delta\sigma_y + \ldots + \frac{\partial\varphi}{\partial\tau_{xy}}\delta\tau_{xy}\right] dV +$$
$$+ \int_V \left[\frac{1}{2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial\sigma_x^2}\overline{\delta\sigma_x}^2 + \frac{\partial^2\varphi}{\partial\sigma_x\cdot\partial\sigma_y}\delta\sigma_x\cdot\delta\sigma_y + \ldots + \frac{1}{2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial\tau_{xy}^2}\overline{\delta\tau_{xy}}^2\right] dV.$$

Prescindendo dal gruppo dei termini del secondo ordine — del quale importa soltanto rilevare che equivale a

$$\int_V \varphi(\delta\sigma_x, \delta\sigma_y, \ldots \delta\tau_{xy})\, dV$$

epperò è essenzialmente positivo — potremo, giusta le (a), scrivere la proposta variazione sotto la forma

$$\delta\Phi = \int_V (\epsilon_x\delta\sigma_x + \epsilon_y\delta\sigma_y + \epsilon_z\delta\sigma_z + \gamma_{yz}\delta\tau_{yz} + \gamma_{zx}\delta\tau_{zx} + \gamma_{xy}\delta\tau_{xy})\, dV.$$

Ma per le (b)

$$\int_V \epsilon_x\delta\sigma_x\, dV = \int_V \frac{\partial u}{\partial x}\delta\sigma_x\, dV - \int_V e_x\delta\sigma_x\, dV =$$
$$= \int_V \frac{\partial}{\partial x}(u\cdot\delta\sigma_x)\, dV - \int_V u\frac{\partial(\delta\sigma_x)}{\partial x}\, dV - \int_V e_x\delta\sigma_x\, dV =$$
$$= -\int_S u\cdot\delta\sigma_x\cos(n,x)\, dS - \int_V u\frac{\partial(\delta\sigma_x)}{\partial x}\, dV - \int_V e_x\delta\sigma_x\, dV.$$

Similmente

$$\int_V \gamma_{yz}\,\delta\tau_{yz}\,dV = \int_V \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right)\delta\tau_{yz}\,dV - \int_V g_{yz}\,\delta\tau_{yz}\,dV =$$

$$= \int_V \left[\frac{\partial}{\partial y}(w\cdot\delta\tau_{yz}) + \frac{\partial}{\partial z}(v\cdot\delta\tau_{yz})\right] dV -$$

$$- \int_V \left[w\,\frac{\partial(\delta\tau_{yz})}{\partial y} + v\,\frac{\partial(\delta\tau_{yz})}{\partial z}\right] dV - \int_V g_{yz}\,\delta\tau_{yz}\,dV =$$

$$= - \int_S \left[w\cdot\delta\tau_{yz}\cos(n, y) + v\cdot\delta\tau_{yz}\cos(n, z)\right] dS -$$

$$- \int_V \left[w\,\frac{\partial(\delta\tau_{yz})}{\partial y} + v\,\frac{\partial(\delta\tau_{yz})}{\partial z}\right] dV - \int_V g_{yz}\,\delta\tau_{yz}\,dV.$$

Operando queste sostituzioni e le loro analoghe, ed ordinando, si ottiene facilmente

$$\delta\Phi = - \int_V [e_x\delta\sigma_x + e_y\delta\sigma_y + e_z\delta\sigma_z + g_{yz}\delta\tau_{yz} + g_{zx}\delta\tau_{zx} + g_{xy}\delta\tau_{xy}]\,dV -$$

$$- \int_V \Big\{ \left[\frac{\partial(\delta\sigma_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\delta\tau_{xy})}{\partial y} + \frac{\partial(\delta\tau_{zx})}{\partial z}\right] u +$$

$$+ \left[\frac{\partial(\delta\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(\delta\sigma_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\delta\tau_{yz})}{\partial z}\right] v +$$

$$+ \left[\frac{\partial(\delta\tau_{zx})}{\partial x} + \frac{\partial(\delta\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial(\delta\sigma_z)}{\partial z}\right] w \Big\}\, dV -$$

$$- \int_S \Big\{ [\delta\sigma_x\cos(n, x) + \delta\tau_{xy}\cos(n, y) + \delta\tau_{zx}\cos(n, z)]\, u +$$

$$+ [\delta\tau_{xy}\cos(n, x) + \delta\sigma_y\cos(n, y) + \delta\tau_{yz}\cos(n, z)]\, v +$$

$$+ [\delta\tau_{zx}\cos(n, x) + \delta\tau_{yz}\cos(n, y) + \delta\sigma_z\cos(n, z)]\, w \Big\}\, dS.$$

Ma i due ultimi integrali sono identicamente nulli, qualunque siano le u, v, w, poichè, secondo le (b) e (c), sono nulli i rispettivi coefficienti.

Resta soltanto il primo, nel quale è da osservarsi che le

$$e_x, \quad e_y, \quad e_z, \quad g_{yz}, \quad g_{zx}, \quad g_{xy}$$

sono da considerarsi come delle costanti — esse sono infatti, come abbiamo già detto, i dati del nostro problema — sicchè si può scrivere

$$\delta\Phi = -\delta \int_V (e_x\sigma_x + e_y\sigma_y + e_z\sigma_z + g_{yz}\tau_{yz} + g_{zy}\tau_{zx} + g_{xy}\tau_{xy})\,dV$$

o, ciò che fa lo stesso,

$$\delta\left[\Phi + \int_V (e_x\sigma_x + e_y\sigma_y + e\,\sigma_z + g_{yz}\tau_{yz} + g_{zx}\tau_{zx} + g_{xy}\tau_{xy})\, dV\right] = 0.$$

Se, in omaggio ad una evidente analogia, si conviene di dare ad

$$\int_V (e_x\sigma_x + e_y\sigma_y + \ldots + g_{xy}\tau_{xy})\, dV$$

il nome, del resto assai improprio, di *potenziale della deformazione impressa*, il risultato ottenuto si può esprimere dicendo che: *le tensioni che caratterizzano lo stato di coazione incognito sono quelle che rendono minima la somma algebrica del potenziale elastico e del potenziale della deformazione impressa, compatibilmente con questa deformazione.*

Ho detto che il nome di *potenziale della deformazione impressa* è improprio e suggerito solo da una analogia; ed è necessario, a scanso di equivoci, che io chiarisca il mio pensiero (1).

In realtà il teorema testè dimostrato ha un rapporto puramente apparente coi teoremi di minimo che, nella teoria generale dell'equilibrio, si deducono dal principio dei lavori virtuali.

Là infatti le forze sono (o si suppongono) sempre date, e si vuol caratterizzare la configurazione incognita di equilibrio come la sola, tra tutte le configurazioni possibili, cioè compatibili coi vincoli, la quale soddisfi alle equazioni della statica.

---

(1) Nella seconda delle mie Note, già citate, *Sul problema delle coazioni elastiche,* ho erroneamente identificata l'espressione da render minima con quella che si rende minima quando si applica il teorema dei lavori virtuali: ciò non è vero, perchè nei due casi l'integrale che ivi compare va preso con segni opposti. I chiarimenti che qui espongo valgano anche a rettifica della svista in cui sono incorso in quella occasione.

Qui invece le tensioni costituiscono, come ho dichiarato esplicitamente fin da principio, le incognite del problema, ed il minimo si stabilisce per rispetto a tutti i sistemi di queste tensioni che soddisfano alle equazioni della statica, caratterizzando tra essi quello risolvente come il solo a cui corrisponda una configurazione del solido compatibile colla deformazione impressa.

Il che è quanto dire che gli stati di tensione a cui il nostro procedimento si riferisce non sono, nella loro generalità, fisicamente possibili, sicchè per essi non ha fisicamente alcun senso parlare di potenziale. La funzione di cui noi analizziamo il comportamento non è in realtà che una pura e semplice funzione analitica, la quale acquista un significato fisico atto a giustificare il suo nome solo per quel valor minimo che essa assume in corrispondenza dello stato di tensione reale, e che ci serve ad individuarlo in mezzo a tutti gli altri.

V'è del resto un precedente ormai classico, al quale io mi limito a richiamarmi: è quello del teorema del minimo lavoro, del generale Menabrea, per rapporto al quale valgono notoriamente le stesse identiche riserve.

* * *

Questo per ciò che riguarda l'interpretazione dell'enunciato; quanto alla sua applicabilità ai problemi concreti, basterà dimostrare che, anche in questo caso generale: *l'identificazione dello stato di tensione incognito può farsi dipendere dalla risoluzione di un sistema di* r *equazioni lineari fra* r *incognite tutte le volte che si sa in precedenza che esso appartiene ad una classe di stati equilibrati tale che si possano riferire i singoli stati della classe ai singoli sistemi di valori di* r *parametri indipendenti*

$$X_1,\ X_2,\ \dots\ X_r$$

biunivocamente e linearmente, cioè in modo che le componenti speciali di tensione risultino tutte funzioni lineari di quegli r *parametri.*

In queste ipotesi, infatti, la funzione Φ che è notoriamente

quadratica nelle σ_x, σ_y, ... τ_{xy} risulterà tale anche nelle X_1, X_2, ... X_r, mentre

$$\int_V (e_x \sigma_x + e_y \sigma_y + e_z \sigma_z + g_{yz} \tau_{yz} + g_{zx} \tau_{zx} + g_{xy} \tau_{xy})\, dV,$$

che è lineare nelle σ_x, σ_y, ... τ_{xy}, risulterà necessariamente tale anche nelle nuove variabili.

Le r equazioni in cui si scinde l'imposta condizione di minimo

$$\frac{\partial}{\partial X_1} \left[\Phi + \int_V (e_x \sigma_x + e_y \sigma_y + e_z \sigma_z + g_{yz} \tau_{yz} + g_{zx} \tau_{zx} + g_{xy} \tau_{xy})\, dV\right] = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial X_2} \left[\Phi + \int_V (e_x \sigma_x + e_y \sigma_y + e_z \sigma_z + g_{yz} \tau_{yz} + g_{zx} \tau_{zx} + g_{xy} \tau_{xy})\, dV\right] = 0$$

. . . .

$$\frac{\partial}{\partial X_r} \left[\Phi + \int_V (e_x \sigma_x + e_y \;_y + e_z \sigma_z + g_{yz} \tau_{yz} + g_{zx} \tau_{zx} + g_{xy} \tau_{xy})\, dV\right] = 0$$

saranno quindi certamente lineari, non omogenee, negli r parametri, i cui valori risulteranno per conseguenza perfettamente determinati.

Osservazioni sulle teorie della Relatività e su due mie esperienze

Nota del Socio nazionale residente QUIRINO MAJORANA

(presentata nell'adunanza del 19 giugno 1921)

In una Nota presentata a suo tempo a questa Accademia (1), rendevo conto di alcune laboriose mie ricerche sperimentali, sull'influenza del movimento di uno specchio o della sorgente, sulla propagazione della luce. La stessa Nota, frammentariamente ed in guisa più succinta, comparve intorno alla stessa epoca, anche nei Rendiconti della R. Accademia dei Lincei. E di tutto il mio lavoro fu più tardi espresso, in una pubblica Relazione (2), un giudizio, che non mi parve corrispondere all'esatto spirito delle mie ricerche.

Dal tempo in cui quella Relazione fu pubblicata (or è più di un anno) sino ad oggi, non è stata e non è mia intenzione di polemizzare sul contenuto di essa, anche per riguardo verso le persone che ne componevano la Commissione. Ma poichè ora è passato tanto tempo, ritengo, nel generale interesse del progresso della Scienza, e di coloro che eventualmente volessero avventurarsi in ricerche del genere, di esporre talune considerazioni in risposta alla Relazione stessa.

Le esperienze furono da me ideate e realizzate, in due anni di indefesso lavoro sperimentale dalla primavera del 1916 a quella del 1918, in seguito allo studio delle note teorie della

(1) Vol. LIII, 1918, pp. 793-818.

(2) R. Accademia dei Lincei. Relazione sul Concorso al premio Reale di fisica del 1918; adunanza del 6 giugno 1920.

Relatività. Per comprendere il motivo delle dette ricerche, premetto dunque alcune considerazioni sullo stato attuale e sulla portata delle dette teorie.

È noto che esse, pur trovando largo consenso ed approvazioni fra i cultori di fisica matematica, di matematica ed, in parte, fra gli astronomi, non sono, per lo meno, francamente accette dalla maggioranza dei fisici sperimentatori. Sembra anzi che recentemente, e malgrado i mirabili successi dovuti alla esatta dimostrazione teorica della rotazione del perielio di Mercurio, ed alla previsione dello incurvamento dei raggi luminosi in un campo gravitazionale (1), si sia palesata una corrente, se non contraria, non del tutto favorevole al complesso congegno filosofico di Einstein (2). Ritengo che le ragioni di tale corrente vadano principalmente ricercate nella Relatività Generale o della seconda maniera, che, se si vuole, rappresenta l'opera maggiore e più imponente del fisico tedesco, ma che più sembra contrastare (non per i fatti osservati sinora, ma per i suoi raziocinii)

---

(1) Non dicasi per ora sempre lo stesso dello spostamento verso il rosso delle righe di emissione di un corpo situato nello stesso campo. Infatti le osservazioni eseguite all'Osservatorio del Monte Wilson in California, escludono per quattro ragioni l'esatto verificarsi del fenomeno predetto da Einstein (vedi " Nature „, v. 106, p. 789). E va aggiunto che lo stesso Einstein termina una esposizione compendiosa delle sue teorie, dicendo: " Se lo spostamento verso il rosso delle linee spettrali per il potenziale gravitazionale non esistesse, non sarebbe più sostenibile la teoria generale della Relatività „. Dal che si deduce che egli stesso non ritiene indispensabile la detta teoria. Per mio conto, pur non essendo Relativista, ritengo (come fa l'astronomo Crommelin) che il non poter osservare il detto spostamento, non possa costituire ragione per il rigetto puro e semplice della teoria; vi possono essere infatti molte cause, anche ignote, che diano luogo ad altri spostamenti accidentali capaci di coprire quello ricercato. Se peraltro le teorie della Relatività, come credo probabile, cadranno, ciò sarà per diversa ragione.

(2) Leggansi p. e. le osservazioni di Oliver Lodge (" Nature „, v. 106, 1921, p. 795) che accusano Einstein di voler ingiustamente abolire l'etere, e più ancora di prescindere dall'Universo concreto, assoluto, ed in altre parole dalla Realtà. Più significativo, quantunque meno autorevole, è il saggio critico di Hugo Dingler sulla " Phys. Zeitschrift „ (v. XXI, 1920, p. 668); in esso sono stringenti e persuasive le critiche mosse specialmente alla Relatività della seconda maniera.

con quanto era già stato acquisito dalla Scienza Fisica. Infatti l'idea di non ammettere il concetto di *rotazione assoluta*, non può incontrare lo stesso favore della assenza in natura del *moto uniforme di traslazione, assoluto*. In questo caso si tratta effettivamente del portato dell'esperienza giornaliera (almeno per quanto si tratti dei fenomeni meccanici e non elettrici); mentre nel primo occorrerebbe ricercare l'origine della rotazione apparente e della forza centrifuga nel sistema delle lontane stelle fisse (¹).

Ma queste ed altre considerazioni possono costituire delle vere ragioni contro le teorie della Relatività, e da esse voglio prescindere ai fini della presente esposizione. Altri argomenti fanno vedere che, se le teorie relativistiche vogliono modificare radicalmente le basi della Fisica moderna nei varii suoi capitoli, non sono peranco giunte a darci un quadro fisico comprensivo di tutti i fenomeni naturali od almeno delle loro particolarità. Esse, se saranno mantenute, debbono essere dunque in tal senso completate, e non sarebbe certo ora prevedibile il tempo che potrebbe esser richiesto per la corrispondente evoluzione della Scienza. Mi spiego con qualche esempio.

(¹) A proposito di moto rotatorio, cade acconcio qui ricordare l'esempio di Einstein, dell'osservatore seduto sul disco girante. Egli dice che non è possibile sostituire alla forza centrifuga, così manifestantesi, un campo gravitazionale, che dia esattamente lo stesso effetto. Ora ciò, almeno se il disco è sottilissimo, non mi sembra vero; infatti, supponga si che il disco con l'osservatore sia fermo, ma sia immerso in un mezzo indefinito di densità materiale ϑ, nel quale sia praticata una cavità sferica di raggio qualsiasi ma non inferiore a quello del disco, e precisamente concentrica con questo. Occorre anche supporre che le attrazioni provenienti dalle regioni del mezzo a distanza grandissima dal disco si spengano, come appunto suppone Einstein (per una discussione avuta con l'astronomo Seeliger) per spiegare l'infinità dell'Universo. Io aggiungo che tale spegnimento potrebbe p. e. esser dovuto ad assorbimento della forza gravitazionale. Ciò posto, dimostrai altra volta (" Rend. Acc. Lincei ", v. XXIX, 1920, p. 96) che l'attrazione su di un punto materiale m del disco, posto alla distanza a dal centro, è data da $4/3\pi k m \vartheta a$, dove k è la costante newtoniana. Tale attrazione è diretta secondo il raggio del disco, e come si vede è proporzionale ad a. Cioè equivale, per la conveniente scelta di ϑ (non possibile peraltro in pratica se superiore a circa 22), alla forza centrifuga.

Ho riportato queste considerazioni a titolo di curiosità; forse da esse i Relativisti potranno trarre altro argomento a favore delle loro teorie.

Anzitutto un assioma indiscutibile, e che non sarà mai abbattuto da alcuna teoria, è quello della mancanza di significato dello spazio completamente vuoto, come mezzo per trasmettere le azioni fisiche a distanza. Così per spiegare i fenomeni luminosi si ammette nelle teorie di Fresnel, di Maxwell o di Faraday l'esistenza del classico etere; od altrimenti si può fare a meno di questo mezzo ricorrendo ad una teoria emissiva come fece Newton o, più recentemente, come propose Ritz anche per i fenomeni elettromagnetici. Logicamente vi potrebbe essere una terza maniera ricavabile da un modello analogo a quello delle *particelle ultramondane* di Lesage. Ora, sembra che l'idea di Einstein sia la seconda; infatti egli fa consistere la luce in energia o materia viaggiante. Ma allora, si domanda: si dovrà in tal senso modificare l'ottica? Per es., come si spiegheranno i fenomeni di interferenza, di diffrazione, di polarizzazione? Come si completerà nei suoi particolari il quadro dei fenomeni elettromagnetici? Certo, non appare ciò impossibile, giacchè molti modelli soddisfacenti potrebbero immaginarsi al riguardo; ma in ogni modo si tratta di tutto un programma futuro da svolgere.

Passando poi al fenomeno della gravitazione, è noto che l'Einstein sostituisce allo spazio euclideo a tre dimensioni uno spazio non euclideo a quattro dimensioni; ciò, egli dice, avviene per la presenza della materia sia pure soltanto in qualche località (di spazio solito e di tempo) dello spazio stesso.

Anche questa concezione dello spazio di luogo e di tempo, esaminata dal punto di vista fisico, non può esser spiegata che in tre maniere diverse, l'una statica e le altre due dinamiche. Secondo la maniera statica lo spazio in assenza della materia sarebbe già occupato da un mezzo deformabile (il nuovo etere) che, sotto la eventuale azione di questa cessa di essere isotropo, analogamente a quanto avviene nella Teoria di Maxwell; con la seconda maniera si potrebbe ricorrere ancora ad un processo di continua emissione nel tempo, di particelle da parte della materia tutta o dalle regioni lontane dell'universo; il che creerebbe di nuovo la anisotropia del mezzo. Sembra che la maniera statica sia quella ammessa da Einstein.

Per cui sembrami che secondo le Teorie Relativistiche si verrebbe in certo modo ad abolire l'etere classico, ai fini della propa-

gazione dei fenomeni luminosi, mentre di nuovo, sia pure foggiandolo diversamente, se ne ammetterebbe l'esistenza per il fenomeno gravitazionale. Dal punto di vista dell'economia del pensiero, come diceva Ritz, certo la Scienza non ha guadagnato molto sinora, con le dette Teorie. È vero peraltro che esse fanno rientrare nel quadro degli altri fenomeni fisici il ribelle fenomeno gravitazionale, e che hanno occasionato felicemente ricerche astronomiche ed astrofisiche di grande importanza (solo ciò sarebbe bastevole ad assicurare la imperitura gloria di Einstein); ma il modello che così si presenta allo studio del fisico, è molto più complesso, è, sotto certi riguardi, più incompleto del vecchio.

D'altro canto il lavoro di Einstein è puramentale mentale; e non si può pretendere che la intelligenza umana, per quanto geniale, possa arrivare a spiegare od a prevedere tutti i particolari della Natura col solo ragionamento. Per cui, mentre sono già veramente meravigliosi i risultati ottenuti sinora, si sente oggi il bisogno di qualche nuovo argomento di fatto decisivo, che ci dica se le Teorie di Einstein sieno indispensabili o da rigettarsi. E questo, secondo me, non può esserci fornito che dalla osservazione o dalla esperienza. Alla prima pensano gli astronomi, alla seconda i fisici; ed il loro còmpito è in ogni caso assai arduo. Per quanto riguarda i fisici, sappiamo tutti la estrema delicatezza della esperienza di Michelson e Morley, che in fondo ha originato la creazione delle teorie in parola; ma altre esperienze del genere con finalità simili o diverse dovrebbero essere tentate nei varii Laboratorii; e ciò, senza posa o scoraggiamenti. Perchè la concezione einsteiniana, essendo puramente filosofica, e non avendo per ora alcuna importanza per la vita pratica, si basa su di un ordine di fenomeni estremamente delicati, e spesso non constatabili dall'astronomo o dal fisico. Oltre a ciò, va notato che quando si crede di poter affermare un risultato (in genere di estrema piccolezza) possono venir date ad esso, da parte di altri, interpretazioni completamente opposte; ciò dico prescindendo dalla possibilità di nascoste cause di errore (1).

---

(1) Il tipico esempio di ciò ci è dato dalla stessa esperienza di Michelson e Morley, che pur essendo interpretata come vogliono i loro autori dalla

Per queste ragioni, e senza dir ciò per difendere la mia opera, la ricerca sperimentale del genere va incoraggiata. Basta che un piano di esperienze si differenzii solo in qualcuna delle sue modalità essenziali da quello di altri sperimentatori, perchè esso meriti di esser tradotto in atto. Purtroppo, in Italia specialmente, si sperimenta oggi assai poco, e di ciò si dà spesso colpa alla mancanza di mezzi. Io dico invece che ciò dipende di solito dalla mancanza di volontà: se si ha la fede e l'entusiasmo per la propria ricerca, assai probabilmente i mezzi per essa (salvo che si tratti di macchinarii ingombranti) si debbono potere improvvisare. E se tale massima venisse accettata dalla maggioranza dei fisici sperimentatori, sicuro vantaggio ne deriverebbe per la Scienza.

***

Quantunque nel 1916 lo sviluppo delle Teorie Relativistiche non fosse quello oggi raggiunto, le precedenti considerazioni rispecchiano all'incirca il mio stato di animo in quell'epoca, quando cioè mi accinsi a sperimentare sulla Relatività. Io, pur essendo ammiratore di tali Teorie dal punto di vista del loro complesso logico, non ho mai avuto vera fede in esse, e solo il giorno in cui sarà dimostrato dalla esperienza o dalla osservazione che esse sono indispensabili, muterò pensiero.

Ho avuto dunque, sin dalla detta epoca, il convincimento che si dovesse ricorrere all'osservazione od all'esperimento, per avere la chiave del problema. Presuntuosa pretesa può *a priori* apparir la mia; ma all'atto pratico, e dopo cinque o sei anni di coscienzioso ed intenso lavoro, di cui ho dato pubblicamente conto, essa non mi sembra tale; infatti non saprei far elenco

---

grande maggioranza dei fisici, ha fatto scrivere al compianto nostro professor Righi ben quattro Memorie, nelle quali questi nega che uno spostamento qualsiasi di frangie si sarebbe dovuto osservare, sia pure con l'ipotesi dell'etere fisso. A proposito del prof. Righi, mi par lecito ricordare che egli, già infermo da più tempo, ed essendo mancato ai vivi proprio nei giorni della presentazione della Relazione di cui qui si parla, non potè firmar questa, nè conoscerne il contenuto.

troppo numeroso di fisici che in ogni parte del mondo abbiano tentato qualcosa di simile; eppure il bisogno di ciò sarebbe stato, come ho detto, evidente.

Vengo quindi ad esaminare le modalità e la portata delle mie esperienze. Tutto ciò può peraltro rilevarsi, leggendo specialmente la mia Nota già presentata a questa Accademia; la quale, contrariamente a quanto dice la Relazione citata, non è *riassuntiva* delle altre presentate alla Accademia dei Lincei, ma, in particolare per taluni dettagli sperimentali, è del tutto *esplicativa*.

Il problema allora postomi era quello del controllo del secondo postulato della Relatività (speciale), vale a dire di quanto di più assoluto (mi si perdoni la contradizione in termini, ma non è mia) si trova fra il relativismo, delle teorie di Einstein; e cioè la costanza della velocità della luce nel vuoto. Il concetto che mi guidava in tali esperienze era il seguente: o il postulato è vero, ed allora qualunque esperienza del genere lo dovrebbe verificare; o è inesatto, e allora ciò potrebbe essere rivelato da qualche esperienza. Ma questa deve differire dalle altre sinora eseguite, le quali sempre si addimostrarono favorevoli al postulato. Si comprende quindi, che cercando di realizzare un'esperienza simile, non era mia pretesa di imbattermi proprio in una atta a risolvere la controversia. Comunque, anche la prospettiva di realizzare nuove disposizioni per verificare cose già conosciute, fu per me ragione sufficiente per ingolfarmi in una ricerca le cui difficoltà possono esser comprese completamente, solo da chi ha potuto esaminarne i particolari.

Ricordo ora, che il metodo per controllare la costanza della velocità della luce è quello di misurarne le variazioni di lunghezza d'onda, in un tratto rettilineo, per mezzo di un interferometro di Michelson, essendo quelle variazioni occasionate da effetto Doppler. Ed osservo anzitutto, rispondendo ad un primo appunto implicito della Relazione, che chi sperimenta con metodo nuovo, sia pure al fine di confermare fatti o leggi già conosciute, non fa opera vana nella Scienza sperimentale. Volendo dare un esempio, che ha stretta attinenza col caso presente, e che dimostra come i trattatisti e gli scolastici sieno di questo avviso, basterà citare il fatto che si descrivono e si insegnano dovunque quattro metodi diversi per trovare il solito

valore della velocità della luce; secondo il criterio della Relazione dovrebbe bastarne uno solo.

Ma nel caso attuale, per le ragioni suesposte, la più piccola differenza di principio nelle progettate esperienze, rispetto a quelle già conosciute, ne avrebbe giustificata la esecuzione ancor maggiormente. Ora, la Relazione dice che la constatazione era già stata fatta sui bordi del sole " di cui è nota la velocità radiale „ (intendendo con ciò velocità secondo il raggio luminoso); ma ricordo con Michelson e poi Harnack (1), che è incerta la determinazione dell'effetto Doppler, fatta sui bordi del sole, a causa del movimento proprio delle particelle, dovuto alle convulsioni solari, e del forte potere rifrangente della cromosfera. Oltre a ciò la deduzione della velocità dei bordi del sole non può essere sempre rigorosa, anche se dedotta dal movimento delle macchie centrali, non essendo uniforme tale velocità, anche se solo considerata come angolare, al variare sia della latitudine solare, sia del tempo.

Altra obbiezione mi si fa circa la dimostrazione dell'effetto Doppler, ottenuta da altri con lo studio dei raggi canali, per i quali è detto che la verifica è stata quantitativa e rigorosa in certi casi, tanto da render quasi superflua la mia ricerca. Ora, essendo la letteratura sull'argomento assai vasta, e non indicando la Relazione chi in tal guisa abbia fatto quella verifica, io mi limito a parlare dei lavori di Stark (scopritore del fenomeno), dei suoi allievi e di Paschen. Lo Stark, sia nella sua prima Memoria che in quella più dettagliata successiva (2), espone chiaramente, oltre ai risultati delle sue ricerche, quali sieno le incertezze del metodo. I raggi canali non hanno infatti tutti la stessa velocità in dipendenza della circostanza che essi non traversano tutti tensioni elettriche eguali; che inoltre possono perdere una certa quantità di energia per urto; e che sono infine talvolta frammisti a raggi riflessi. Per queste ragioni le righe brillanti originarie degli spettri in serie si trasformano in bande sfumate, verso la loro primitiva posizione. Oltre a ciò, computando il massimo spostamento di ciascuna riga come quello

(1) " Astrophys. Journ. „, 13, p. 192, 1901; " Ann. d. Phys. „, 46, p. 147.
(2) " Phys. Zeitsch. „, 6, p. 892, 1905; " Ann. d. Phys. „, IV, 21, p. 401, 1906.

da cui si possa dedurre la velocità massima, lo Stark trova anzitutto che questa è variabile, per le diverse righe dell'idrogeno, tra 4,95 e 3,87 . 10^7 cm/sec., cioè circa del 22 $^0/_0$; la qual cosa è *a priori* incomprensibile, se si pensa che sono gli stessi centri luminosi mobili che emettono tutte le righe. Ma oltre a ciò, più gravemente si manifesta l'incertezza o l'errore sistematico di tali misure, quando lo Stark confronta la velocità trovata con quella calcolata dall'intensità del campo. La differenza od errore va sino al 50 $^0/_0$ circa.

I risultati degli allievi di Stark (Hermann e Kinoshita), di Paschen e di Royds, ottenuti anche con altri gas, confermano in sostanza l'incertezza delle misure eseguite con tale metodo. Non so se altri autori o gli stessi citati abbiano in seguito ripetuto le dette esperienze con miglior successo; ma certo appare, che comunque si perfezioni il metodo Stark, non si possa raggiungere la precisione ottenuta nell'osservazione dell'effetto Doppler col mio metodo. Ed infatti, nel metodo Stark è incerta la determinazione indiziaria delle velocità dei centri luminosi; nel mio questa si fa con precisione dell'1 $^0/_0$ e, volendo, anche maggiore. In conseguenza di ciò, e per l'assenza di altre cause di errore analoghe a quelle esistenti nel metodo Stark, le mie osservazioni hanno errore medio relativamente piccolo e la discordanza tra l'effetto calcolato e quello osservato è solo di circa il 5 $^0/_0$. Come dico peraltro nella Nota originale, tale discordanza si sarebbe potuta forse ridurre notevolmente, col rendersi conto più preciso di qualche errore sistematico.

La Relazione dice inoltre che " non esiste alcuna differenza tra il fenomeno dell'interferenza e quello su cui si fonda, agli scopi della questione in esame, un reticolo di diffrazione ". Ora, dire ciò corrisponde ad ammettere *a priori* come indiscutibile la teoria del fenomeno ottico, su cui si basa il funzionamento dei congegni adoperati. In altri termini si dovrebbe accettare il fondamentale principio di Huygens, per la propagazione di onde in un mezzo elastico, prescindendo ben inteso da ogni controversia (che pur esiste) sulla teoria del reticolo, sviluppata applicando tale principio. Ma simile presupposto è precisamente contrario alla finalità della ricerca. In fondo, la ragione di questa, era di trovare un argomento di fatto prò o contro la teoria della Relatività. E secondo questa, mi sembra, non si può più

parlare di principio di Huygens, giacchè la luce non consiste più in onde, ma in movimento di particelle energetiche. Come in questa teoria si deve interpretare il fenomeno di diffrazione? Ritengo che sinora ciò non sia stato trattato. Meglio dunque valeva eliminare tale fenomeno, introducendo nelle esperienze il minor numero di contingenze speciali. Più precisamente, se si trattasse di decidere, p. e., tra una teoria balistica e quella dell'etere, sarebbe più semplice sperimentare con le particelle o le onde che direttamente si propagano dalla sorgente, e non con quello diffratte. Ecco dunque una netta differenza tra la mia esperienza e quelle da altri eseguite con reticoli, contrariamente a quanto afferma la Relazione.

Questa dice poi che una certa esperienza di Tolman avrebbe già prima di me eliminato le obbiezioni contro la equivalenza logica dell'effetto Doppler e della costanza della velocità della luce. L'esperienza di Tolman a cui si allude deve probabilmente esser quella descritta nella " Phys. Rev. ", v. XXXI, p. 26, 1910. Ora, debbo dire che tale esperienza non si può intendere come decisiva tra una teoria balistica della luce e la teoria dell'etere; anzi si può dire che al riguardo essa non ha alcun valore. Infatti non è possibile con *incidenza radente* su di uno specchio, rispetto ad una sorgente mobile di energia raggiante (tanto nell'ipotesi dell'etere che in quella balistica), far cambiare sensibilmente la velocità di un raggio di fronte a quella di altro raccolto direttamente dalla sorgente, come nella esperienza di Tolman avviene. Di tale avviso è anche lo Stewart (1).

Eliminata la importanza dell'esperienza di Tolman, ai termini della Relazione, sembrerebbe che le mie ricerche dovessero acquistare maggior valore; ma io ciò non cerco, bastandomi la convinzione delle gravi difficoltà superate.

Che queste non sieno state del tutto riconosciute dalla Relazione, è in parte spiegabile dalla concisione delle mie Note, dovuta anche al periodo di guerra non propizio alle lunghe stampe; quantunque un'attenta lettura delle Note stesse può dare un'idea delle dette difficoltà. L'uso dell'interferometro di Michelson in tali ricerche, da me introdotto, quantunque venga

(1) " Phys. Rev. ", v. XXXII, 1911, p. 421.

confuso con quello di una semplice lamina spessa trasparente, come nell'esperienza di Fabry e Buisson, è stato particolarmente utile; esso fu poi indispensabile nella esperienza della sorgente mobile. Infatti lo studio della curva di visibilità delle frangie di interferenza, non può farsi che con quell'interferometro, e l'osservazione del massimo di visibilità a circa 232 m/m di differenza di cammino fra i raggi interferenti (possibile solo con la riga verde del mercurio) costituisce elemento di fatto preziosissimo e forse indispensabile per la ricerca in parola. Tutti gli altri vapori incandescenti, per cui si conosce la curva di visibilità delle frangie, non si prestano a questo scopo. Ma tale affermazione posso fare, solo dopo laboriosissime e lunghe prove a suo tempo eseguite. Infatti, essendomi al principio di queste fissato nell'idea di adoperare come sorgenti luminose l'idrogeno e poi il vapore di cadmio (analogamente a quanto faceva Michelson per il campionamento del metro), dovetti abbandonare tale via dopo 6 mesi di ricerche, eseguite adoperando tubi di scarica o scintille fisse od in moto. La riga verde del mercurio, non solo per la sua straordinaria potenza luminosa, ma principalmente per la eccezionale lunghezza della corrispondente curva di visibilità, si presta sola allo scopo. Ritengo quasi come cosa certa che nessuno potrebbe ripetere la mia esperienza, adoperando altra sorgente luminosa, all'infuori di quella che da me fu scelta dopo lunghi tentativi.

Con ciò ho potuto fornire un mezzo di osservazione di un fenomeno importantissimo nella evoluzione attuale della Scienza fisica, quale prima si era ben lontani dal possedere; possa la mia opera, condotta con la fede e la costanza di chi desidera scoprire qualcosa di nuovo, riescire veramente utile al progresso della Scienza, che peraltro deve rimanere al disopra di ogni competizione personale.

Ho detto quale motivo mi spinse ad intraprendere le discusse ricerche. Da esse, come esposi, non potei ricavar argomento per combattere le teorie della Relatività, anzi esse suonano conferma alle teorie stesse. Ciò non costituisce una mia affermazione soltanto; ma tale è da parte di qualche autorevole Relativista straniero, come lo Jeans, il quale, tanto davanti alla "Astronomical Society" di Londra, che in pubbliche Relazioni, ha attribuito notevole importanza al mio lavoro. Al riguardo mi piace

riportare il seguente passo dello Jeans, tolto dai " Proceedings „ della detta Società (12 dic. 1919): " . . . . . In combinazione con l'esperimento di Michelson e Morley questi esperimenti (di Majorana) mostrano che la velocità della luce in tutte le direzioni è la stessa, e questo è vero tanto se l'osservatore sia in quiete rispetto alla sorgente, o no... „ (1).

In questo anno, lo stesso Jeans ha sostenuto una vivace discussione con Bartrum e Lodge, i quali ultimi darebbero una interpretazione diversa alle mie esperienze (2). Ora, come ho detto esplicitamente in questa Nota, io non sono Relativista, per cui non spetta a me interpretare a favore delle discusse teorie il mio lavoro; ma mi è piaciuto richiamare l'attenzione del lettore sul fatto che di esso scienziati stranieri hanno espresso favorevole giudizio.

---

(1) " The observatory „, v. XLII, 1920, p. 36.
(2) " Nature „, v. 106, p. 792; v. 107, pp. 42, 73, 169; 1921.

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

ATTI VERBALI

DELLA

CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

e Classi Unite

dell'anno accademico 1920-21

CLASSI UNITE

Adunanza del 21 Novembre 1920

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali, i Soci Segre, Direttore della Classe, D'Ovidio, Peano, Foà, Guidi, Parona, Grassi, Somigliana, Sacco, Majorana, Rosa, Herlitzka, Pochettino;

e della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche, i Soci Pizzi, Baudi di Vesme, Vidari, Cian, Faggi, e Stampini, Segretario della Classe, che funge da Segretario delle Classi unite.

Scusano la loro assenza i Soci Salvadori, Mattirolo, Einaudi, Prato, Pacchioni e Valmaggi.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza delle Classi unite del 4 luglio u. s.

Il Presidente, dopo aver rivolto un saluto ai Soci convenuti a questa prima adunanza del nuovo anno accademico, notifica all'Accademia il lutto che ha colpito l'Accademico Segretario Stampini, al quale scrisse una lettera a nome dell'Accademia, ricevendone per lettera vivi ringraziamenti per lui ed i colleghi tutti. Dà pure notizia della morte del Socio corrispondente Giovanni Celoria, del Socio nazionale non residente Carlo Salvioni, e del Socio straniero Carlo Brugman.

L'Accademico Segretario, dopo aver comunicato una lettera del Prof. Francesco Lemmi, il quale ringrazia per il premio Gautieri di storia a lui conferito, dà lettura delle deliberazioni prese dal Consiglio d'Amministrazione dell'Accademia nella sua adunanza del giorno 8 del corrente mese riguardo ai provvedimenti da prendersi per la stampa degli *Atti* nel corrente anno accademico.

Terminata la lettura di tali deliberazioni, il Presidente, riassumendole, mette in discussione: 1° la proposta di sopprimere la stampa degli Atti verbali delle adunanze; 2° la proposta di sopprimere l'indice analitico nel volume degli *Atti*; 3° la proposta di ridurre la parte del volume concernente il personale dell'Accademia, togliendo dall'elenco dei Soci l'indicazione di tutti i loro titoli ed onorificenze.

Aperta la discussione, alla quale prendono parte molti dei Soci presenti, le tre proposte sono approvate. Durante la discussione, essendosi presentata dal Socio Vidari la proposta di vedere se non convenga ricorrere ad altra tipografia, la quale faccia patti più accettabili che non siano quelli della tipografia Bona, la quale pone condizioni di prezzi di gran lunga superiori a quelli che non esigano altre tipografie, diversi Soci, cioè D'Ovidio, Segre, Foà, Guidi, Cian, Stampini, parlano al riguardo, e si conviene di invitare l'Accademico Tesoriere a far le dovute pratiche e ricerche, perchè gli *Atti* siano stampati a patti migliori, anche mutando eventualmente tipografia. Si delibera pure, in seguito ad osservazioni di alcuni Soci, d'invitare l'Accademico Tesoriere ad occuparsi del modo migliore di usufruire della carta di proprietà dell'Accademia, tuttora in deposito presso la tipografia Bona, per realizzarne eventualmente il valore a vantaggio della finanza accademica.

Si delibera in fine che, mentre si faranno dal Socio Teso-

riere e dal Consiglio d'Amministrazione le necessarie pratiche per nuove e più accettabili condizioni per la stampa degli *Atti*, non si proceda alla accettazione ed alla stampa di *Note* durante i mesi di novembre e di dicembre del corrente anno solare, e perciò non si tengano più adunanze in questi due mesi, lasciando anzi al Presidente piena facoltà di estendere il differimento delle adunanze sino al 16 gennaio, salvochè ragioni speciali lo consiglino ad anticipare od anche a protrarre ancora tale limite.

Per ultimo il Presidente comunica all'Accademia una lettera del Segretario della Società Reale di Napoli, Accademia delle Scienze fisiche e matematiche, con la quale fu trasmesso alla Presidenza della nostra Accademia l'ordine del giorno votato alla unanimità per la Stazione Zoologica di Napoli dalla R. Accademia predetta. Letto tale ordine del giorno ed il voto che ad esso si riferisce, ed aperta dal Presidente la discussione, alla quale prendono parte i Soci D'Ovidio, Segre, Peano, Foà, Somigliana, l'Accademia delibera di associarsi al voto della Società Reale di Napoli " perchè sia conservata l'italianità " della Stazione Zoologica di Napoli e che in ogni caso il Go- " verno si astenga da ogni provvedimento prima che non si " sia pronunziata la elettiva rappresentanza della Città di " Napoli ".

Prima che sia sciolta l'adunanza il Socio Foà fa omaggio all'Accademia della 3ª, 4ª e 5ª puntata del suo *Trattato di anatomia patologica per medici e studenti*. Il Presidente, ringraziando a nome dell'Accademia, farà la presentazione del gradito dono alla Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali nella sua prima prossima adunanza.

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 30 Gennaio 1921

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci SEGRE Direttore della Classe, PEANO, GUIDI, MATTIROLO, PANETTI, PONZIO, SACCO, MAJORANA, ROSA, HERLITZKA, e PARONA Segretario.

È scusata l'assenza dei Soci Senatori D'OVIDIO e FOÀ e del Socio GRASSI.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza (13 giugno 1920).

Il Presidente ricorda la morte del collega I. PIZZI della Classe di Scienze morali ed il compianto destato dalla scomparsa dell'insigne orientalista, del dotto ed efficace insegnante e dell'uomo di grande rettitudine e bontà; a nome dell'Accademia rinnova alla famiglia le condoglianze. Ha anche il dolore di annunziare la morte del Socio corrispondente WILHEM VON WALDEYER della Sezione di Zoologia, Anatomia e Fisiologia comparate.

Presentano in omaggio: il Socio PANETTI la sua memoria *Il Laboratorio di Aerodinamica del R. Politecnico di Torino*; il Socio SACCO il volume del Dott. OLINTO DE PRETTO, *Lo Spirito dell'Universo*, con prefazione di E. SCHIAPARELLI, ed avverte dell'intenzione dell'autore di presentarlo al concorso per il premio Bressa; il Socio GUIDI le sue pubblicazioni: *Unioni di forza per travi di legno cimentate a trazione - Sul calcolo delle dighe a volta - Sul calcolo statico delle dighe a gravità - Norme regolamentari per i progetti e per la costruzione di dighe di sbarramento per serbatoi e laghi artificiali*, ed accenna alla derivazione di queste Norme regolamentari dalle proposte fatte dalla Accademia per iniziativa del compianto collega CHIRONI, in vista

del dopo guerra; il Socio MAJORANA, anche a nome dell'autore, il volume *Electrodynamic Wawe - Theory of Physical Forces* di I. J. F. SEE.

Il Segretario annunzia che sono giunti all'Accademia i seguenti doni: dal Socio Senatore FOÀ le parti III, IV, V del *Trattato di Anatomia Patologica* da lui pubblicato; dal Socio corrispondente A. LACROIX due memorie: *Les industries minérales non métallifères à Madagascar*, e *Notice historique sur A. A. de Lapparent*; dal Socio corrispondente ISSEL due memorie: *Bioliti e pisoliti*, e *Esempi notevoli di Icoliti*; dal Socio corrispondente DE TONI, *Commemorazione del prof. C. A. Saccardo*. Presenta anche l'opera in 5 volumi, C. ENGLER und H. v. HÖFER, *Das Erdöl*, pure inviata in dono, e ne rileva l'importanza e l'eventuale opportunità che possa essere presa in considerazione per il conferimento di qualche premio dell'Accademia.

Il Presidente ringrazia i donatori a nome della Classe, e, comunicando una lettera ministeriale la quale lascia sperare la concessione di un assegno straordinario, ricorda le restrizioni nella stampa degli *Atti* deliberate dal Consiglio d'Amministrazione, imposte dalle difficili condizioni finanziarie, già comunicate ai Soci, e le completa colle deliberazioni relative alle tavole e alle figure nel testo. Accenna inoltre ai provvedimenti presi per riparazioni provvisorie alla Specula, in attesa di lavori definitivi, nella speranza di un indennizzo da parte dell'autorità militare, per i danni lasciati durante l'occupazione militare; e coglie nuovamente l'occasione per ringraziare i colleghi GUIDI e PANETTI per l'opera prestata al riguardo. Il Socio GUIDI aggiunge notizie e schiarimenti.

Il Presidente comunica una lettera direttagli dal Prof. Giovanni BOCCARDI, Direttore del R. Osservatorio Astronomico, colla proposta che la R. Accademia commemori il centenario, compiutosi nel 1920, dell'assegnazione fatta al PLANA del premio dell'Accademia delle Scienze di Parigi alla migliore teoria della Luna. Dopo matura discussione, alla quale prendono parte tutti i Soci presenti, la Classe delibera di affidare ad una Commissione, costituita dal Presidente e dai Soci PEANO e MAJORANA, lo studio della proposta e di riferirne nella prossima adunanza.

Adunanza del 13 Febbraio 1921

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci Segre, Direttore della Classe, Salvadori, D'Ovidio, Peano, Guidi, Mattirolo, Grassi, Panetti, Majorana, Herlitzka, Pochettino e Parona Segretario.

È scusata l'assenza dei Soci Somigliana, Ponzio e Sacco.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Socio Mattirolo, a nome dell'autore Giacomo Boni, presenta in omaggio la memoria *Vinismo*, riassumendola e rilevando le interessanti conclusioni.

Il Segretario, pure a nome degli autori P. Termier e W. Kilian, quest'ultimo Socio corrispondente, presenta in omaggio quattro note riguardanti la geologia delle Alpi Occidentali.

Il Presidente ringrazia a nome della Classe.

A suo invito il Socio Peano riferisce, a nome della Commissione, sui risultati delle ricerche relative alle date più importanti e significative della vita scientifica di Giovanni Plana, col risultato che il fatto più saliente è quello della pubblicazione della massima opera *Théorie du mouvement de la lune* licenziata alla stampa il 23 dicembre 1832. Si ritiene quindi che, eventualmente, al centenario di questa data, o al centenario della morte del Plana, converrà rinviare le proposte onoranze, ed in questo senso delibera la Classe.

Il Presidente infine informa la Classe sulle nuove richieste di aumenti da parte della Tipografia e sulle trattative in corso col tipografo.

Adunanza del 27 Febbraio 1921

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci Segre, Direttore della Classe, D'Ovidio, Peano, Guidi, Somigliana, Sacco, Majorana, Herlitzka, Pochettino e Parona Segretario.

È scusata l'assenza del Socio Mattirolo.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Socio Sacco presenta in omaggio l'annata 1920 (IX) di *Urania* ed il primo fascicolo dell'anno in corso, ed approfitta dell'occasione per accennare alla *Storia della Società* dello stesso nome ed agli scopi che si propone.

Il Socio Guidi offre pure in omaggio una copia della sua memoria *Sulle statiche delle dighe di sbarramento per i laghi artificiali*.

Il Presidente ringrazia a nome della Classe. Comunica poi che il Genio Militare ha messo a disposizione dell'Accademia la somma di L. 5200 a titolo di risarcimento dei danni portati alla ricopertura della Specula durante l'occupazione della medesima per parte dell'Autorità Militare. Rileva l'importanza della somma ed il vantaggio che ne ha il bilancio dell'Accademia, e sente il dovere di ringraziare nuovamente a nome delle due Classi il collega Guidi per l'interessamento dimostrato e per l'opera efficace diretta ad ottenere la somma ora indicata. Si riserva di ringraziare il Comando del Genio Militare e, per il prestito del copertone a difesa provvisoria del pavimento della Specula, la Direzione Tecnica dell'Aviazione.

Adunanza del 13 Marzo 1921

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci Segre, Direttore della Classe, Salvadori, D'Ovidio, Peano, Foà, Guidi, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Panetti, Sacco, Majorana, Rosa, Herlitzka e Parona Segretario.

È scusata l'assenza del Socio Pochettino.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Socio Segre presenta il primo fascicolo del nuovo Giornale " Esercitazioni matematiche - Pubblicazione del Circolo Matematico di Catania ad uso degli Studenti universitari ", inviato in omaggio all'Accademia, e ne parla favorevolmente.

Il Socio Sacco offre pure in omaggio la pubblicazione sua e del Prof. Ing. Vittorio Baggi, *Progetto di Canale Navigabile dal Mar Ligure al Lago Maggiore.*

Il Socio Mattirolo, a nome dell'autore Prof. Giovanni Negri, fa omaggio della Memoria *La vegetazione di Monte Bracco (Saluzzo)*, parte prima di un esteso studio, la cui pubblicazione è ritardata dalle presenti difficoltà delle Arti grafiche; rileva l'importanza del lavoro come saggio di geografia botanica e ne fa vivi elogi.

Lo stesso Socio Mattirolo presenta per la stampa negli *Atti* la sua Nota *Neo-Saccardia* Matt. - *Nuova Sclerodermatocea ipogea*, e la riassume.

Adunanza del 3 Aprile 1921

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci D'Ovidio, Peano, Guidi, Grassi, Sacco, Majorana, Herlitzka e Parona Segretario della Classe.

È scusata l'assenza dei Soci Segre, Foà, Somigliana e Pochettino.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente del 13 marzo u. s.

Il Segretario presenta in omaggio a nome del Socio corrispondente S. Ramón Cajal una copia dei *Trabaios del Laboratorio de investigaciones biologicas de la Universitad de Madrid* (1920), e dà comunicazione di una circolare del Touring C. I. relativa alla gita da effettuarsi in Sardegna a partire dal 10 maggio.

Il Socio D'Ovidio presenta una Nota del Prof. G. Sannia, intitolata *Serie assolutamente sommabili col metodo di Borel generalizzato*, e ne parla.

Il Socio Guidi presenta pure una sua Nota, *Sulle dighe a gravità.*

Queste due Note saranno stampate negli *Atti*.

Adunanza del 17 Aprile 1921

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci Segre, Direttore della Classe, D'Ovidio, Guidi, Mattirolo, Somigliana, Panetti, Sacco, Majorana, Rosa, Pochettino e Parona Segretario della Classe.

Scusa l'assenza il Socio Grassi.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente del 3 aprile corr.

Si comunica una lettera dell'On. C. Montù, Presidente del Comitato organizzatore del Congresso Nazionale di Aeronautica, colla quale si invita il Presidente dell'Accademia ad accettare la carica di Membro del Comitato d'Onore, e lo si prega d'invitare tutti gli Accademici a partecipare numerosi al Congresso, presentando comunicazioni e rapporti. Il Presidente, compiacendosi del gradito invito, è d'accordo col Socio Somigliana nel rilevare che specialmente il Socio Panetti rappresenterà degnamente ed attivamente l'Accademia ai lavori del Congresso.

Si comunica anche la richiesta di appoggio, per parte dell'Accademia, al voto del Touring C. It. e della Società Alpina delle Giulie diretto al Governo, allo scopo di raccomandare gli studi sulla natura carsica della Venezia Giulia e la costituzione di un Parco Nazionale Sotterraneo, in relazione al progetto di legge per la tutela delle bellezze naturali e degli immobili di particolare interesse storico. La Presidenza scriverà ringraziando ed associandosi al voto opportuno.

Il Socio Sacco offre in omaggio il suo opuscolo *L'età delle Montagne*. Il Presidente ringrazia.

Il Segretario, a nome del Socio Peano, presenta per la stampa negli *Atti*, un *Saggio di rappresentazioni analitiche di funzioni singolari* del Prof. Alberto Tanturri.

Pure per gli *Atti*, il Socio Mattirolo, anche a nome del Socio Segretario, presenta una Nota del Dott. Giovanni Negri col titolo *Ricerche sulla biologia di un Penicillo patogeno* (*Penicillium micetomagenum* Mant. et Negri): ne parla, informando sull'importanza, nel riguardo medico e botanico, dell'argomento, cui si riferisce un altro lavoro precedente dell'autore, *Ricerche sperimentali sull'agente eziologico di un micetoma a grani neri*, del quale offre in omaggio una copia.

Adunanza del 1° Maggio 1921

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. CORRADO SEGRE
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Soci D'Ovidio, Guidi, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Panetti, Sacco, Rosa, Pochettino e Parona Segretario della Classe.

Il Direttore scusa l'assenza del Presidente indisposto e fa voti per la sua pronta guarigione. È scusata anche l'assenza del Socio Majorana.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente del 17 aprile u. s.

Il Direttore dà lettura di una lettera, diretta al Presidente, del Socio Senatore D'Ovidio, colla quale comunica altra lettera trasmessagli da suo genero sig. Cav. Uff. Federico Petiva di Biella. Con questa lettera il sig. Petiva, esprimendo l'intenzione di venire in qualche modo in aiuto all'Accademia, istituzione benemerita ed eminente, lo avverte di aver destinato a questo intento la somma di lire ventimila, e lo prega di darne partecipazione all'onorevole Presidenza, porgendole i sensi della sua più alta considerazione.

Il Direttore Segre esprime a nome della Classe vivissimi ringraziamenti al munifico donatore, ed al collega D'Ovidio per la parte ch'egli ebbe nell'atto di così nobile significato e di così grande vantaggio per le stremate finanze accademiche. Osserva che il benemerito sig. Petiva altre prove ha già dato della sua generosità illuminata, e ricorda i sussidî dati durante la guerra a favore di assistenti in soprannumero nella Facoltà di Matematica. Sa che il Presidente Naccari ha, fin dal primo annunzio della donazione, ringraziato il Cav. Uff. Petiva ed il Socio D'Ovidio; rinnovando ora il ringraziamento, egli è sicuro interprete del pensiero della Classe. Il Socio D'Ovidio ringrazia, dichiarando che ben poca parte egli ebbe nell'iniziativa e nella decisione di suo genero.

La Classe, plaudendo alla bella notizia, dimostra di associarsi cordialmente alle parole del suo Direttore. Il Socio PANETTI accenna all'opportunità di pensare a qualche forma di utilizzazione della vistosa somma, che ricordasse a titolo d'onore il nome del munifico donatore. Il Socio SOMIGLIANA parla nello stesso senso, ed il Presidente prende atto della proposta, che sarà comunicata al Consiglio d'Amministrazione.

Il Direttore avverte che la notizia del dono fu già comunicata alla Classe di Scienze morali nell'adunanza tenutasi domenica scorsa, e dà lettura dell'ordine del giorno approvato dalla stessa e destinato alla pubblicazione nei giornali. Dopo matura discussione, alla quale prendono parte i Soci GUIDI, D'OVIDIO, SOMIGLIANA, il Presidente ed il Segretario, la Classe delibera di aderire a quest'ordine del giorno, delegando alla Presidenza gli accordi opportuni per la pubblicazione.

Il Socio MATTIROLO presenta in omaggio, e ne parla, le seguenti sue pubblicazioni: *Pareri di Autorità e Istituti scientifici dello Stato intorno alla proposta di ricostruzione dell' "Ara Pacis Augustae " in Roma.* - *Commemorazione del prof. P. A. Saccardo* (R. Acc. Lincei). - *Commemorazione di Icilio Guareschi* (R. Acc. Medicina, Torino). - *Commemorazione di Emilio Bornat* (Soc. Bot. It.). - *La Session extraordinaire de 1920 delle Soc. bot. di Francia al Moncenisio* (" Bull. Soc. Bot. It. "). - *L'Epilobium tetragonum* Linn. *crescente spontaneo in Piemonte, proposto come pianta da insalata.* Il Presidente ringrazia.

Il Segretario, a nome del Socio SALVADORI, presenta per la stampa negli *Atti* una Nota del Dott. G. COLOSI, col titolo *Un nuovo crostaceo fossile " Heteroglyphaea Paronae "*.

CLASSI UNITE

Adunanza del 29 Maggio 1921

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali i Soci Segre, Direttore della Classe, D'Ovidio, Peano, Foà, Guidi, Grassi, Somigliana, Panetti, Sacco, Majorana, Rosa, Herlitzka, Pochettino, e Parona che funge da Segretario delle Classi unite;

della Classe di Scienze morali storiche e filologiche i Soci S. E. Boselli, Direttore della Classe, Brondi, Patetta, Cian, Faggi, Luzio e Mosca.

Scusano l'assenza i Soci Einaudi, Mattirolo, Prato e Stampini.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente, del giorno 21 novembre u. s.

Il Presidente, ricordate le disposizioni statutarie e regolamentari per il *premio Bressa*, invita il Socio Majorana, segretario della Commissione del XXII premio (nazionale: quadriennio 1917-20) a leggere la relazione, che si unisce agli atti.

Il Socio Majorana ne dà lettura: dopo di che il Presidente apre la discussione in merito. Nessuno chiedendo di parlare, e non proponendosi oggi, da parte dei Soci, altre opere o scoperte all'esame della Commissione (art. 3), resta definitiva la conclusione della relazione, che dichiara degne di considerazione per il conferimento del premio le opere dei signori professori Vercelli e Levi, proposte al Concorso da due Soci. Le Classi nella prossima adunanza completeranno la Commissione (art. 4) colla nomina di due nuovi membri per ciascuna di esse.

Si procede quindi alla votazione per la nomina del rappresentante dell'Accademia nel Consiglio di Amministrazione del

Consorzio universitario, e del rappresentante dell'Accademia nel Consiglio d'Amministrazione del R. Politecnico. Il Socio D'Ovidio viene riconfermato rappresentante nel Consiglio di Amm. del Cons. Univ., ed il Socio Somigliana è riconfermato a rappresentare l'Accademia nel Consiglio di Amm. del R. Politecnico.

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 29 Maggio 1921

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci Segre, Direttore della Classe, D'Ovidio, Peano, Foà, Guidi, Grassi, Somigliana, Panetti, Sacco, Majorana, Rosa, Herlitzka, Pochettino, e Parona Segretario della Classe.

Scusa l'assenza il Socio Mattirolo.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente, del giorno 1° maggio corr.

Il Socio Somigliana presenta in omaggio il volume V dei " Rendiconti del Seminario Matematico della Facoltà di Scienze della Università di Roma „ e ne parla, richiamando l'attenzione dei colleghi particolarmente sulla conferenza del prof. T. Levi-Civita dal titolo *Come potrebbe un conservatore giungere alla soglia della nuova meccanica.* Il Presidente ringrazia.

Il Socio Peano presenta per la pubblicazione negli *Atti* una Nota della Dott.ª Elisa Viglezio su le *Aree di curve piane*, ed il Segretario una Nota del Can. Ermanno Dervieux su *Il Museo di Carlo Allioni. Notizie storiche.* Le due Note sono accettate per la stampa.

CLASSI UNITE

Adunanza del 12 Giugno 1921

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADLMIA

Sono presenti

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali i Soci Segre, Direttore della Classe, Peano, Guidi, Mattirolo, Grassi, Sacco, Majorana, Herlitzka;

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche i Soci S. E. Boselli, Direttore della Classe, De Sanctis, Baudi di Vesme, Patetta, Vidari, Prato, Cian, Pacchioni, Faggi e Stampini, Segretario della Classe, che funge da Segretario delle Classi unite.

Scusano la loro assenza i Soci Parona, Einaudi, Schiaparelli e Mosca.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente del giorno 29 maggio u. s.

Il Presidente, riferendosi alle onoranze recentemente tributate a S. E. Paolo Boselli per il compiuto cinquantennio di vita parlamentare e per la sua nomina a Senatore del Regno, gli esprime, a nome dei Colleghi, i sentimenti di affettuosa devozione dell'Accademia, orgogliosa di avere da tanti anni a suo Socio un uomo che tutta Italia onora. Le parole del Presidente sono vivamente applaudite. A lui risponde il Socio S. E. Boselli porgendogli le più calorose azioni di grazie e rilevando che egli considera come la maggiore ventura della sua vita politica il fatto di aver sempre avuto un amoroso culto per la scienza e per i suoi rappresentanti, e, ricordando come egli sia stato introdotto nella vita politica da Quintino Sella, che era lustro e decoro dell'Accademia nostra, tributa alla memoria di lui il suo memore riconoscente omaggio. Il discorso del Socio S. E. Boselli termina fra i più fervidi applausi dei

Soci, i quali applaudono anche alle parole del Socio Stampini che, ricordando come il giorno 8 giugno il Socio S. E. Boselli abbia compiuto il suo 83° anno di vita, esprime l'augurio di ancor lunga vita al venerando scienziato e parlamentare.

Il Presidente invita l'Accademico Tesoriere Prato a leggere il Rendiconto finanziario consuntivo dell'esercizio 1920, che è alla unanimità approvato. Sono parimente approvati alla unanimità il Conto della gestione finanziaria dei fondi destinati ai premi per l'esercizio 1920, ed il Bilancio preventivo per il 1921. A nome dell'Accademia il Presidente ringrazia l'Accademico Tesoriere per il diligentissimo lavoro compiuto.

Si procede alle votazioni per la integrazione della Commissione per il XXII premio Bressa (nazionale, quadriennio 1917-20) con la nomina di due altri membri per ciascuna Classe, ai sensi dell'art. 4° del Regolamento interno per il premio suddetto.

Risultano eletti, della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali i Soci Somigliana e Foà, e della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche i Soci Schiaparelli e Prato.

Adunanza del 19 Giugno 1921

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali i Soci Segre, Direttore della Classe, Peano, Guidi, Parona, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Panetti, Ponzio, Rosa;

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche i Soci De Sanctis, Baudi di Vesme, Patetta, Cian, Pacchioni, Valmaggi, Faggi, Luzio, e Stampini, Segretario della Classe, che funge da Segretario delle Classi unite.

Scusano l'assenza i Soci Sacco, Einaudi e Prato.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente del giorno 12 giugno corr.

Il Presidente invita il Socio De Sanctis a leggere la *Relazione* della Commissione per il premio Gautieri riservato alla

Letteratura (triennio 1917-1919). Terminata la lettura, nessuno chiedendo di parlare, il Presidente avverte che in una successiva adunanza si procederà al conferimento del premio mediante votazione a schede segrete, secondo le norme dell'art. 7 del Regolamento, sulla proposta della Commissione, che è quella di dividere il premio in parti uguali fra l'opera di Giorgio PASQUALI *Orazio lirico* e quella di Augusto ROSTAGNI su *Giuliano l'Apostata*, entrambe stampate nel 1919, benchè portino la data del 1920.

Su invito del Presidente, il Socio DE SANCTIS legge anche la sua *Relazione* intorno alla seconda conferenza accademica internazionale di Bruxelles, che fu tenuta dal 26 al 28 maggio u. s. Chiedono alcuni schiarimenti su varii punti della relazione i Soci STAMPINI, PATETTA e CIAN, ai quali il relatore risponde.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 19 Giugno 1921

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci SEGRE, Direttore della Classe, PEANO, GUIDI, MATTIROLO, GRASSI, SOMIGLIANA, PANETTI, PONZIO, ROSA, e PARONA, Segretario della Classe.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente, del giorno 29 maggio u. s.

Il Socio GRASSI presenta in omaggio i volumi 1° e 2° della quinta edizione del suo *Corso di Elettrotecnica*, ed il Segretario, a nome del Socio FOÀ, presenta il volume 7° del *Trattato di Anatomia Patologica* (*Apparato respiratorio*, P. FOÀ) pubblicato sotto la sua direzione. Il Presidente ringrazia i donatori.

Sono accolte per la stampa negli *Atti* le seguenti Note:

Le superficie degli iperspazi con una doppia infinità di curve piane o spaziali, del Socio C. Segre.

Ricerche sulle diossime, del Socio G. Ponzio.

La cometa 1912. a. (Gale). - Orbita definitiva, del Prof. Luigi Carnera, presentata dal Socio Presidente A. Naccari.

Per una teoria generale delle coazioni elastiche, del Socio corrispondente G. Colonnetti, presentata dal Socio G. Grassi.

Osservazioni sulle teorie della Relatività e su due mie esperienze, del Socio Q. Majorana.

Il Presidente, ricordando che questa è l'ultima adunanza della Classe per il corrente anno accademico, saluta i colleghi con un cordiale augurio di buone vacanze. I Soci ricambiano affettuosamente il saluto e gli auguri, ringraziando.

CLASSI UNITE

Adunanza del 26 Giugno 1921

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali i Soci Segre, Direttore della Classe, Guidi, Somigliana, Ponzio, Majorana, Herlitzka;

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche i Soci Ruffini, Vicepresidente dell'Accademia, De Sanctis, Einaudi, Baudi di Vesme, Patetta, Prato, Valmaggi, Faggi, Luzio, e Stampini, Segretario della Classe, che funge da Segretario delle Classi unite.

Scusano l'assenza i Soci Foà, Brondi e Cian.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente del giorno 19 giugno corr.

Il Presidente esprime la sua gratitudine al Socio Vittorio Cian, assente, per il dotto eloquente discorso commemorativo di Dante da lui composto per incarico dell'Accademia e letto nell'aula magna della R. Università il giorno 21 del corrente giugno. Crede d'interpretare il pensiero di tutta l'Accademia ringraziandolo anche a nome di essa.

Si procede alla votazione a schede segrete per sì e per no, ai termini dell'art. 7 del Regolamento, sulla proposta della Commissione per il premio Gautieri riservato alla Letteratura (triennio 1917-1919), che il detto premio sia diviso fra i professori Giorgio Pasquali e Augusto Rostagni. I votanti sono 16, essendo entrato nell'aula il Socio Valmaggi a votazione compiuta. La proposta della Commissione risulta approvata alla unanimità, ed il Presidente dichiara diviso il premio Gautieri in parti uguali fra i professori Pasquali e Rostagni.

Si passa alla seconda parte dell'ordine del giorno, cioè alla mozione del Socio Luzio sulla questione delle carte Savoiarde reclamate ingiustamente dalla Francia a grande detrimento dello Archivio di Stato di Torino.

Il Socio Luzio svolge ampiamente questa mozione sulle carte Savoiarde, sulle quali in Francia si accampano pertinaci pretese di rivendicazione. Anche recentemente il romanziere savoiardo E. Bordeaux dell'Accademia di Francia, nel suo racconto *Les Amants d'Annecy* (pubblicato dapprima nella " Revue des deux Mondes „), si è permesso di chiedere come mai l'Italia non abbia, col restituirle, fatto onore agli impegni assunti nel trattato del 1860. Il Socio Luzio dimostra come gli Archivi amministrativi, giudiziari, ecclesiastici — i soli che alla Francia spettassero, secondo la lettera e lo spirito del trattato — furono subito regolarmente consegnati dal Governo Sardo insieme coi territori ceduti. I *dossiers* torinesi, reclamati da alcuni eruditi savoiardi — non da tutti, perchè i più equi lealmente riconoscono l'infondatezza delle pretese e il danno che ne verrebbe agli stessi studi —, sono atti centrali della Monarchia, documenti politici inscindibili nell'interesse di Casa Savoia, alla quale il Governo Imperiale nel 60 volle usati così speciali riguardi da impegnarsi a restituire i *documents relatifs à la famille royale* che per avventura si trovassero a Nizza e in Savoia. Cedere le carte Savoiarde di Torino sarebbe commettere un van-

dalico scempio dell'Archivio, mutilare la storia della dinastia; nè ciò sarà mai tollerato. Ma poichè l'attacco del Bordeaux è l'eco di periodiche manifestazioni fatte in Savoia da corpi elettivi, società storiche, ecc., il Socio Luzio reputa necessario che sia data solenne esauriente risposta da parte nostra. Sarà anche troppo facile mostrare con fatti inoppugnabili, come l'Italia abbia adempiuto ogni suo obbligo, e possa, invece, a buon diritto presentare domande riconvenzionali, sia in base al trattato del 60, sia risalendo (come è giusto e ovvio) ai trattati del 1815, per la mancata restituzione di tanta parte preziosa e cospicua del suo materiale storico e artistico. Ed in proposito il Socio Luzio cita il *Fondo Genovese*, invisibile ancora per gli studiosi italiani, il caso dell'*Ambrosiana*, spogliata de' Codici Vinciani, pei quali una recente petizione venne coperta di firme da parte di illustrazioni italiane, ed altri lamentevoli esempi di capolavori artistici indebitamente trattenuti oltr'Alpi.

Perciò il Socio Luzio chiede che l'Accademia si pronunci, con ponderatezza d'indagini, con senso scrupoloso del diritto, su tutte le questioni connesse a quest'argomento di vitale interesse per il patrimonio nazionale, delegando a studiarle i valorosi giuristi che conta nel suo seno, con mandato di riferire alla ripresa dell'anno accademico.

La proposta del Socio Luzio è accolta con unanime plauso. Risultano designati a comporre la Commissione i Soci Ruffini, Brondi e Patetta, ai quali il proponente, per l'Archivio di Stato, e il Socio Baudi di Vesme, per le collezioni d'arte, forniranno tutti gli elementi di fatto.

Il Presidente dell'Accademia
Andrea Naccari

Il Segretario della Classe
di scienze fisiche, matematiche e naturali
Carlo Fabrizio Parona

INDICE

DEL VOLUME LVI.

PRESIDENTI della Reale Accademia delle Scienze di Torino dalla sua fondazione . . . . Pag. III
ELENCO degli Accademici nazionali residenti, Nazionali non residenti, Stranieri e Corrispondenti al 31 Dicembre 1920 . . „ V

ATTI VERBALI delle adunanze della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali e delle Classi Unite dell'anno accad. 1920-21 „ 143

PREMIO BRESSA:

Programma per il XXI e per il XXIII Premi internazionali „ 21

PREMIO GAUTIERI:

Programma del premio per la Filosofia (triennio 1918-1920) „ 23
Relazione della Commissione per il conferimento del premio riservato alla Letteratura (triennio 1917-1919) . . „ 63

CARNERA (Luigi). — La cometa 1912. a. (Gale). - Orbita definitiva „ 107
COLONNETTI (Gustavo). — Per una teoria generale delle coazioni elastiche . . . . „ 120
COLOSI (Giuseppe). — Un nuovo crostaceo fossile: "*Heteroglyphaea Paronae*" . . . . „ 45
DERVIEUX (Ermanno). — Il Museo di Carlo Allioni. Notizie storiche „ 49
DE SANCTIS (Gaetano). — Relazione intorno alla seconda conferenza accademica internazionale di Bruxelles . . . . . „ 71
GUIDI (Camillo). — Sulle dighe a gravità . . . . . . „ 15
MAJORANA (Quirino). — Osservazioni sulle teorie della Relatività e su due mie esperienze . . . . „ 131
MATTIROLO (Oreste). — Neo-Saccardia Mattirolo (Nuova Sclerodermatacea ipogea) . . . . „ 1
NEGRI (G.). — Ricerche sulla biologia di un Penicillo patogeno (*Penicillium mycetomagenum* Mant. et Ngr.) . . . . . „ 33

Ponzio (Giacomo). — Ricerche sulle diossime . . . . . *Pag.* 90
Sannia (Gustavo). — Serie assolutamente sommabili col metodo di Borel generalizzato . . . . „ 8
Segre (Corrado). — Le superficie degli iperspazi con una doppia infinità di curve piane o spaziali . . . . „ 75
Tanturri (Alberto). — Saggio di rappresentazioni analitiche di funzioni singolari . . . . „ 25
Viglezio (Elisa). — Aree di curve piane . . . . „ 55

Indice del volume LVI . . . . „ 163

PUBBLICAZIONI FATTE SOTTO GLI AUSPICI DELL'ACCADEMIA

Il Messale miniato del card. Nicolò Roselli detto il cardinale d'Aragona. Codice della Biblioteca nazionale di Torino riprodotto in fac-simile per cura di **C. Frati, A. Baudi di Vesme** e **C. Cipolla.**

Torino, Fratelli Bocca editori, 1906, 1 vol. in-f° di 32 pp. e 134 tavole in fotocollografia.

Il codice evangelico *k* della Biblioteca Universitaria nazionale di Torino, riprodotto in fac-simile per cura di **C. Cipolla, G. De Sanctis** e **P. Fedele.**

Torino, Casa editrice G. Molfese, 1913, 1 vol. in-4° di 70 pagg. e 96 tav.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

De Sanctis (Gaetano). — Relazione della Commissione per il premio Gautieri riservato alla Letteratura (triennio 1917-1919) . *Pag.* 63

— Relazione intorno alla seconda conferenza accademica internazionale di Bruxelles . . . . „ 71

Segre (Corrado). — Le superficie degli iperspazi con una doppia infinità di curve piane o spaziali . . . . „ 75

Ponzio (Giacomo). — Ricerche sulle diossime . . . . . „ 90

Carnera (Luigi). — La cometa 1912. a. (Gale). - Orbita definitiva „ 107

Colonnetti (Gustavo). — Per una teoria generale delle coazioni elastiche . . . . „ 120

Majorana (Quirino). — Osservazioni sulle teorie della Relatività e su due mie esperienze . . . . „ 131

Atti verbali delle Adunanze della Classe dell'anno accademico 1920-21 „ 143

Indice del volume LVI . . . . „ 163

Tip. Vincenzo Bona – Torino